UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

DIPARTIMENTO DI SCIENZE POLITICHE

Geometria analitica

Insegnamento di Economia Politica e Politica Economica
A.A. 2019/2020

Docenti:
Capriati Michele
Dileo Ivano

Tutor: Simeone Enza

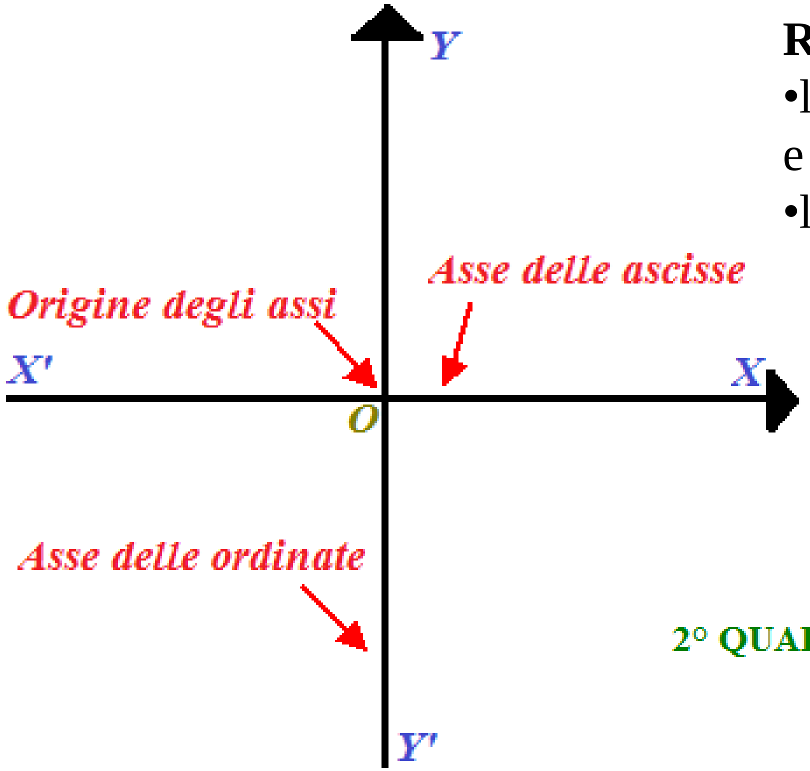
ASSI CARTESIANI ORTOGONALI

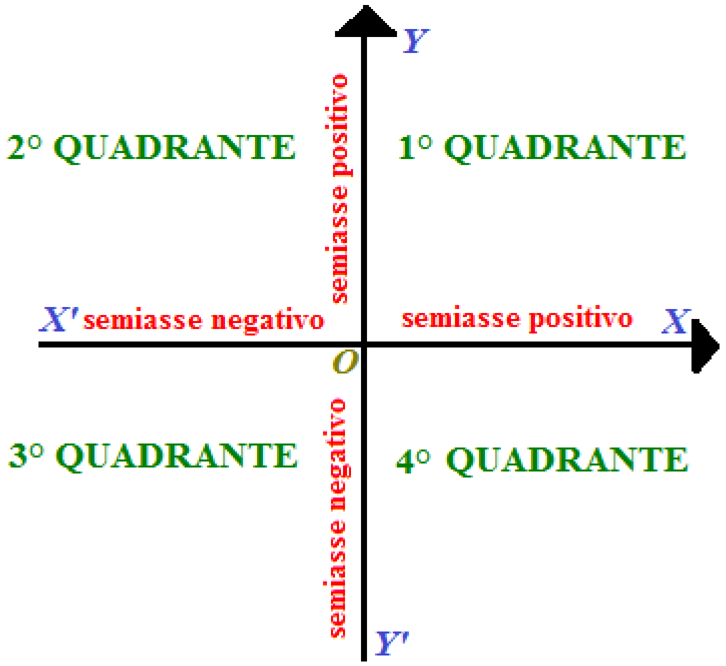
Iniziamo col disegnare sul piano **DUE RETTE** **PERPENDICOLARI**:

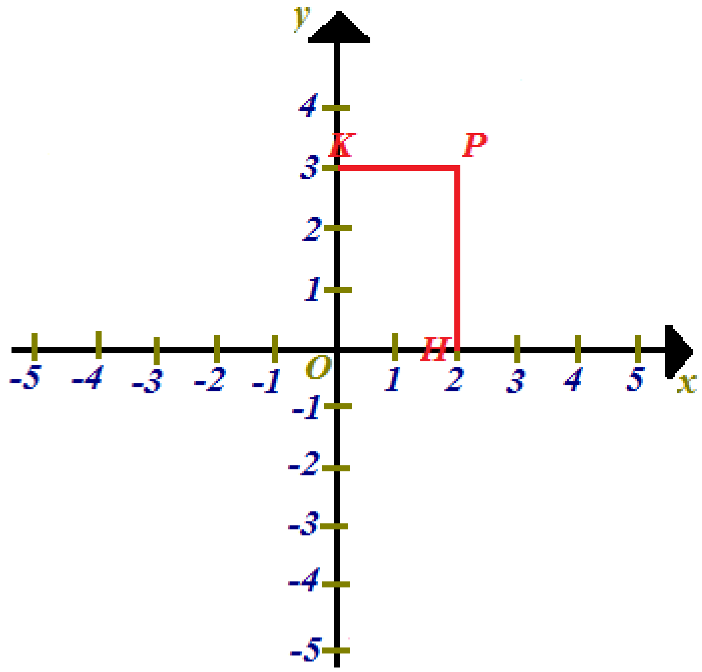
•la retta ***XX'***

e

•la retta ***YY'***.







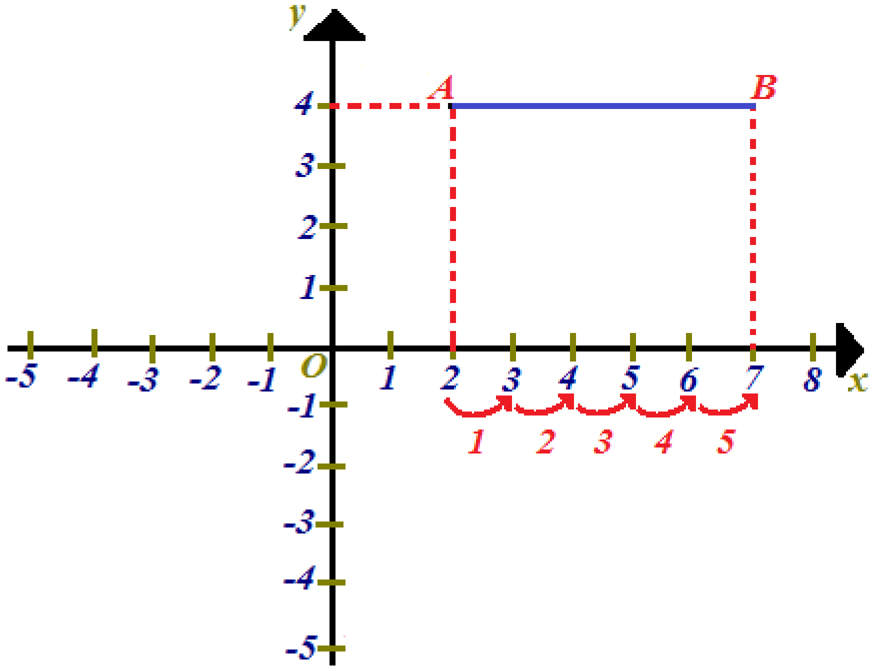
P (2; 3)

che si legge

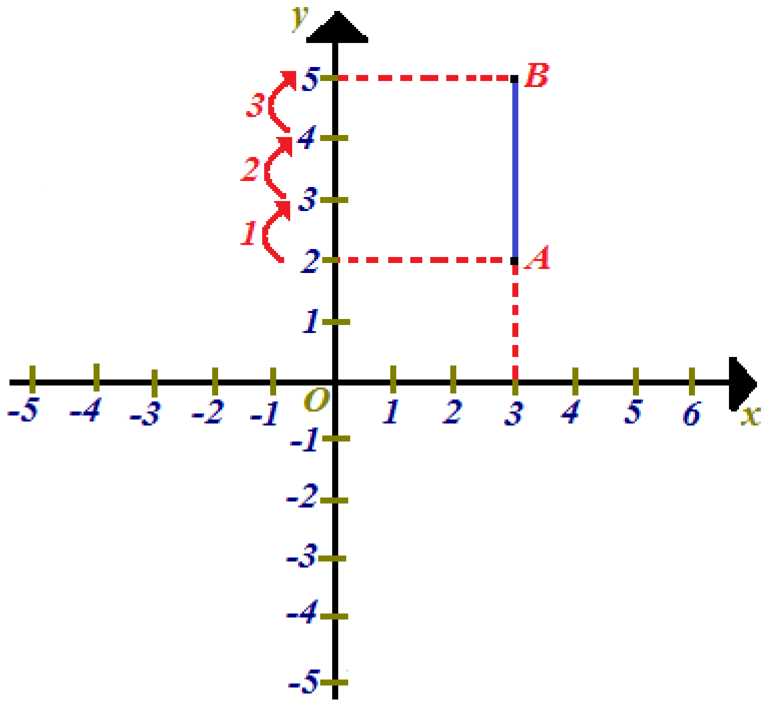
punto P di coordinante 2 e 3

DISTANZA TRA DUE PUNTI CON STESSA ORDINATA O STESSA ASCISSA

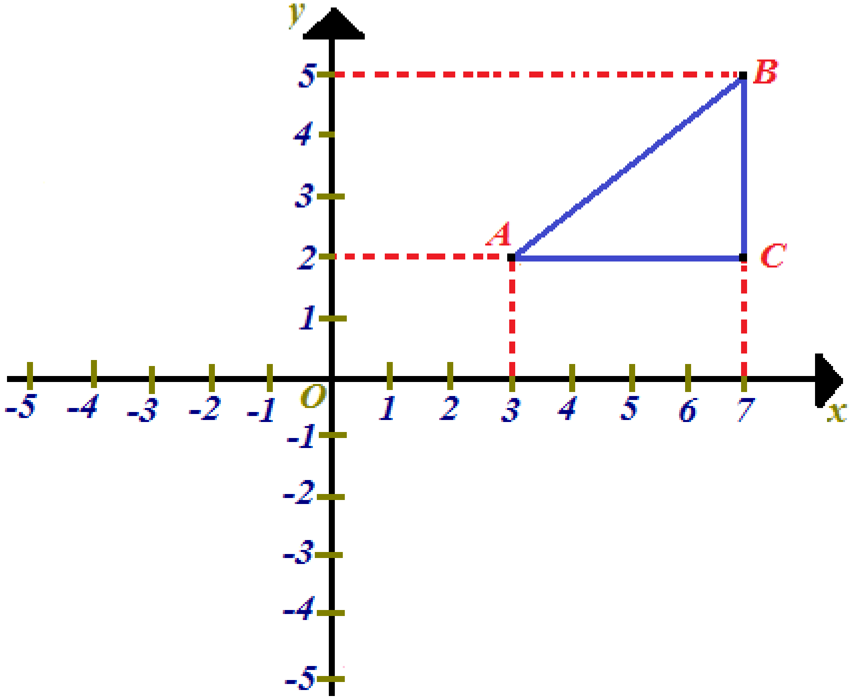
A (2; 4)
B (7; 4)



A (3; 2)
B (3; 5)



A (3; 2)
B (7; 5)



A $(x_1; y_1)$

e

B $(x_2; y_2)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Come possiamo notare il SEGMENTO AB non è altro che l'IPOTENUSA del triangolo rettangolo ABC:

Il triangolo ***ABC*** ha come cateti:

•il segmento ***AC***, che non è altro che la **distanza tra il punto *A* e il punto *C***, cioè la distanza tra due punti aventi la stessa ascissa;

•il segmento ***BC***, che non è altro che la **distanza tra il punto *B* e il punto *C***, cioè la distanza tra due punti aventi la stessa ordinata.

Una volta determinate le misure dei segmenti ***AC*** e ***BC***, applicando il **TEOREMA DI PITAGORA**, potremo facilmente trovare la misura del segmento ***AB***.

Iniziamo col trovare il segmento ***AC***:

•il punto ***A*** sappiamo che ha come coordinate ***3*** e ***2***;

•dal grafico sopra vediamo che il punto ***C*** ha come coordinate ***7*** e ***2***.

Quindi

AC = | 7 - 3 | = 4.

Passiamo a trovare il segmento ***BC***:

•il punto ***B*** sappiamo che ha come coordinate ***7*** e ***5***;

•mentre abbiamo visto che il punto ***C*** ha come coordinate ***7*** e ***2***.

Quindi

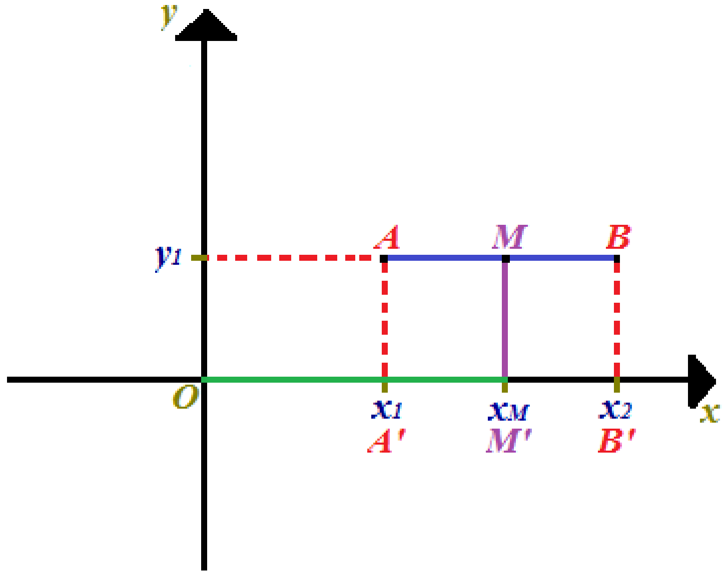
BC = | 5 - 2 | = 3.

A questo punto non ci resta che applicare il **TEOREMA DI PITAGORA** e trovare la misura del segmento ***AB***:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} =$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

DISTANZA DEL PUNTO MEDIO DI UN SEGMENTO



Osserviamo che per trovare l'ascissa x_M dobbiamo trovare la misura del segmento ***OM'*** che sugli assi cartesiani, riportati sotto, è evidenziato in **verde**. Inoltre, sull'asse delle ascisse abbiamo indicato con ***A'***, ***M'*** e ***B'*** le proiezioni dei punti ***A***, ***M*** e ***B*** sull'asse delle ***x***.

Ora notiamo che il segmento ***OM'*** è dato dal segmento ***OA'*** più il segmento ***A'M'***. Ovvero:

$$OM' = OA' + A'M'.$$

Ma sappiamo che ***A'M'*** è uguale alla metà del segmento ***A'B'***, dato che ***M'*** è il punto medio del segmento ***AB***. Quindi possiamo scrivere:

$$OM' = OA' + A'B'/2.$$

Essendo:

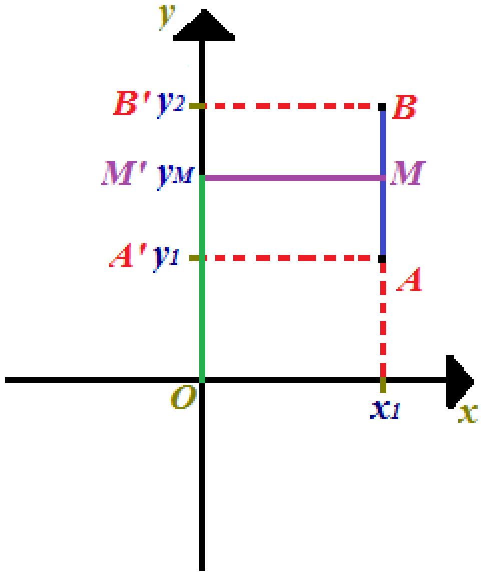
- $OA' = x_1$
- $A'B' = x_2 - x_1$ con $x_2 > x_1$

possiamo scrivere:

$$OM' = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{2}$$

$$OM' = \frac{2x_1 + x_2 - x_1}{2}$$

$$OM' = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



Essendo:

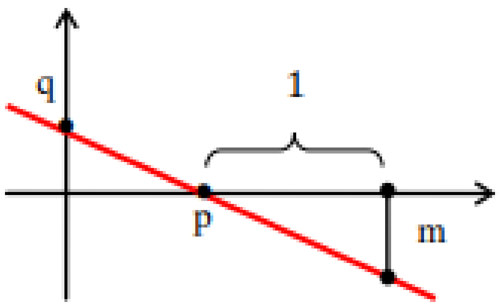
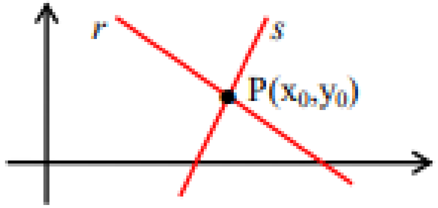
- $OA' = y_1$
- $A'B' = y_2 - y_1$ con $y_2 > y_1$

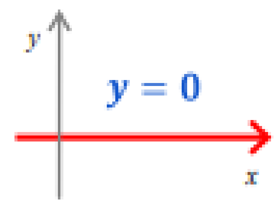
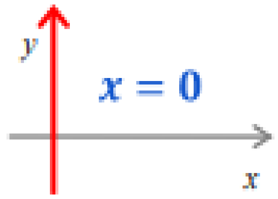
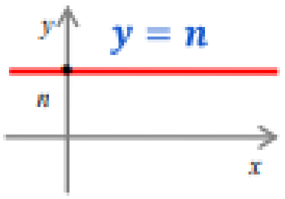
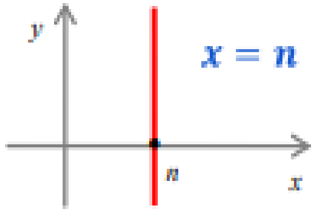
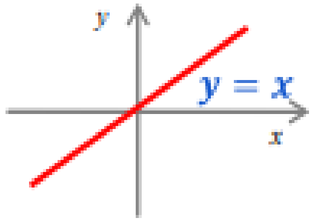
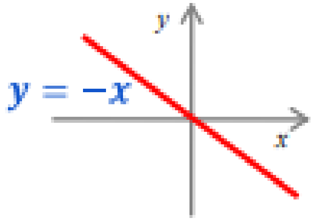
$$OM' = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{2}$$

$$OM' = \frac{2y_1 + y_2 - y_1}{2}$$

$$OM' = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

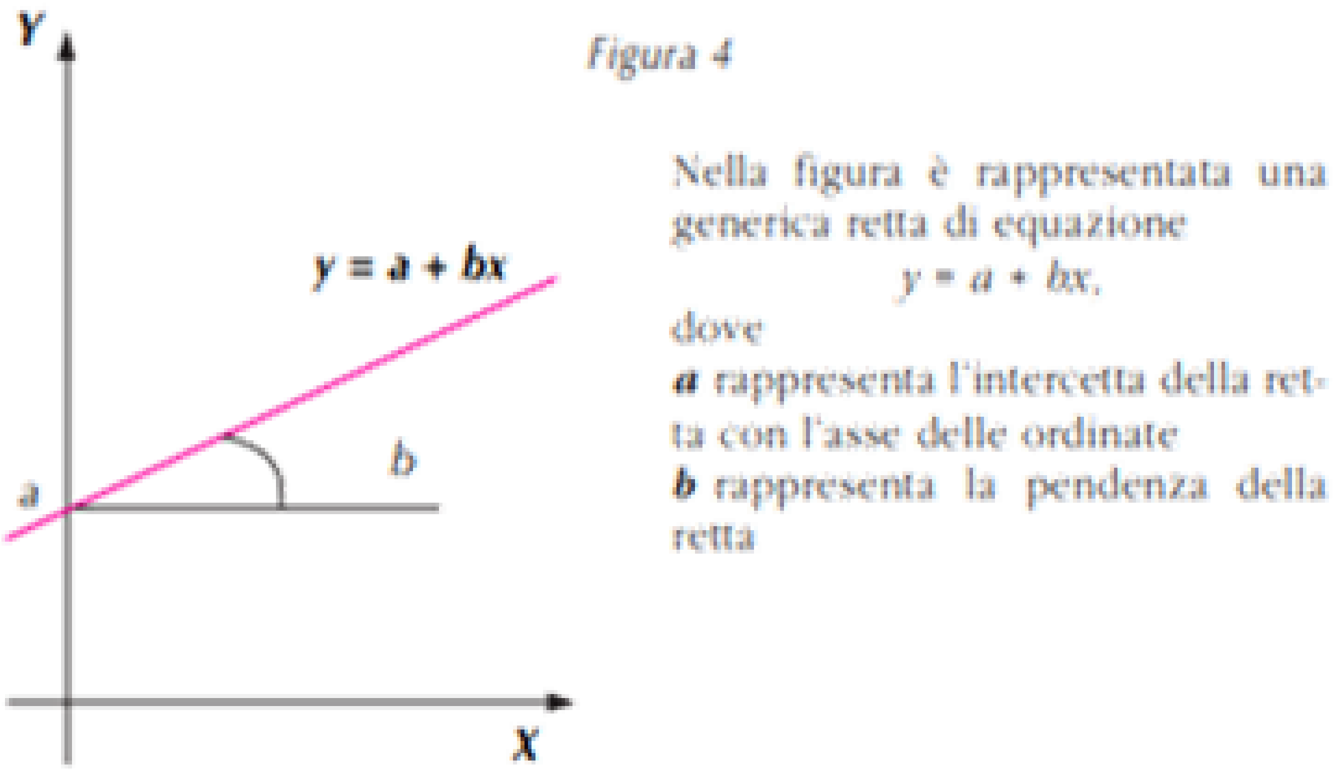
retta

$ax + by + c = 0$	forma implicita	equazione della retta **m** è il coefficiente angolare **q** è l'intersezione con l'asse delle y **p** è l'intersezione con l'asse delle x	
$y = mx + q$ $m = -\frac{a}{b}$ e $q = -\frac{c}{b}$	forma esplicita		
$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$	forma segmentaria		
$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$		**coefficiente angolare** della retta passante per due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$	
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$		equazione della **retta passante per due punti** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$	
$y - y_0 = m(x - x_0)$		equazione della **retta passante per un punto** $P(x_0, y_0)$ di coefficiente angolare **m**	
$m_r = m_s$		condizioni di **parallelismo** tra due rette r ed s	//
$m_r = -1/m_s$ oppure $m_r \cdot m_s = -1$		condizioni di **perpendicolarità** tra due rette r ed s	$\perp$
$\begin{cases} \text{equazione di } r \\ \text{equazione di } s \end{cases} \rightarrow x_0, y_0 \rightarrow P(x_0, y_0)$		punto $P(x_0, y_0)$ di **intersezione** tra due rette r ed s	

rette particolari					
					
asse x	asse y	parallela asse x	parallela asse y	bisettrice I e III q.	bisettrice II e IV q.

LE FUNZIONI

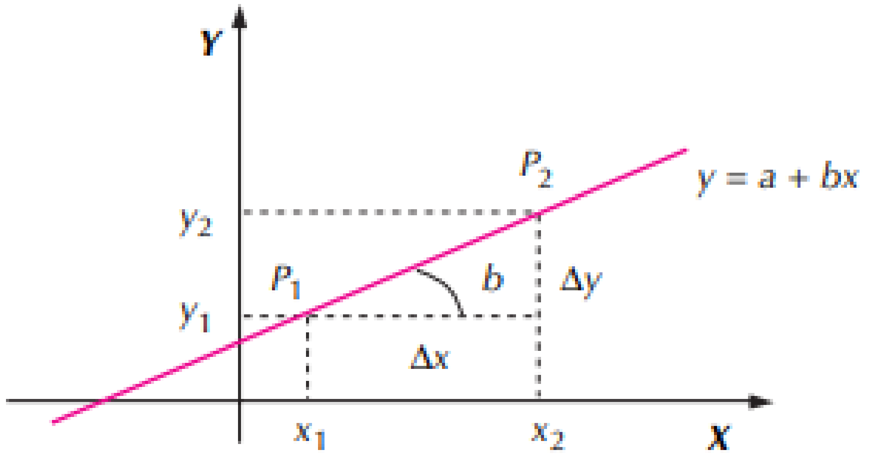
La funzione è una relazione y=f(x) che lega due variabili. L’insieme dei punti (x;y) che verificano questa relazione genera una linea che può essere una retta o una curva e che viene rappresentata in un sistema di assi cartesiani ortogonali mediante un grafico, quale diagramma della funzione.
La variabile **y** è «dipendente», mentre la variabile **x** è indipendente.
In economia la variabile dipendente viene rappresentata sull’asse delle ascisse, mentre quella indipendente sull’asse delle ordinate.



Ad esempio nel caso della curva di domanda e di offerta, diciamo che la quantità domandata (q) sull’asse delle ascisse, varia al variare del prezzo (p) sulle ordinate.
Dunque: q=f(p)

Attenzione: quando si modifica il valore dell’intercetta, la retta subisce una traslazione verso l’alto, se aumenta l’intercetta, verso il basso, se si riduce l’intercetta. Quando, invece, subisce una variazione b (coefficiente angolare), non vi è una traslazione ma una rotazione della retta.

Una retta generica, non parallela agli assi, di equazione y=a+bx interseca l’asse delle ascisse formando con esso un angolo.
La pendenza della retta può essere positiva o negativa:
Se b>0 la retta forma un angolo acuto (<90°) e ha pendenza positiva. Dunque all’aumentare della x aumenta la y e la funzione si dice crescente (es: curva di offerta);
Se b<0 la retta forma un angolo ottuso (>90°) con pendenza negativa, dunque all’aumentare della x diminuisce y e la funzione è decrescente (es: la curva di domanda).
La pendenza della retta è data, quindi, dal suo coefficiente angolare b, che altro non è che il rapporto tra la variazione della Y (Δy) e la variazione della X (Δx).



Dati 2 punti (P_1 e P_2) di coordinate rispettivamente (x_1; y_1) e (x_2; y_2) possiamo calcolare il coefficiente angolare b come segue:

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

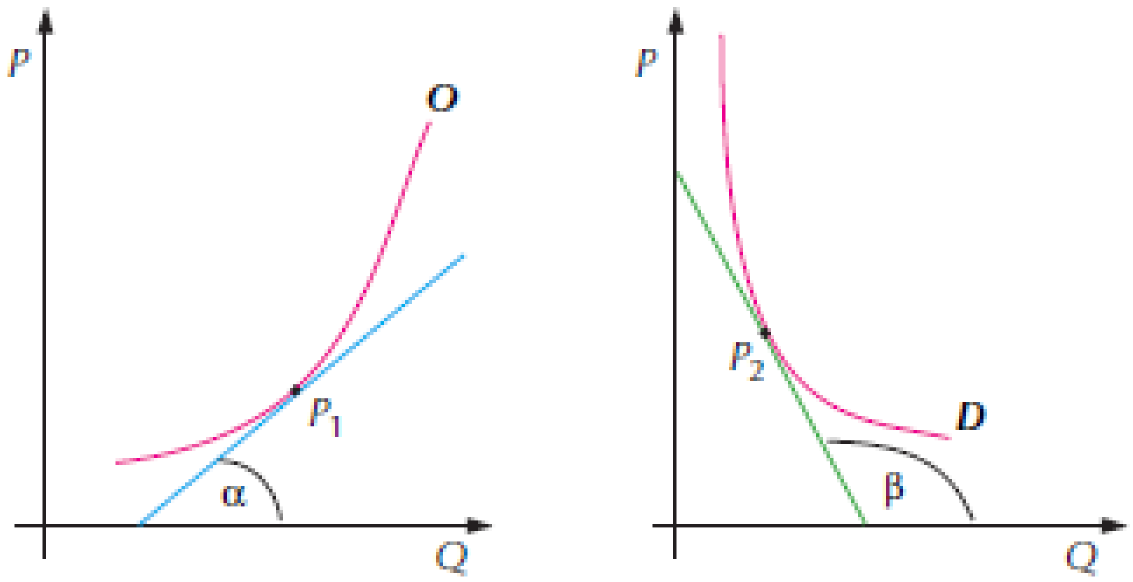
PENDENZA DI UNA CURVA

In economia le relazioni tra variabili, spesso, non sono lineari ma vengono rappresentate da linee curve (es: funzione dell'utilità totale).

Per calcolare la pendenza della curva in un determinato punto, si traccia la tangente alla curva nel punto considerato. Il coefficiente angolare della tangente indica se la curva è crescente o decrescente. Se il coefficiente angolare della tangente è positivo la curva avrà un andamento crescente con $\Delta y > \Delta x$; viceversa la curva avrà andamento decrescente $\Delta y < \Delta x$.

Il tasso di variazione della funzione, ossia il rapporto tra le due variazioni $\Delta y/\Delta x$, è il coefficiente angolare della retta o della tangente alla curva e può essere costante se la funzione è una retta oppure può variare se c'è una curva ed, in quest'ultimo caso, è uguale alla pendenza della tangente alla curva in quel punto.

Il rapporto $\Delta y/\ \Delta x$ può essere definito derivata prima. Se la derivata prima della funzione in quel punto è positiva, la curva è crescente; se negativa la curva è decrescente.



La tangente alla curva di offerta O nel punto P_1 forma un angolo acuto α con l'asse delle X, quindi il suo coefficiente angolare sarà positivo (cioè la derivata prima della curva in quel punto sarà positiva) e infatti la curva, nell'intorno di quel punto, è crescente.
La tangente alla curva di domanda ***D*** nel punto P_2 forma un angolo ottuso β con l'asse delle X, quindi il suo coefficiente angolare sarà negativo (cioè la derivata prima della curva in quel punto sarà negativa) e infatti la curva, nell'intorno di quel punto, è decrescente.

DALLA VARIAZIONE ASSOLUTA A QUELLA RELATIVA

La variazione assoluta tra due dati si ottiene facendo la differenza tra un dato al tempo t e un dato al tempo t-1.

Esempio: le fragole a Marzo 2019 costavano 3,50 euro, a Marzo 2018 costavano 3,00. A quanto ammonta la variazione assoluta? 3,50 (t) – 3(t-1) = 0,5 euro. Dunque il prezzo dal tempo t-1 al tempo t è aumentato di 0,5 euro in valore assoluto.

La variazione relativa (percentuale) è la differenza assoluta rapportata al tempo t-1 e moltiplicata per 100.

ESEMPIO: ((0,3/3)*100)=10% dunque il prezzo dal tempo t-1 al tempo t è aumentato del 10%.

ESEMPIO: CALCOLO DELLA VARIAZIONE DEL ***PIL*** NEL TEMPO

$$\frac{Y_{t+1} - Yt}{Yt}100$$

ATTENZIONE: quando vi è una moltiplicazione che esprime la variazione relativa, per trasformarla in variazione percentuale occorre sommare ogni membro.

ESEMPIO: la teoria quantitativa della moneta afferma che la causa dell'inflazione è la quantità di moneta in circolazione, ossia Mv=Py

Per trasformarla in variazione assoluta occorre sommare i fattori della moltiplicazione dunque: M+v=P+y

ESEMPIO: sostenibilità del debito pubblico, calcolata come rapporto tra debito pubblico e Pil, dunque: $\boldsymbol{\sigma_t = B_t/P_t\, y_t}$

Dunque $\boldsymbol{\Delta\%(\sigma_t) = \sigma_t = Bt/\ P_t\, y_t = Bt - P_t - y_t}$

CALCOLO DELL'ELASTICITA'

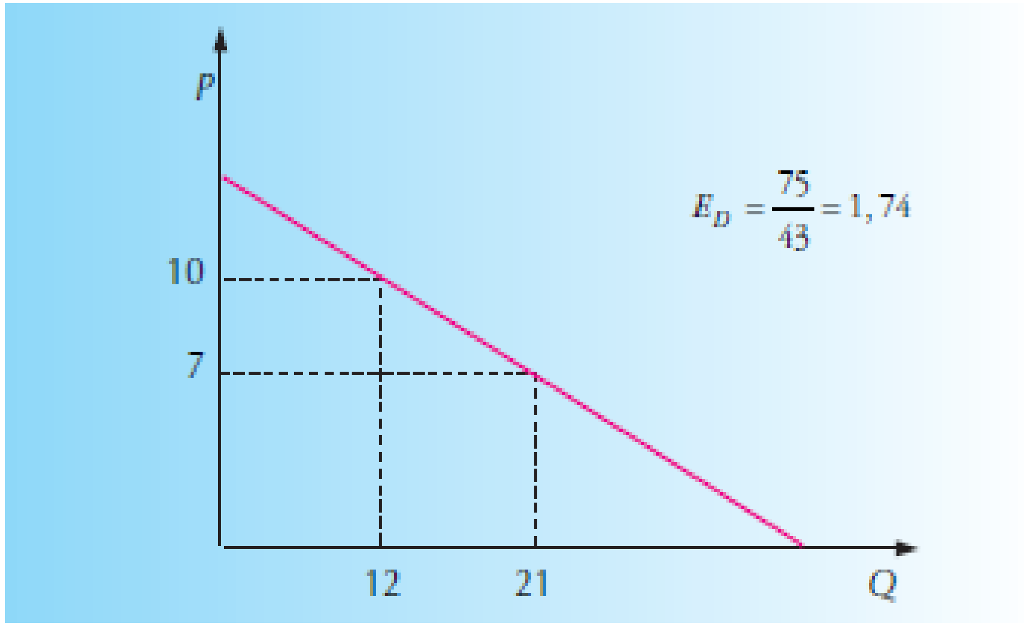
Per conoscere la sensibilità della variazione della quantità offerta o domandata di un bene al variare del prezzo, è opportuno calcolare l'elasticità.

FORMULA: $\frac{variazione\ \%\ Q\ domandata}{variazione\ \%\ prezzo} = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}$

L'elasticità è calcolata come rapporto tra le variazioni relative (e non assolute) di domanda e prezzo.

L'elasticità della domanda al prezzo ha valore negativo: le variazioni di prezzo e quantità vanno in direzioni opposte. Il valore dell'elasticità (considerato in valore assoluto) indica se la domanda è elastica o meno

– se $|\varepsilon| > 1$ → la domanda è elastica
– se $0 < |\varepsilon| < 1$ → la domanda è anelastica
– se $|\varepsilon| = 1$ → la domanda è a elasticità unitaria



ESEMPIO: Consideriamo una curva di domanda lineare, con una variazione del prezzo P di 3 unità, da 10 a 7. La quantità Q aumenta da 12 a 21 unità.

Calcoliamo la sensibilità della variazione di Q al variare di P:

$\frac{\Delta P}{P}$= (10-7)/7 =0,43 = 43% $\frac{\Delta Q}{Q}$= (21-12)/12 = 0,75 = 75%

dunque: E_D= = 75/43 = 1,74

Al posto di Q è possibile mettere la semisomma= (21-12)/2