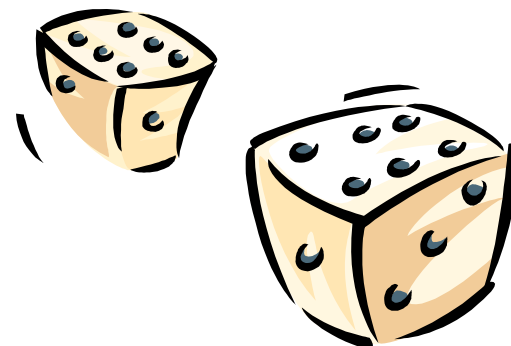
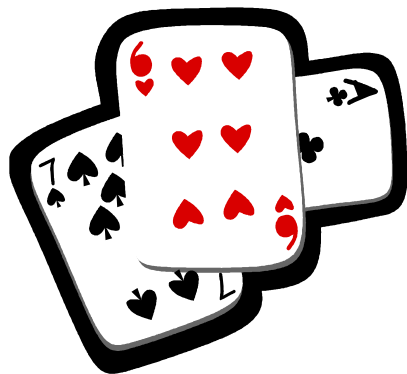




Il calcolo delle probabilità ha avuto la sua origine nell'ambito dei giochi di azzardo



Cosa intendiamo per probabilità?

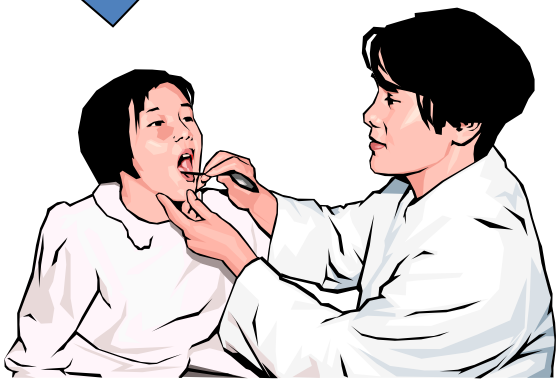
La probabilità ha a che fare con il fatto che l'accadere o no di un certo evento sia più o meno verosimile, in relazione ad altri eventi



Qual è la mia malattia?
Guarirò?
Fra quanto tempo?
.....



Che farmaci devo prendere?
Per quanto tempo?
Ci sono effetti collaterali?





ESPERIMENTO

EVENTO
(semplice)



RISULTATI POSSIBILI



SPAZIO CAMPIONE

Tutti i possibili risultati di un “esperimento” prendono il nome di spazio campione

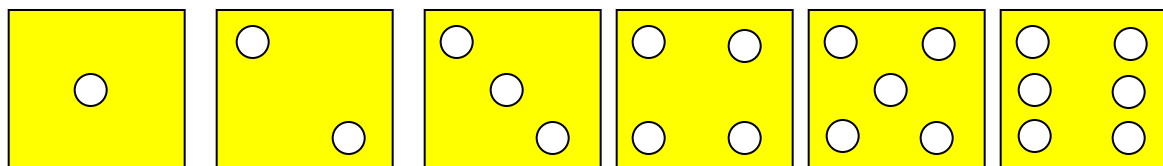
Esempi

Lancio di una moneta



{ Testa, Croce }

Lancio di un dado



{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Supponiamo che in ospedale si sia verificata una epidemia di tossinfezione alimentare; ci furono 99 casi di malattia tra i 158 pazienti che avevano consumato il pranzo

La probabilità di ammalare per una persona che aveva consumato il pranzo è

$$\mathbf{P(\text{malattia}) = 99/158 = 0,63 = 63\%}$$

**LA PROBABILITA' DI UN EVENTO E'
L'ESPRESSIONE QUANTITATIVA DELLA
FREQUENZA CON CUI ESSO SI VERIFICA**

Probabilità classica, che viene calcolata in seguito ad un ragionamento astratto.

Se un evento può verificarsi in N modi ugualmente possibili e mutuamente esclusivi, se m di questi possiede una caratteristica E , la probabilità che si verifichi l'evento E è dato da m/N .

Probabilità come frequenza relativa, basata sulla possibilità di contare il numero delle ripetizioni.

Se un processo si ripete un gran numero di volte n e se un certo evento con caratteristica E si verifica m volte la probabilità di E sarà approssimativamente uguale ad m/n

Probabilità soggettiva, misura il grado di fiducia che un dato individuo ripone nel verificarsi di determinati eventi in base alle proprie conoscenze.

**Questo concetto non si basa sulla ripetibilità di un dato processo,
si può valutare la probabilità di un evento che può verificarsi una sola volta**

Proprietà elementari delle probabilità

la probabilità di un evento E che si indica con $P(E)$

- è un numero sempre positivo $P(E) \geq 0$
- compreso tra 0 ed 1: $0 \leq P(E) \leq 1$

✚ se E è un evento certo allora la probabilità di E è $P(E)=1$

✚ se E è un evento impossibile $P(E)=0$

✚ dato un processo sperimentale che genera n risultati (eventi) disgiunti, $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, la probabilità di un evento A_i è un numero non negativo: $P(A_i) \geq 0$

✚ la somma delle probabilità di tutti gli eventi possibili mutuamente esclusivi è uguale ad 1: $P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n)=1$

EVENTI MUTUAMENTE ESCLUSIVI

**DUE EVENTI A e B SONO MUTUAMENTE
ESCLUSIVI SE L'OCCORRENZA DELL'UNO
ESCLUDE L'ALTRO**

L'acidosi respiratoria e l'alcalosi respiratoria sono due eventi mutuamente esclusivi

Se ci si trova in una delle condizioni patologiche non si può simultaneamente avere anche l'altra

**Una malattia cardiaca e
il reflusso gastro-esofageo
non sono eventi mutuamente esclusivi**

Se un soggetto presenta dolore al torace e l'ECG conferma la presenza di un infarto, non significa necessariamente che il soggetto non possa essere affetto anche da reflusso esofageo

Se due eventi A e B sono mutuamente esclusivi allora:

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B)$$

legge della somma.

Dati due eventi A, B, non mutuamente esclusivi la probabilità che si verifichi l'evento A o l'evento B è :

$$P(B \cup A) = P(A) + P(B) - P(B \cap A)$$

EVENTI CONDIZIONATI

DUE EVENTI A e B

SONO CONDIZIONATI

SE IL VERIFICARSI DI A DIPENDE DA B

O VICEVERSA

Noi tutti sappiamo che attualmente l'aspettativa di vita è di circa 75 anni in Italia.

Le donne vivono più a lungo (circa 80 anni) rispetto agli uomini (circa 74 anni)

Per i nuovi nati l'aspettativa di vita è stimata intorno a 130 anni

La probabilità che una persona possa vivere più di 80 anni è condizionata da molti fattori: sesso, anno di nascita, razza, ecc...

Talvolta tutti i possibili risultati possono essere un sottoinsieme del totale.

Se A e B sono il risultato di un esperimento può accadere che il verificarsi dell'evento B sia modificato dal fatto che si sia verificato l'evento A.

Si dice allora che l'evento B è condizionato da A e la probabilità che si verifichi l'evento B è condizionata dalla probabilità dell'evento A:

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Supponiamo che in ospedale si sia verificata una epidemia di tossinfezione alimentare ci furono 99 casi di malattia tra i 158 pazienti che avevano consumato il pranzo. Dei 158 pazienti 133 avevano consumato il pollo e tra questi 97 si ammalarono

Sapendo che il paziente ha consumato il pollo (A) qual è la sua probabilità di ammalarsi (B)?

$$\begin{aligned} P(B/A) &= P(B \cap A) / P(A) = (97/158) / (133/158) \\ &= 97/133 = 0,73 = 73\% \end{aligned}$$

$$P(B=\text{malattia}) = 99/158 = 0,63 = 63\%$$

EVENTI INDIPENDENTI

DUE EVENTI A e B

SONO INDIPENDENTI

SE IL VERIFICARSI DI A NON DIPENDE DAL

VERIFICARSI DI B E VICEVERSA

Se due eventi sono indipendenti allora la probabilità di $B \cap A$ è data dal prodotto della probabilità di A per la probabilità di B:

$$P(B \cap A) = P(A) * P(B)$$

legge del prodotto

Supponiamo che sia noto che un farmaco produca effetti collaterali nel 10% dei pazienti che lo assumono. Un medico ha somministrato il farmaco a 2 pazienti.

Qual è la probabilità che entrambi presentino l'effetto collaterale?

A= paziente 1 presenta l'effetto collaterale

B= paziente 2 presenta l'effetto collaterale

$$P(B \cap A) = P(A) * P(B) = 0.1 * 0.1 = 0.01 = 1\%$$

Supponiamo che sia noto che un farmaco produca effetti collaterali nel 10% dei pazienti che lo assumono. Un medico ha somministrato il farmaco a 2 pazienti.

Qual è la probabilità che almeno uno dei pazienti presenti l'effetto collaterale?

A= paziente 1 presenta l'effetto collaterale

B= paziente 2 presenta l'effetto collaterale

$$\begin{aligned} P(B \cup A) &= P(A) + P(B) - P(B \cap A) \\ &= 0.1 + 0.1 - 0.01 = 0.19 = 19\% \end{aligned}$$