

Concetti e metodi per le analisi statistiche:

elementi di matematica

Dott. M Dezio

I logaritmi

- Il **logaritmo** di x in base b , indicato con $\log_b x$, è il numero a cui bisogna elevare b per ottenere x
- Si ottiene dunque risolvendo l'equazione:

$$b^a = x \rightarrow a = \log_b x$$

I logaritmi sono molto utilizzati in statistica, poiché godono di molte proprietà che semplificano il calcolo e l'analisi. Per esempio vengono utilizzati nel calcolo della media geometrica, o per la stima di massima verosimiglianza ricorrendo alla funzione di log-verosimiglianza.

I logaritmi

Esempio:

$$\log_3 81 = ?$$

Stiamo cercando quel numero «?» che soddisfa la seguente equazione:

$$3^? = 81 = 3^4$$

→

$$? = 4$$

Proprietà dei logaritmi

- 1) Se la base del logaritmo è la costante di Nepero, si parla di logaritmo naturale.

$$e^a = x \rightarrow a = \ln x$$

Il logaritmo naturale è, senza dubbio, il tipo di logaritmo più utilizzato. Molto spesso può essere utile ricondurre un logaritmo a base b ad un logaritmo a base e :

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$$

Più in generale, per cambiare la base del logaritmo:

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

Proprietà dei logaritmi

- 2) Il logaritmo del prodotto di due numeri è uguale alla somma dei logaritmi dei singoli numeri:

$$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$$

Questa proprietà vale anche se i numeri considerati sono più di due, in sintesi, è sempre valida la seguente espressione:

$$\log\left(\prod_{i=1}^n y_i\right) = \sum_{i=1}^n \log(y_i)$$

Prodotto

Sommatoria

Proprietà dei logaritmi

3) Il logaritmo del rapporto di due numeri è uguale alla differenza dei logaritmi dei singoli numeri:

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$$

Proprietà dei logaritmi

4) Il logaritmo di una potenza è uguale al prodotto tra l'esponente e il logaritmo della base:

$$\log(x^y) = y \cdot \log x$$

Proprietà dei logaritmi

5) Il dominio del logaritmo è l'insieme dei numeri reali e positivi (\mathbb{R}^+). Non posso fare il logaritmo di un numero ≤ 0

6) Il logaritmo di 1 è sempre pari a zero, qualsiasi sia la base del logaritmo (escluso zero).

$$\log_a 1 = 0, \forall a \in \mathbb{R}^+$$