UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

DIPARTIMENTO DI SCIENZE POLITICHE

Concetti e metodi per le analisi statistiche:

elementi di matematica

Dott. M Dezio

Potenze

Una potenza rappresenta una forma più rapida ed efficiente di scrittura per le moltiplicazioni di un numero, che è chiamato "base" della potenza, per sé stesso ripetutamente per un numero specifico di volte, noto come "esponente" della potenza.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{\text{n volte}}$$

Proprietà delle potenze (1)

Proprietà	$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
Interpretazione	Il prodotto di due potenze aventi stessa base, è uguale alla base elevata alla somma degli esponenti.
Esempi	$7^2 \cdot 7^3 = 7^5$ $y^2 \cdot y^2 = y^4$

Proprietà delle potenze (2)

Proprietà	$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
Interpretazione	Il rapporto di due potenze aventi stessa base, è uguale alla base elevata alla differenza degli esponenti.
Esempi	$\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2$ $y^3/y^2 = y^{3-1} = \mathrm{y}$

Proprietà delle potenze (3)

Proprietà	$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$
Interpretazione	Una potenza elevata a una potenza, è data dalla base della potenza di partenza elevata al prodotto degli esponenti
Esempi	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(y^2)^5 = y^{2 \cdot 5} = \mathrm{y}^{10}$

Proprietà delle potenze (4)

Proprietà	$x^m \cdot y^m = (xy)^m$
Interpretazione	Il prodotto di due potenze aventi stesso esponente è dato dal prodotto delle basi elevato all'esponente
Esempi	$2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3$ $y^2 \cdot z^2 = (yz)^2$

Proprietà delle potenze (5)

Proprietà	$x^m/y^m = (x/y)^m$
Interpretazione	Il rapporto di due potenze con lo stesso esponente è uguale al rapporto delle loro basi elevato allo stesso esponente.
Esempi	$2^3/3^3 = (2/3)^3$ $y^2/z^2 = (y/z)^2$

Proprietà delle potenze (6)

Proprietà	$$x^{-m} = \frac{1}{x^m}$$
Interpretazione	Un numero elevato ad un esponente negativo è uguale all'inverso della base elevata allo stesso esponente, ma positivo.
Esempi	$3^{-5} = 1/3^5$ $y^{-2} = 1/y^2$

Proprietà delle potenze (7)

Proprietà	$x^0 = 1, \forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0$
Interpretazione	Qualsiasi numero elevato a zero è uguale a 1. Questo è vero tranne per 0, infatti 0^0 è una forma indeterminata.
Esempi	$3^0 = 1$ $y^0 = 1 \leftrightarrow y \neq 0$

Proprietà delle potenze (7)

Proprietà	$x^{\mathbf{1}} = \boldsymbol{x}, \forall x \in \mathbb{R}$
Interpretazione	Qualsiasi numero elevato a uno è uguale a se stesso.
Esempi	$3^1 = 3$ $y^1 = y$

Proprietà delle potenze (8)

Proprietà	$1^m = 1, \forall m \in \mathbb{R}$
Interpretazione	Uno elevato a qualsiasi numero è sempre uguale a uno.
Esempi	$1^5 = 1$ $1^y = 1$

Proprietà delle potenze (9)

Proprietà	$0^m = 0, \forall m \in \mathbb{R}, m \neq 0$
Interpretazione	Zero elevato a qualsiasi numero è sempre uguale a zero, tranne se l'esponente è anch'esso zero, poiché in quel caso avremmo una forma indeterminata.
Esempi	$0^5 = 0$ $0^y = 0 \leftrightarrow y \neq 0$

Proprietà delle potenze (10)

Proprietà	$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}, \qquad con\, m \neq 0$
Interpretazione	Un qualsiasi numero elevato a una potenza razionale (m/n) è uguale alla radice m-esima della base elevata al numeratore dell'esponente (cioè, a n)
Esempi	$2^{3/5} = \sqrt[5]{2^3}$ $y^{3/5} = \sqrt[5]{y^3}$

Proporzioni: definizioni

- Una proporzione è un uguaglianza tra due rapporti, pertanto può essere scritta come segue:

$$x : y = z : a$$

x e a sono detti **estremi della proporzione**

y e z sono detti **medi della proporzione**

x e z sono detti anche **antecedenti della proporzione**

y e a sono detti anche **conseguenti della proporzione** e devono necessariamente essere diversi da 0.

Proporzioni: proprietà

Proprietà fondamentale:

$$\mathbf{x : y = z : a} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{a} \rightarrow \frac{xa}{y} = z \rightarrow \mathbf{xa = yz}$$

Proprietà dell'inversione:

$$\mathbf{x : y = z : a} \rightarrow xa = yz \rightarrow a = \frac{yz}{x} \rightarrow \frac{a}{z} = \frac{y}{x} \rightarrow \mathbf{a : z = y : x}$$

Proporzioni: proprietà

Proprietà delle proporzioni composte:

$$\mathbf{x:y=z:a} \rightarrow z:a=b:c \rightarrow \mathbf{x:y=b:c}$$

Proprietà del comporre:

$$\mathbf{x:y=z:a} \rightarrow (\mathbf{x+y}):\mathbf{x}=(\mathbf{z+a}):\mathbf{z}$$

$$\mathbf{x:y=z:a} \rightarrow (\mathbf{x+y}):\mathbf{y}=(\mathbf{z+a}):\mathbf{a}$$

Proprietà dello scomporre:

$$\mathbf{x:y=z:a} \rightarrow (\mathbf{x-y}):\mathbf{x}=(\mathbf{z-a}):\mathbf{z}$$

$$\mathbf{x:y=z:a} \rightarrow (\mathbf{x-y}):\mathbf{y}=(\mathbf{z-a}):\mathbf{a}$$