

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA A

Giovanni investe un capitale $C = 10000$ euro al tempo $t = 0$ in capitalizzazione semplice per 18 mesi al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}}$. Il montante ottenuto viene reinvestito per altri 3 anni al tasso semestrale $j_{\frac{1}{2}} = 2i_{\frac{1}{2}}$ ancora in capitalizzazione semplice realizzando un montante finale di 20000 euro. Calcolare $i_{\frac{1}{2}}$.

Soluzione: $i_{\frac{1}{2}} = 0.0584$

Susanna riceve al tempo $t = 0$ la somma $S = 150000$ da restituire con tre rate semestrali posticipate R_1, R_2, R_3 . Sapendo che il tasso di interesse convertibile semestralmente $j(2) = 0.10$ e che:

$$R_2 = 4R_1; \quad R_3 = 2R_2;$$

stilare il piano di ammortamento.

Soluzione: $R_1 = 13053.46; I_1 = 7500; C_1 = 5553.46; R_2 = 52213.84; I_2 = 7222.32; C_2 = 44991.52; R_3 = 104427.68; I_3 = 4972.75; C_3 = 99454.93$

Vito dispone di un progetto per il quale investe al tempo $t = 0$ (tempo espresso in anni) un capitale di 12000 euro e riceve una somma 6000 in $t = 1$ e una somma X euro in $t = 2$. Sapendo che il TIR di questo progetto è del 12%, determinare l'importo X . Dopo aver calcolato X , calcolare il REA dell'operazione al tasso annuo del 10%.

Soluzione: $X = 8332.80; REA = 341.15$

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 87 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 80 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 85 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 6$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 4)$, $i(0, 6)$, $i(4, 6)$.

Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 100.000.

Soluzione: $r(0, 4) = 1.1494; i(0, 4) = 0.0354; r(0, 6) = 1.25; i(0, 6) = 0.0379; r(4, 6) = 1.1764; i(4, 6) = 0.0860; r(0, 4)r(4, 6) = 1.3521 > r(0, 6) = 1.25;$

Nicola dispone una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 20000 al tempo $t = 2$, euro 30000 al tempo $t = 4$, euro 50000 al tempo $t = 7$. Calcolare la duration di F utilizzando il tasso istantaneo di valutazione $\delta = 0.09$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso istantaneo $\delta = 0.09$ al tasso di valutazione $\delta' = 0.11$.

Soluzione: $dur(0, 0.09) = 4.72; var(0.02) = -0.0944$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.50; \quad \sigma_A = 1; \quad \mu_B = 0.70; \quad \sigma_B = 3; \quad \rho_{AB} = -0.5$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

Soluzione: $\sigma_P^2 = 13\alpha^2 - 21\alpha + 9; \alpha^* = 0.8076; \mu_P = 0.70 - 0.20\alpha; \alpha = 3.5 - 5\mu_P; \sigma_P^2 = 325\mu_P^2 - 350\mu_P + 94.75; \mu_P^* = 0.5384; (\sigma_P^2)^* = 0.5192$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA B

Giovanni ha versato in banca sei anni fa la somma di 22500 euro al tasso di interesse trimestrale del $i_{\frac{1}{4}} = 0.02$ in capitalizzazione composta. Oggi ritira il montante ottenuto e versa ulteriori 5000 euro. Quale tasso annuo dovrà stipulare con la banca per ottenere un capitale di 50000 euro tra due anni in regime di interesse semplice?

Soluzione: $M_0 = 36189.83; i = 0.1069$

Susanna riceve al tempo $t = 0$ la somma $S = 200000$ da restituire con quattro rate semestrali posticipate R_1, R_2, R_3 e R_4 . Sapendo che:

$$C_1 = C_3 = 2C; \quad C_2 = C_4 = 3C;$$

e che il tasso di interesse annuo $i = 0.06$ per il primo anno e $j = 0.08$ per il secondo anno, stilare il piano di ammortamento.

Soluzione: $C = 20000; C_1 = C_3 = 40000; C_2 = C_4 = 60000;$

Vito riceve al tempo $t = 0$ un finanziamento di 20000 euro da restituire con due rate $R_1 = 12000$ euro al tempo $t = 1$ e $R_2 = 14000$ euro al tempo $t = 2$. Inoltre egli deve pagare i seguenti importi: 800 euro al tempo $t = 0$ per spese di apertura pratica; 100 euro al tempo $t = 1$ e $t = 2$ per spese di riscossione rate. Calcolare il TAN e TAEG dell'operazione finanziaria.

Soluzione: $TAN = 0.1889; TAEG = 0.2282$

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 96 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 2$ e scadenza $t = 5$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 2)$, $i(0, 5)$, $i(2, 5)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 50000.

Soluzione: $r(0, 2) = 1.075; i(0, 2) = 0.0356; r(0, 5) = 1.0416; i(0, 5) = 0.0081; r(2, 5) = 1.0989; i(2, 5) = 0.0319; r(0, 2)r(2, 5) = 1.1813 > r(0, 5) = 1.0416$

Nicola dispone di un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 10000 al tempo $t = 1$, X euro al tempo $t = 3$ e $2X$ euro al tempo $t = 5$. Calcolare l'importo $X > 0$ tale che la duration utilizzando il tasso di valutazione annuo $i = 0.06$ è $dur_F(0.06) = 3.5$ anni.

Soluzione: $X = 12944.76$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 1; \quad \mu_B = 0.45; \quad \sigma_B = 3; \quad \rho_{AB} = \rho$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.38$
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza al variare di ρ .

Soluzione: $\mu_P = 0.38$ se $\alpha = 0.4666; \sigma_p^2 = \alpha^2(10 - 6\rho) + \alpha(6\rho - 18) + 9; \alpha^* = \frac{3(\rho-3)}{2(3\rho-5)}$ se $\rho \leq \frac{1}{3}; \alpha^* = 1$ se $\rho > \frac{1}{3}$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA C

Giovanni investe al tempo $t = 0$ il capitale $C = 40\,000$ euro per 25 mesi in capitalizzazione composta al tasso annuo $i = 0.10$. Il montante M_1 così ricavato viene immediatamente reinvestito in capitalizzazione semplice per 6 semestri al tasso annuo j producendo un montante finale $M = 2M_1$. Calcolare il tasso j e il montante finale M .

$M_1 = 48\,785.94; j = 0.3333$

Susanna riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di $S = 100\,000$ euro da restituire secondo un piano di ammortamento a quote capitali costanti (ammortamento italiano) con 8 rate trimestrali posticipate, al tasso di interesse annuo convertibile trimestralmente del $j(4) = 0.12$. Calcolare le rate R_1 ed R_2 . Dopo aver pagato la seconda rata, il debitore sospende il pagamento delle successive tre rate e concorda con la banca che il debito sia remunerato allo stesso tasso convertibile trimestralmente del $j(4) = 0.12$. Al tempo $t = 5$ riprende la restituzione del debito, secondo un piano di ammortamento francese con 10 rate trimestrali costanti posticipate (la prima rata pagata in $t = 6$) e al tasso annuo del $i = 15\%$. Calcolare l'importo W delle nuove rate.

Soluzione: $C = 12\,500; I_1 = 3\,000; R_1 = 15\,500; I_2 = 2\,625; R_2 = 15\,125; D_2 = 75\,000; D_5 = 81\,954.52; W = 9\,879.17$

Vito deve scegliere tra due opportunità commerciali A e B per la quali deve spendere la somma di $20\,000$ euro al tempo $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate:

- A: $E_1 = 15\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $E_2 = 8\,000$ euro al tempo $t = 2$;
- B: $E_1 = 18\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $E_2 = 4\,000$ euro al tempo $t = 2$.

Dire quale delle due opportunità commerciali è più conveniente utilizzando il criterio del rendimento economico attualizzato (REA) in base al tasso di valutazione $j = 0.05$

Soluzione: $REA_A = 1\,541.95; REA_B = 770.97; A \succ B$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 89 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 4)$, $i(0, 7)$.

Ipotizzando che sul mercato non si possano effettuare arbitraggi, determinare il tasso di interesse a termine $i(4, 7)$.

Soluzione: $i(0, 4) = 0.0210; i(0, 7) = 0.0167; i(4, 7) = 0.0111$

Nicola dispone di un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro $15\,000$ al tempo $t = 2$, X euro al tempo $t = 4$ e $7\,000$ euro al tempo $t = 5$. Calcolare l'importo $X > 0$ tale che la duration utilizzando il tasso di valutazione annuo $\delta = 0.07$ è $dur_F(0.07) = 3$ anni.

Soluzione: $X = 4\,200.59$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.10; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.30; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = \rho$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.25$
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza al variare di ρ .

Soluzione: $\mu_P = 0.25$ se $\alpha = 0.25$; $\sigma_p^2 = \alpha^2(20 - 16\rho) + \alpha(16\rho - 32) + 16$; $\alpha^* = \frac{2(\rho-2)}{4\rho-5} \quad \forall \rho \in [-1, 1]$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA D

Giovanni investe al tempo $t = 0$ la somma $C = 10000$ per 18 mesi in capitalizzazione composta al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.04$. Il montante ottenuto viene reinvestito in capitalizzazione semplice al tasso annuo $j = 0.07$ generando un montante finale M pari a 15000. Determinare dopo quanti anni si ottiene il montante finale M .

Soluzione: $t = 4.76$ anni.

Susanna riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 150000$ da restituire secondo un piano di ammortamento francese con venti rate annuali posticipate, al tasso di interesse semestrale del 5%. Calcolare la rata R . Dopo aver pagato la settima rata, il debitore ottiene di poter sospendere il pagamento delle successive tre rate e concorda con la banca che il debito residuo sia remunerato al tasso annuo $i = 0.12$. Al tempo $t = 10$ riprende la restituzione del debito secondo un piano di ammortamento americano con rate annuali pagando la prima rata al tempo $t = 11$ e l'ultima al tempo $t = 20$. Determinare la quota capitale Q versata al fondo e la quota interessi I sapendo che il tasso annuo debitore $i = 0.04$ e il tasso annuo creditore $j = 0.07$.

Soluzione: $R = 17920.53$; $D_7 = 125663.87$; $D_{10} = 176548.68$; $Q = 12778.15$; $I = 7061.94$

Vito riceve al tempo $t = 0$ un finanziamento di 20000 euro da restituire con due rate $R_1 = 15000$ euro al tempo $t = 1$ e $R_2 = 7000$ euro al tempo $t = 2$. Inoltre egli deve pagare i seguenti importi: x euro al tempo $t = 1$ e $t = 2$ per spese di riscossione rate, $2x$ euro al tempo $t = 0$ per spese di apertura pratica. Sapendo che il TAEG è del 20%, calcolare x .

Soluzione: $x = 748.04$

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 3$;
- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 95 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 3$ e scadenza $t = 6$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 3)$, $i(0, 6)$, $i(3, 6)$.

Soluzione: $i(0, 3) = 0.0435$; $i(0, 6) = 0.0139$; $i(3, 6) = 0.0172$

Nicola dispone una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 10000 al tempo $t = 3$, euro 50000 al tempo $t = 4$, euro 10000 al tempo $t = 10$. Calcolare la duration di F utilizzando il tasso di valutazione $i = 0.04$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso di valutazione $i = 0.04$ al tasso di valutazione $i' = 0.06$.

Soluzione: $dur(0.04) = 4.54$; $\delta = 0.0392$; $\delta' = 0.0582$; $var(0.019) = -0.0863$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.10; \quad \sigma_A = 1; \quad \mu_B = 0.25; \quad \sigma_B = 3; \quad \rho_{AB} = -0.7$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.40$
2. rappresentare nel piano media varianza i portafogli ammissibili e al frontiera efficiente.

Soluzione: $\mu_p = 0.25 - 0.15\alpha$; $\alpha = 1.6 - 6.6\mu_p$; $\mu_p = 0.40$ se $\alpha = -1$;
 $\sigma_p^2 = 14.2\alpha^2 - 22.2\alpha + 9$; $\sigma_p^2 = 631.11\mu_p^2 - 167.55\mu_p + 11.44$; $\mu_p^* = 0.1327$; $\alpha^* = 0.7816$; $(\sigma_p^2)^2 = 0.3232$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA B

Giovanni ha versato in banca sei anni fa la somma di 22500 euro al tasso di interesse trimestrale del $i_{\frac{1}{4}} = 0.02$ in capitalizzazione composta. Oggi ritira il montante ottenuto e versa ulteriori 5000 euro. Quale tasso annuo dovrà stipulare con la banca per ottenere un capitale di 50000 euro tra due anni in regime di interesse semplice?

Soluzione: $M_0 = 36\,189.83; i = 0.1069$

Susanna riceve al tempo $t = 0$ la somma $S = 200\,000$ da restituire con quattro rate semestrali posticipate R_1, R_2, R_3 e R_4 . Sapendo che:

$$C_1 = C_3 = 2C; \quad C_2 = C_4 = 3C;$$

e che il tasso di interesse annuo $i = 0.06$ per il primo anno e $j = 0.08$ per il secondo anno, stilare il piano di ammortamento.

Soluzione: $C = 20\,000; C_1 = C_3 = 40\,000; C_2 = C_4 = 60\,000;$

Vito riceve al tempo $t = 0$ un finanziamento di 20000 euro da restituire con due rate $R_1 = 12\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $R_2 = 14\,000$ euro al tempo $t = 2$. Inoltre egli deve pagare i seguenti importi: 800 euro al tempo $t = 0$ per spese di apertura pratica; 100 euro al tempo $t = 1$ e $t = 2$ per spese di riscossione rate. Calcolare il TAN e TAEG dell'operazione finanziaria.

Soluzione: $TAN = 0.1889; TAEG = 0.2282$

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 96 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 2$ e scadenza $t = 5$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 2)$, $i(0, 5)$, $i(2, 5)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 50000.

Soluzione: $r(0, 2) = 1.075; i(0, 2) = 0.0356; r(0, 5) = 1.0416; i(0, 5) = 0.0081; r(2, 5) = 1.0989; i(2, 5) = 0.0319; r(0, 2)r(2, 5) = 1.1813 > r(0, 5) = 1.0416$

Nicola dispone di un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 10000 al tempo $t = 1$, X euro al tempo $t = 3$ e $2X$ euro al tempo $t = 5$. Calcolare l'importo $X > 0$ tale che la duration utilizzando il tasso di valutazione annuo $i = 0.06$ è $dur_F(0.06) = 3.5$ anni.

Soluzione: $X = 12\,944.76$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 1; \quad \mu_B = 0.45; \quad \sigma_B = 3; \quad \rho_{AB} = \rho$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.38$
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza al variare di ρ .

Soluzione: $\mu_p = 0.38$ se $\alpha = 0.4666; \sigma_p^2 = \alpha^2(10 - 6\rho) + \alpha(6\rho - 18) + 9; \alpha^* = \frac{3(\rho-3)}{2(3\rho-5)}$ se $\rho \leq \frac{1}{3}; \alpha^* = 1$ se $\rho > \frac{1}{3}$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA C

COGNOME E NOME:

CORSO DI LAUREA:

PRIMO CFU

Giovanni investe al tempo $t = 0$ il capitale $C = 40\,000$ euro per 25 mesi in capitalizzazione composta al tasso annuo $i = 0.10$. Il montante M_1 così ricavato viene immediatamente reinvestito in capitalizzazione semplice per 6 semestri al tasso annuo j producendo un montante finale $M = 2M_1$. Calcolare il tasso j e il montante finale M .

SECONDO CFU

Susanna riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di $S = 100\,000$ euro da restituire secondo un piano di ammortamento a quote capitali costanti (ammortamento italiano) con 8 rate trimestrali posticipate, al tasso di interesse annuo convertibile trimestralmente del $j(4) = 0.12$. Calcolare le rate R_1 ed R_2 . Dopo aver pagato la seconda rata, il debitore sospende il pagamento delle successive tre rate e concorda con la banca che il debito sia remunerato allo stesso tasso convertibile trimestralmente del $j(4) = 0.12$. Al tempo $t = 5$ riprende la restituzione del debito, secondo un piano di ammortamento francese con 10 rate trimestrali costanti posticipate (la prima rata pagata in $t = 6$) e al tasso annuo del $i = 15\%$. Calcolare l'importo W delle nuove rate.

TERZO CFU

Vito deve scegliere tra due opportunità commerciali A e B per la quali deve spendere la somma di 20 000 euro al tempo $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate:

- A: $E_1 = 15\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $E_2 = 8\,000$ euro al tempo $t = 2$;
- B: $E_1 = 18\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $E_2 = 4\,000$ euro al tempo $t = 2$.

Dire quale delle due opportunità commerciali è più conveniente utilizzando il criterio del rendimento economico attualizzato (REA) in base al tasso di valutazione $j = 0.05$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 89 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 4)$, $i(0, 7)$.

Ipotizzando che sul mercato non si possano effettuare arbitraggi, determinare il tasso di interesse a termine $i(4, 7)$.

QUINTO CFU

Nicola dispone di un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 15 000 al tempo $t = 2$, X euro al tempo $t = 4$ e 7 000 euro al tempo $t = 5$. Calcolare l'importo $X > 0$ tale che la duration utilizzando il tasso di valutazione annuo $\delta = 0.07$ è $dur_F(0.07) = 3$ anni.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.10; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.30; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = \rho$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.25$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Giugno 2016 - TRACCIA D

COGNOME E NOME:

CORSO DI LAUREA:

PRIMO CFU

Giovanni investe al tempo $t = 0$ la somma $C = 10000$ per 18 mesi in capitalizzazione composta al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.04$. Il montante ottenuto viene reinvestito in capitalizzazione semplice al tasso annuo $j = 0.07$ generando un montante finale M pari a 15000. Determinare dopo quanti anni si ottiene il montante finale M .

SECONDO CFU

Susanna riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 150000$ da restituire secondo un piano di ammortamento francese con venti rate annuali posticipate, al tasso di interesse semestrale del 5%. Calcolare la rata R . Dopo aver pagato la settima rata, il debitore ottiene di poter sospendere il pagamento delle successive tre rate e concorda con la banca che il debito residuo sia remunerato al tasso annuo $i = 0.12$. Al tempo $t = 10$ riprende la restituzione del debito secondo un piano di ammortamento americano con rate annuali pagando la prima rata al tempo $t = 11$ e l'ultima al tempo $t = 20$. Determinare la quota capitale Q versata al fondo e la quota interessi I sapendo che il tasso annuo debitore $i = 0.04$ e il tasso annuo creditore $j = 0.07$.

TERZO CFU

Vito riceve al tempo $t = 0$ un finanziamento di 20000 euro da restituire con due rate $R_1 = 15000$ euro al tempo $t = 1$ e $R_2 = 7000$ euro al tempo $t = 2$. Inoltre egli deve pagare iseguenti importi: x euro al tempo $t = 1$ e $t = 2$ per spese di riscossione rate, $2x$ euro al tempo $t = 0$ per spese di apertura pratica. Sapendo che il TAEG è del 20%, calcolare x .

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 3$;
- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 95 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 3$ e scadenza $t = 6$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 3)$, $i(0, 6)$, $i(3, 6)$.

QUINTO CFU

Nicola dispone una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 10000 al tempo $t = 3$, euro 50000 al tempo $t = 4$, euro 10000 al tempo $t = 10$. Calcolare la duration di F utilizzando il tasso di valutazione $i = 0.04$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso di valutazione $i = 0.04$ al tasso di valutazione $i' = 0.06$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.10; \quad \sigma_A = 1; \quad \mu_B = 0.25; \quad \sigma_B = 3; \quad \rho_{AB} = -0.7$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio con rendimento $\mu_p = 0.40$
 2. rappresentare nel piano media varianza i portafogli ammissibili e al frontiera efficiente.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 30 Giugno 2016 - TRACCIA A

PRIMO CFU

E' piú conveniente investire un capitale C in regime di interesse composto al tasso bimestrale $i_{\frac{1}{6}} = 0.02$ per 3 anni oppure in regime di interesse semplice al tasso quadrimestrale $i_{\frac{1}{3}} = 0.065$ per 3 anni?

Soluzione: $M_{RIC} = 1.428C$; $M_{RIS} = 1.585C$. E' preferibile il RIS.

SECONDO CFU

Ettore vuole disporre di una somma di 30000 euro tra 5 anni. A tal fine concorda con la banca di versare alla fine di ogni mese dei versamenti periodici e costanti di importo Q che la banca remunera al tasso di interesse annuo $i = 0.07$. Determinare l'importo Q .

Dopo aver pagato la 12 rata mensile Q , interrompe il versamento delle quote Q e riprende a pagare al tempo $t = 21$ una nuova rata mensile W da concludersi al tempo $t = 5$ anni. Determinare la nuova rata W .

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.0056$; $Q = 422.08$; $F_{12} = 5223.90$; $W = 518.41$

TERZO CFU

Vito dispone di due opportunità commerciali per le quali deve investire la somma $C = 200$ euro al tempo $t = 0$ e che danno le seguenti entrate:

1. $A_1 = 150$ al tempo $t = 1$ e $A_2 = 100$ al tempo $t = 2$;
2. $B_1 = x$ al tempo $t = 1$ e $B_2 = 160$ al tempo $t = 2$;

Determinare per quali valori di $x > 0$ l'opportunità 1 ha lo stesso TIR della opportunità 2.

Soluzione: $v_1^* = 0.8505$; $TIR_1 = 0.1757$; $x = 99.07$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;
- 82 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 7$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 4)$, $i(0, 7)$, $i(4, 7)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio e in caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 10000.

Soluzione: $i(0, 4) = 0.0325$; $i(0, 7) = 0.0136$; $i(4, 7) = 0.0684$; $r(0, 4)r(4, 7) > r(0, 7)$; $\Pi = 2611.15$.

QUINTO CFU

Nicola dispone di una rendita immediata posticipata annuale di importo R formata da $n = 4$ rate. Calcolare la duration di tale rendita utilizzando il tasso di interesse $i = 0.03$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso di interesse $i = 0.03$ al tasso $i' = 0.05$.

Soluzione: $dur_R = 2.46$ anni; $var \approx -4.72\%$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = -0.7$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Ercole che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

Soluzione: $\sigma_P^2 = 31.2\alpha^2 - 43.2\alpha + 16$; $\alpha^* = 0.6923$; $\sigma_P^2 = 780\mu_p^2 - 564\mu_p + 103$; $\mu_p^* = 0.3616$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 30 Giugno 2016 - TRACCIA B

PRIMO CFU

E' piú conveniente investire un capitale C in regime di interesse composto al tasso bimestrale $i_{\frac{1}{6}} = 0.03$ per 5 anni oppure in regime di interesse semplice al tasso quadrimestrale $i_{\frac{1}{3}} = 0.095$ per 5 anni?

Soluzione: $M_{RIC} = 2.427C$; $M_{RIS} = 2.425C$. E' preferibile il RIC.

SECONDO CFU

Ettore vuole disporre di una somma di 50 000 euro tra 4 anni. A tal fine concorda con la banca di versare alla fine di ogni mese dei versamenti periodici e costanti di importo Q che la banca remunera al tasso di interesse annuo $i = 0.08$. Determinare l'importo Q .

Dopo aver pagato la 15 rata mensile Q , interrompe il versamento delle quote Q e riprende a pagare al tempo $t = 23$ una nuova rata mensile W da concludersi al tempo $t = 4$ anni. Determinare la nuova rata W .

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.0064$; $Q = 893.14$; $F_{15} = 14014.25$; $W = 1160.03$

TERZO CFU

Vito dispone di due opportunità commerciali per le quali deve investire la somma $C = 300$ euro al tempo $t = 0$ e che danno le seguenti entrate:

1. $A_1 = 250$ al tempo $t = 1$ e $A_2 = 150$ al tempo $t = 2$;
2. $B_1 = x$ al tempo $t = 1$ e $B_2 = 210$ al tempo $t = 2$;

Determinare per quali valori di $x > 0$ l'opportunità 1 ha lo stesso TIR della opportunità 2.

Soluzione: $v_1^* = 0.808$; $TIR_1 = 0.2376$; $x = 201.60$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 8$;
- 82 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 5$ e scadenza $t = 8$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 5)$, $i(0, 8)$, $i(5, 8)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio e in caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 30 000.

Soluzione: $i(0, 5) = 0.0258$; $i(0, 8) = 0.0118$; $i(5, 8) = 0.0683$; $r(0, 5)r(5, 8) > r(0, 8)$; $\Pi = 7830$.

QUINTO CFU

Nicola dispone di una rendita immediata posticipata annuale di importo R formata da $n = 4$ rate. Calcolare la duration di tale rendita utilizzando il tasso di interesse $i = 0.05$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso di interesse $i = 0.05$ al tasso $i' = 0.03$.

Soluzione: $dur_R = 2.439$ anni; $var \approx +4.68\%$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = -0.2$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Ercole che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

Soluzione: $\sigma_P^2 = 23.2\alpha^2 - 35.2\alpha + 16$; $\alpha^* = 0.7586$; $\sigma_P^2 = 580\mu_p^2 - 404\mu_p + 73$; $\mu_p^* = 0.3482$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 30 Giugno 2016 - TRACCIA B

PRIMO CFU

E' piú conveniente investire un capitale C in regime di interesse composto al tasso bimestrale $i_{\frac{1}{6}} = 0.03$ per 5 anni oppure in regime di interesse semplice al tasso quadrimestrale $i_{\frac{1}{3}} = 0.095$ per 5 anni?

Soluzione: $M_{RIC} = 2.427C$; $M_{RIS} = 2.425C$. E' preferibile il RIC.

SECONDO CFU

Ettore vuole disporre di una somma di 50000 euro tra 4 anni. A tal fine concorda con la banca di versare alla fine di ogni mese dei versamenti periodici e costanti di importo Q che la banca remunera al tasso di interesse annuo $i = 0.08$. Determinare l'importo Q .

Dopo aver pagato la 15 rata mensile Q , interrompe il versamento delle quote Q e riprende a pagare al tempo $t = 23$ una nuova rata mensile W da concludersi al tempo $t = 4$ anni. Determinare la nuova rata W .

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.0064$; $Q = 893.14$; $F_{15} = 14014.25$; $W = 1160.03$

TERZO CFU

Vito dispone di due opportunità commerciali per le quali deve investire la somma $C = 300$ euro al tempo $t = 0$ e che danno le seguenti entrate:

1. $A_1 = 250$ al tempo $t = 1$ e $A_2 = 150$ al tempo $t = 2$;
2. $B_1 = x$ al tempo $t = 1$ e $B_2 = 210$ al tempo $t = 2$;

Determinare per quali valori di $x > 0$ l'opportunità 1 ha lo stesso TIR della opportunità 2.

Soluzione: $v_1^* = 0.808$; $TIR_1 = 0.2376$; $x = 201.60$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 8$;
- 82 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 5$ e scadenza $t = 8$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 5)$, $i(0, 8)$, $i(5, 8)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio e in caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 30000.

Soluzione: $i(0, 5) = 0.0258$; $i(0, 8) = 0.0118$; $i(5, 8) = 0.0683$; $r(0, 5)r(5, 8) > r(0, 8)$; $\Pi = 7830$.

QUINTO CFU

Nicola dispone di una rendita immediata posticipata annuale di importo R formata da $n = 4$ rate. Calcolare la duration di tale rendita utilizzando il tasso di interesse $i = 0.05$. Determinare inoltre la variazione relativa ottenuta approssimando con il polinomio di Taylor di primo grado se si passa dal tasso di interesse $i = 0.05$ al tasso $i' = 0.03$.

Soluzione: $dur_R = 2.439$ anni; $var \approx +4.68\%$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = -0.2$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Ercole che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

Soluzione: $\sigma_P^2 = 23.2\alpha^2 - 35.2\alpha + 16$; $\alpha^* = 0.7586$; $\sigma_P^2 = 580\mu_p^2 - 404\mu_p + 73$; $\mu_p^* = 0.3482$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 13 Luglio 2016 - TRACCIA A

PRIMO CFU

Giacomo investe un capitale C al tempo $t = 0$, in capitalizzazione composta, al tasso nominale annuo convertibile trimestralmente $j(4) = 0.12$ per quattro anni. Il montante ricavato M_1 alla fine dei quattro anni viene immediatamente reinvestito in capitalizzazione composta, al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.04$ generando un montante finale M_2 . Determinare dopo quanti anni il montante finale $M_2 = 3C$.

Soluzione: $M_1 = 1.6047C$; $t = 7.97$ anni.

SECONDO CFU

Fedez riceve al tempo $t = 0$ la somma $S = 125000$ da restituire con tre rate semestrali posticipate R_1, R_2, R_3 . Sapendo che il tasso di interesse convertibile semestralmente $j(2) = 0.12$ e che:

$$D_1 = 100\,000; \quad R_3 = 3R_2;$$

stilare il piano di ammortamento.

Soluzione: $I_1 = 7\,500$; $C_1 = S - D_1 = 25\,000$; $R_1 = 32\,500$; $R_2 = 27\,676.30$; $R_3 = 83\,028.90$.

TERZO CFU

Nestore acquista il nuovo I-Phone 7. A tal fine riceve un finanziamento di 750 euro da restituire con due rate R_1 al tempo $t = 2$ e $R_2 = 2R_1$ al tempo $t = 4$ (tempo espresso in anni). Inoltre paga 50 euro a tempo $t = 0$ per apertura pratica e 25 euro per riscossione rate. Sapendo che il TAEG è del 4.50%, determinare l'importo delle due rate.

Soluzione: $R_1 = 253.06$; $R_2 = 506.12$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 89 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 2$ e scadenza $t = 5$;

Sapendo che è rispettato il principio di assenza di arbitraggio, determinare i tassi di interesse $i(0, 2)$, $i(0, 5)$ e $i(2, 5)$.

Soluzione: $i(0, 2) = 0.0369$; $i(2, 5) = 0.0395$; $i(0, 5) = 0.0384$

QUINTO CFU

Pericle dispone di una operazione finanziaria F formata dai seguenti importi: Q al tempo $t = 1$, $2Q$ al tempo $t = 4$ e $4Q$ al tempo $t = 6$ (tempo espresso in **semestri**). Determinare la duration di tale operazione sapendo che il tasso annuale di interesse è $i = 0.04$.

Soluzione: $dur(0.04) = 4.65$ semestri.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.20; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.40; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = -1$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Annibale che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere una varianza del portafoglio $\sigma_P^2 = 25$.

Soluzione: $\sigma_P^2 = 36\alpha^2 - 48\alpha + 16$; $\alpha^* = 0.6666$; $(\sigma_P^2)^* = 0$; $\mu^* = 0.26666$; Per ottenere $\sigma_P^2 = 25 \Rightarrow 36\alpha^2 - 48\alpha + 16 = 25 \Rightarrow \alpha_1 = 1.5$ e $\alpha_2 = -0.1666$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 07 Settembre 2016

PRIMO CFU

Al tempo $t = 0$ il capitale di 12000 euro viene investito in capitalizzazione composta, per 6 anni, al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 5\%$, generando un montante M . Determinare il capitale C che occorre investire per generare, al tasso annuo del 9% in capitalizzazione semplice e per 8 anni, il medesimo montante M .

Soluzione: $C = 12529.23$.

SECONDO CFU

Barnaba intende costituire un capitale M mediante trenta versamenti mensili posticipati dei quali i primi dieci sono di importo $3R$, i successivi dodici sono di importo $2R$ e gli ultimi otto sono di importo R . Il capitale investito viene remunerato, in capitalizzazione composta, al tasso di interesse annuo del 30% per i primi venti mesi. Per i dieci mesi successivi il capitale investito viene remunerato, in capitalizzazione composta, al tasso annuo convertibile mensilmente del 24%. Sapendo che $R = 200$ euro, calcolare M .

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.0221; i'_{\frac{1}{12}} = 0.02; M = s_{\overline{10}|0.0221}(1.0221)^{10}(1.02)^{10} + 400 s_{\overline{10}|0.0221}(1.02)^{10} + 400 s_{\overline{20}|0.02}(1.02)^8 + 200 s_{\overline{8}|0.02} = 18115.39$.

TERZO CFU

Penelope dispone di due opportunità commerciali per le quali deve investire la somma C al tempo $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate annue:

1. $2x$ euro al tempo $t = 1$, $5x$ euro al tempo $t = 2$ e 20000 euro al tempo $t = 3$;
2. $4x$ euro al tempo $t = 1$, 14000 euro al tempo $t = 2$ e $8x$ euro al tempo $t = 3$.

Determinare per quali valori di $x > 0$ l'opportunità 1 è preferibile a 2 in base al criterio del rendimento economico attualizzato (REA) al tasso annuo $i = 5\%$.

Soluzione: $REA_1 \succ REA_2 \iff x < 1069.60$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 95 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 90 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 6$;

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto totale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 10000.

Soluzione: $r(0, 4) = 1.0526; r(0, 6) = 1.0869; r(4, 6) = 1.1111; r(0, 4) \cdot r(4, 6) > r(0, 6); \Pi = 760.34$.

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro Q al tempo $t = 3$, euro $2Q$ al tempo $t = 6$, euro $Q + 2000$ al tempo $t = 10$ (tempo espresso in anni). Calcolare l'importo Q , sapendo che la duration di F utilizzando il tasso di valutazione $i = 12\%$ è $dur_F(0.12) = 7$; anni.

Soluzione: $Q = 667.74$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.15; \quad \sigma_A = 3; \quad \mu_B = 0.30; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.70$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere una varianza del portafoglio $\sigma_p^2 = 20$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 10 Novembre 2016

Gerry S. ha effettuato i seguenti investimenti:

- a) due anni fa la somma di 800 euro in regime di interesse semplice al tasso semestrale del 3,5%;
- b) un anno e tre mesi fa la somma di 600 euro in capitalizzazione composta;

Sapendo che egli riceve oggi la somma complessiva di 1549.73 euro, determinare a quale tasso annuo di interesse é stato effettuato il secondo investimento.

Soluzione: $800(1 + 0.035 \cdot 4) + 600(1 + i)^{1.25} = 1549.73 \Rightarrow i = 0.05$

Amadeus riceve, al tempo (espresso in mesi) $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 100.000$ da restituire secondo un piano di ammortamento francese con trenta rate semestrali posticipate, al tasso di interesse annuo del 10,25%. Calcolare la rata R .

Dopo aver pagato la tredicesima rata, il debitore ottiene di poter sospendere il pagamento delle quote capitale delle successive sette rate e, quindi, negli istanti $t = 14, \dots, 20$, paga soltanto gli interessi. Al tempo $t = 21$ riprende la restituzione del debito, con le medesime modalit , da concludersi entro il tempo $t = 30$. Calcolare l'importo W delle nuove rate.

Soluzione: $i_{\frac{1}{2}} = 0.05$; $R = 6505.14$; $D_{13} = 73\,339.73$; $W = 9497.78$

Pippo B. riceve al tempo $t = 0$ un finanziamento di 130 000 euro da restituire con due rate $R_1 = 70\,000$ euro al tempo $t = 1$ e $R_2 = 90\,000$ euro al tempo $t = 2$. Inoltre egli deve pagare i seguenti importi: 700 euro al tempo $t = 0$ per spese di apertura pratica; 300 euro al tempo $t = 1$ e $t = 2$ per spese di riscossione rate. Inoltre, al tempo $t = 2$ egli deve pagare l'importo di 200 euro per spese di chiusura pratica. Calcolare il TAN e TAEG dell'operazione finanziaria.

Soluzione: $TAN = 14.43\%$; $TAEG = 15.14\%$

Al tempo $t = 0$ si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 92 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 97 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 88 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 6$;

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si pu  dedurre che   violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto totale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 50 000.

Soluzione: $r(0, 4) = 1.0869$; $r(0, 6) = 1.0309$; $r(4, 6) = 1.1363$; $r(0, 4) \cdot r(4, 6) = 1.2350 > r(0, 6) = 1.0309$; $\Pi = 9901.27$

Si consideri una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro Q al tempo $t = 3$, euro $2Q$ al tempo $t = 4$, euro $3Q$ al tempo $t = 8$ (tempo espresso in anni). Calcolare la duration di F utilizzando il tasso istantaneo di valutazione $\delta = 0.11$. Determinare inoltre la variazione relativa se il tasso di valutazione passa da δ a $\delta' = 0.09$.

Soluzione: $dur_F(0.11) = 5.31$ anni; $var = +10.62\%$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.15; \quad \sigma_A = 5; \quad \mu_B = 0.35; \quad \sigma_B = 8; \quad \rho_{AB} = -0.10$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere una varianza del portafoglio $\sigma_p^2 = 30$;
3. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere un rendimento del portafoglio $\mu_p = 0.50$.

Soluzione: $\sigma_p^2 = 97\alpha^2 - 136\alpha + 64$; $\alpha = 1.75 - 5\mu_p$; $\sigma_p^2 = 2425\mu_p^2 - 1017.5\mu_p + 123.0625$; $\alpha^* = 0.7010$; $\mu_p^* = 0.2098$; $(\sigma_p^2)^* = 16.32$; $\sigma_p^2 = 30 \Leftrightarrow \alpha_1 = 0.3256$ e $\alpha_2 = 1.0764$ (non accettabile perch  non sono ammesse vendite allo scoperto). $\mu_p = 0.50 \Leftrightarrow \alpha = -0.75$ (non accettabile perch  non sono ammesse vendite allo scoperto).
