2ª PROPRIETA' MEDIA ARITMETICA

$$\sum_{i=1}^{s}(x_i-\mu)^2\cdot n_i=\min imo$$

DIMOSTRAZIONE

Indichiamo con k un valore qualunque diverso da μ e per facilitare la dimostrazione poniamo:

$$k\neq\mu \qquad d=\mu-k \qquad k=\mu-d$$

Consideriamo, quindi, la somma del quadrato degli scarti $x_i - k$

$$\sum_{i=1}^{s}(x_i-k)^2\cdot n_i$$

andando a sostituire

$$\sum_{i=1}^{s}(x_i-\mu+d)^2\cdot n_i$$

e risolvendolo come un binomio

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

PRIMO TERMINE: $x_i - \mu$

SECONDO TERMINE: d

$$\sum_{i=1}^{s}\left[\left(x_i-\mu\right)+d\right]^2\cdot n_i =$$

$$=\sum_{i=1}^{s}\left(x_i-\mu\right)^2\cdot n_i + d^2\cdot\sum_{i=1}^{s} n_i + 2d\cdot\cancel{\sum_{i=1}^{s}}\left(x_i-\mu\right)\cdot n_i =$$

$$=\sum_{i=1}^{s}\left(x_i-\mu\right)^2\cdot n_i + d^2\cdot N$$

QUINDI

$$\sum_{i=1}^{s}(x_i - k)^2 \cdot n_i = \sum_{i=1}^{s}(x_i - \mu)^2 \cdot n_i \underline{+ d^2 \cdot N}$$

A = B + quantità sempre positiva perché al quadrato