



**Facciamo statistica! Conoscere la realtà che ci circonda
attraverso i numeri**

Materiale didattico

prof.ssa Nunziata Ribecco nunziata.ribecco@uniba.it
prof.ssa Angela Maria D'Uggento angelamaria.duggento@uniba.it

Oltre a descrivere i fenomeni, la Statistica è utile anche per **esplorare le relazioni** tra le variabili...

indipendenza, dipendenza e interdipendenza?

Analisi statistica univariata

Considera una sola variabile/mutabile per volta, ad esempio età, voto, numero iscritti, altezza, residenza, titolo studio, genere, ecc.

Gli strumenti

1. Medie e rappresentazioni grafiche
2. Variabilità
3. Numeri indici

Analisi statistica bivariata

Studia due variabili/mutabili contemporaneamente con scopo descrittivo o per individuare le eventuali relazioni tra le variabili quali ad esempio peso/altezza, voto X/voto Y, numero iscritti/sex, titolo studio/voto laurea, risparmio/consumo, ecc.

Le relazioni possibili sono: Indipendenza; Regressione semplice; Correlazione semplice.

Analisi statistica **multivariata**

Studia l'influenza contemporanea di tre o più variabili

Tecniche statistiche

1. Analisi fattoriale
2. Cluster analysis
3. Scaling Multidimensional
4. Regressione multipla
5. Correlazione canonica
6. Analisi corrispondenze

Relazioni tra variabili

REGRESSIONE



Analisi della **DIPENDENZA**

tra due variabili statistiche X e Y

CORRELAZIONE



Analisi della

INTERDIPENDENZA tra due
variabili statistiche X_1 e X_2

INDIPENDENZA



Il variare di una delle due
variabili statistiche X_1 e X_2 non
produce alcun effetto sull'altra

L'analisi della dipendenza o regressione

Con la regressione si analizza la dipendenza della variabile Y in funzione della variabile X

X = Variabile INDIPENDENTE o REGRESSORE O ANTECEDENTE

Y = Variabile DIPENDENTE o CONSEGUENTE

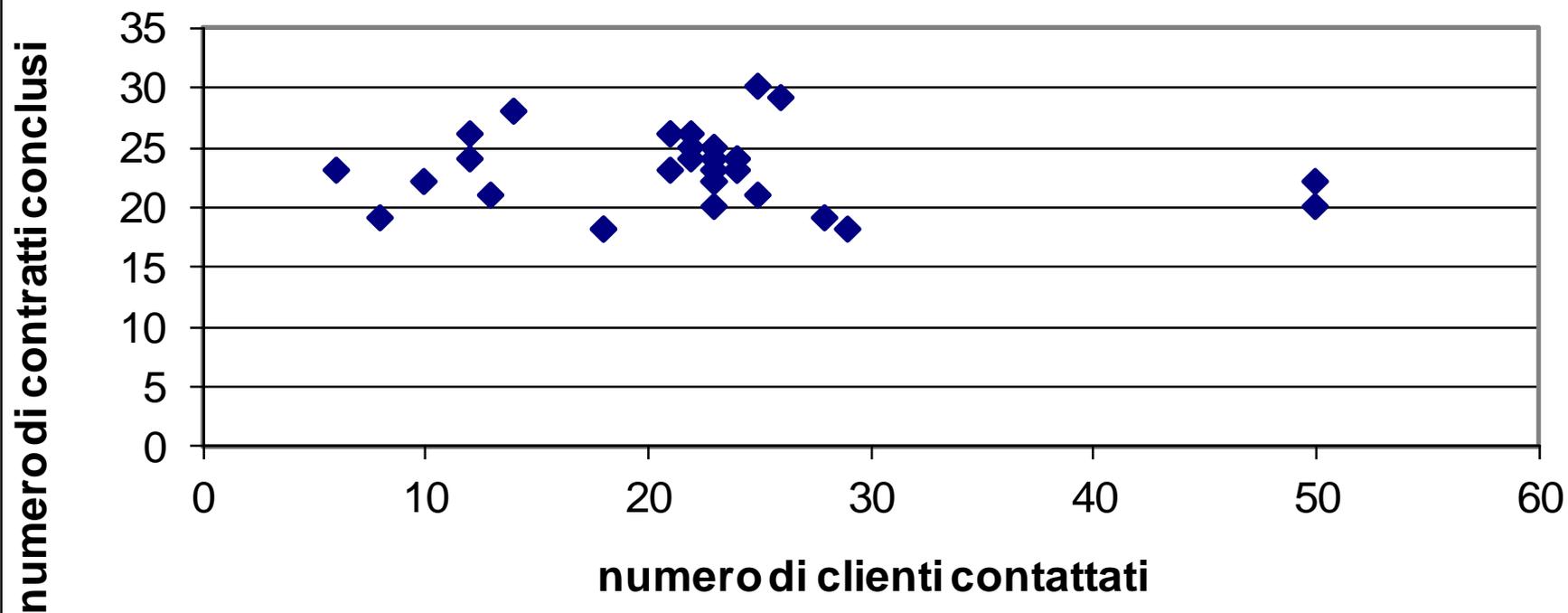
Lo scopo della regressione è quello di individuare la eventuale relazione tra le due variabili (rappresentata graficamente dalla nuvola di punti o scatter) esplicitandola attraverso una funzione matematica

Esempi:

X = n.ro clienti contattati; Y = n.ro contratti conclusi

X= reddito; Y=consumo

Scatter



Regressione lineare

La relazione tra le due variabili è, per semplicità, supposta lineare, pertanto sarà studiata attraverso il modello della retta di regressione

$$y^* = a + bx$$

La stima dei parametri incogniti a e b della funzione di regressione avviene con il **metodo dei minimi quadrati**. Tale metodo consiste nel rendere minima la differenza al quadrato tra valori teorici (valori da modello) e valori empirici (dati rilevati).

Regressione lineare

Il parametro a esprime il valore che assume Y quando X è pari a 0

Il parametro b indica come varia **IN MEDIA** il carattere Y al variare di **una unità** del carattere X

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \bar{y} - b\bar{x} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \end{array} \right.$$

Con Excel: b si calcola con funzione «pendenza», a con funzione «intercetta». L'equazione si inserisce insieme a R^2 dal grafico a dispersione

Il significato dei parametri della retta di regressione

a è l'intercetta o termine noto ed esprime il valore di Y quando $x=0$;

b è il coefficiente angolare della retta e quindi

$$-\infty \leq b \leq +\infty$$

E' anche detto coefficiente di regressione ed esprime la variazione media del carattere Y al variare **unitario** del carattere X .

Se $b > 0$ c'è dipendenza diretta tra X e Y , cioè Y aumenta in media all'aumentare di X ;

se $b < 0$ c'è dipendenza inversa tra X e Y , cioè Y diminuisce in media all'aumentare di X ;

se $b = 0$ vi è indipendenza di Y da X .

L'interdipendenza o Correlazione semplice

La correlazione misura l'interdipendenza tra due caratteri X_1 ed X_2 in termini di concordanza o discordanza.

In tal caso non è possibile distinguere il carattere dipendente da quello indipendente.

Una misura assoluta della concordanza/discordanza è la codevianza.

$$Codev(X, Y) = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

La correlazione si misura con il coefficiente di correlazione r di Bravais Pearson

La Correlazione semplice

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

Codevarianza

= +1 max
concordanza

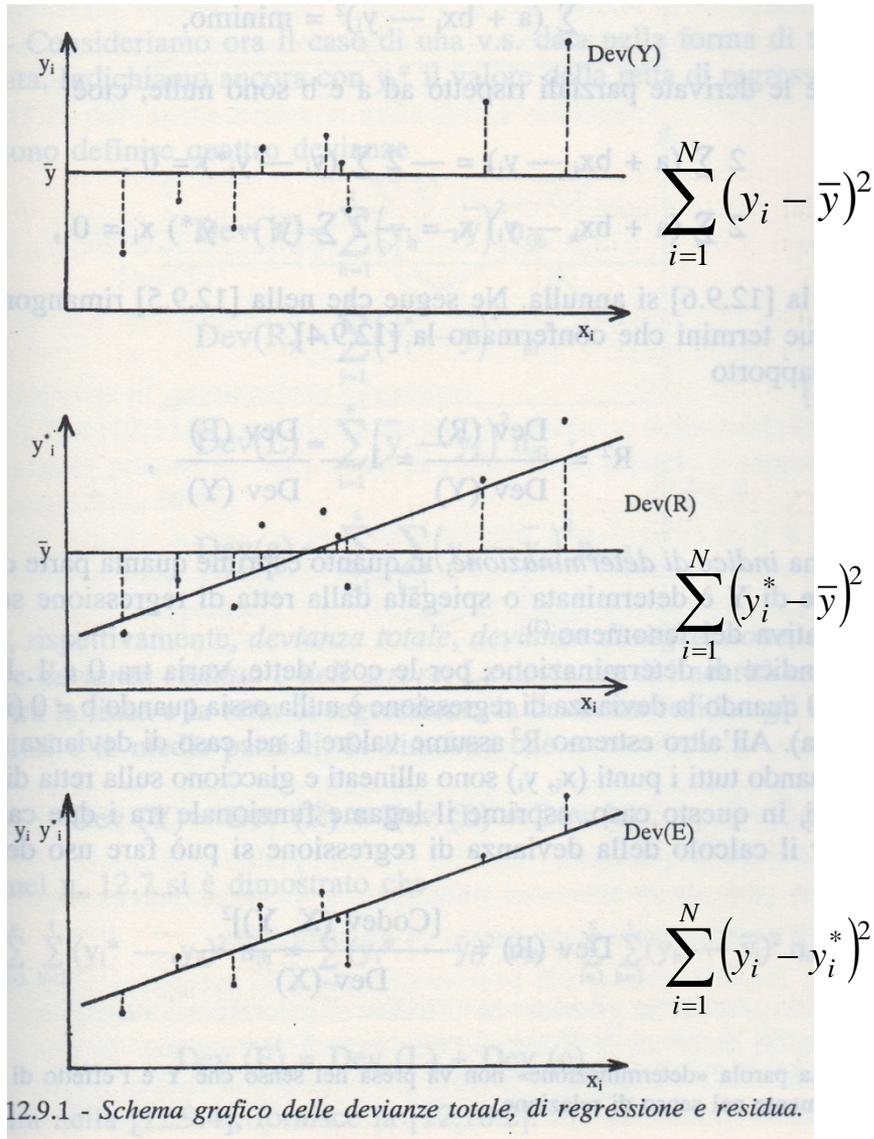
= 0 indifferenza

= -1 max
discordanza

Devianza di X
e Devianza di
Y

$$-1 \leq r \leq +1$$

Varianza di regressione



Analogamente a quanto accade per la media, è possibile studiare la dispersione dei valori osservati di Y intorno alla retta di regressione. Dispersione elevata significa limitata attendibilità delle previsioni fatte con il modello scelto (retta di regressione); il contrario se la dispersione è bassa.

L'adattamento si misura con R^2 .

Le tre devianze sono date rispettivamente dalla somma dei quadrati dei segmenti verticali tratteggiati.

Si dimostra che

$$Dev(Y) = Dev(R) + Dev(E)$$

Fitting del modello: l'indice di determinazione R^2

$$R^2 = \frac{Dev(R)}{Dev(Y)} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i^* - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

R^2 esprime la bontà di adattamento del modello di regressione cioè quanta parte della devianza totale di Y è spiegata dalla retta scelta

$$R^2 = \frac{Dev(R)}{Dev(Y)} = 1 - \frac{Dev(E)}{Dev(Y)} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

$R^2 = +1$ quando $Dev(E) = 0$ cioè tutti i punti sono perfettamente allineati su retta regressione

$R^2 = 0$ quando $Dev(R) = 0$ cioè $b = 0$ cioè indipendenza in media