

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 11 Gennaio 2017

PRIMO CFU

Babbo N. ha investito 5 mesi fa la somma $C = 5000$ in Regime di interesse semplice (RIS) al tasso annuo $i = 0.05$. Il montante ricevuto viene investito in Regime di interesse composto (RIC) per 3 anni al tasso annuo convertibile semestralmente $j(2) = 0.10$. Alla fine dei tre anni, Babbo N. preleva 1000 euro e reinveste la somma restante sempre in RIC per altri 2 anni al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.06$. Determinare il montante finale M . **Soluzione:** $M = 7372.95$

SECONDO CFU

Melchiorre prende in prestito la somma di 50000 euro al tempo $t = 0$, e lo restituisce con un piano di ammortamento pagato 4 rate al tempo $t = 3, 6, 8, 10$ (tempo espresso in anni). Le quattro quote capitale sono: $C_1 = 6000$; $C_2 = 10000$; $C_3 = 22000$; $C_4 = 12000$. Sapendo che il tasso di interesse annuo $i = 0.07$, stilare il piano di ammortamento. **Soluzione:** $I_1 = 11252.15$; $R_1 = 17252.15$; $I_2 = 9901.89$; $R_2 = 26926.60$; $I_3 = 4926.6$; $R_3 = 26926.6$; $I_4 = 1738.80$; $R_4 = 13738.80$.

TERZO CFU

Giuseppe dispone di un progetto per la sua falegnameria per il quale investe al tempo $t = 0$ la somma C e riceve al tempo $t = 1$ la somma pari a $0.5C$ e la somma $0.7C$ al tempo $t = 2$. Determinare: il TIR di tale operazione e inoltre la somma C affinché il REA sia pari a 1000 con tasso di valutazione annuo $i = 0.02$. **Soluzione:** $TIR = 12.32\%$; $C = 6138.73$

QUARTO CFU

Dati i seguenti tassi:

$$i(0, 3) = 0.05; \quad i(3, 5) = 0.07; \quad i(0, 8) = 0.10$$

determinare i tassi $i(0, 5)$ e $i(3, 8)$ in un mercato in cui viene rispettato il principio di assenza di arbitraggi.

Soluzione: $i(0, 5) = 0.0579$; $i(3, 8) = 0.1311$

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 100 euro al tempo $t = 2$, euro 200 al tempo $t = 4$, euro 300 al tempo $t = 6$ (tempo espresso in anni). Calcolare la duration di F utilizzando il tasso istantaneo di valutazione $\delta = 0.08$. Determinare inoltre la variazione relativa sapendo che la variazione del tasso $d\delta = -0.02$.

Soluzione: $dur_F(0.08) = 4.4827$; $var_F(-0.02) = +0.0896$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.25; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.45; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.50$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere un rendimento del portafoglio $\mu_p = 0.60$.

Soluzione: $\mu_P = 0.45 - 0.20\alpha$; $\alpha = 2.25 - 5\mu_P$; $\sigma_P^2 = 39\alpha^2 - 60\alpha + 25$; $\alpha^* = 0.7692$; $\sigma_P^2 = 975\mu_P^2 - 577.5\mu_P + 87.4375$; $\mu_P^* = 0.2961$; $(\sigma_P^2)^* = 1.9230$; Per avere un rendimento $\mu_p = 0.60$ allora $\alpha = -0.75$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 25 Gennaio 2017

PRIMO CFU

George W.B. investe la somma di $C = 1000$ in Regime di interesse composto al tasso annuo istantaneo di interesse $\delta = 0.08$ per 4 anni e 6 mesi. Il montante ricevuto viene reinvestito in Regime di interesse semplice (RIS) al tasso mensile di interesse $i_{\frac{1}{12}} = 0.02$. Determinare dopo quanti anni il montante finale è pari a $2C$.

Soluzione: $M_1 = 1000e^{0.08 \cdot 4.5} = 1433.33$; $2000 = 1433.33(1 + 0.02 \cdot t) \Rightarrow t = 19.76$ mesi pari a 1.65 anni.

SECONDO CFU

Barack O. riceve una rendita semestrale posticipata per i prossimi 50 semestri. La rata è $R_1 = 100$ nei semestri dispari ed è $R_2 = 300$ nei semestri pari. Sapendo che il tasso di interesse annuo $i = 0.12$ determinare il valore di tale rendita nell'istante $t = 0$.

Soluzione: $V_0 = 100\ddot{a}_{\overline{50}|0.12}(1.12)^{-0.5} + 300a_{\overline{25}|0.12} = 3182.98$

TERZO CFU

Bill C. deve effettuare una scelta tra i seguenti due finanziamenti:

- F_1 : Ottenere la somma di euro 50 000 al tempo $t = 0$ e restituire in cambio le somme di euro 10 000 al tempo $t = 1$, 20 000 al tempo $t = 2$, 40 000 al tempo $t = 3$.
- F_2 : Ottenere la somma di euro 50 000 al tempo $t = 0$ e restituire in cambio le somme di euro 20 000 al tempo $t = 1$, 30 000 al tempo $t = 2$, 10 000 al tempo $t = 3$.

Dire per quali tassi di valutazione i due finanziamenti sono indifferenti secondo il criterio del *REA*.

Soluzione: $i_1^* = 0$; $i_2^* = 0.3027$;

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Ronald R. osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;
- 93 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 7$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0, 4)$, $i(0, 7)$, $i(4, 7)$.

Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 100 000.

Soluzione: $i(0, 4) = 0.0238$; $i(0, 7) = 0.0184$; $i(4, 7) = 0.0244$; $r(0, 4) \cdot r(4, 7) = 1.1815 > r(0, 7) = 1.1363$; $\Pi = 3981.10$

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 500 euro al tempo $t = 2$, euro 100 al tempo $t = 3$, euro 900 al tempo $t = 8$ (tempo espresso in anni). Calcolare la duration di F utilizzando il tasso di interesse annuo $i = 0.05$. Determinare inoltre la variazione relativa sapendo che il tasso di interesse passa da $i = 0.05$ a $i' = 0.03$.

Soluzione: $dur_F(0.05) = 5.26$ anni; $d\delta = -0.0192$; $var(-0.0192) \approx +0.10$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 2; \quad \sigma_B > 2; \quad \rho_{AB} = -1$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Determinare le percentuali α del proprio capitale nel titolo A e $1 - \alpha$ nel titolo B per ottenere il portafoglio di minima varianza e calcolare la varianza del suddetto portafoglio.

Soluzione: $\alpha^* = \frac{\sigma_B}{2 + \sigma_B}$; $(\sigma_P)^* = 0$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 8 Febbraio 2017

PRIMO CFU

Gongolo dispone di una somma pari a 10 000 euro all'istante futuro t . Sapendo che il valore attuale di tale somma al tasso annuale $i = 0.05$ è di 6 120 euro, determinare l'istante t sia in Regime di interesse semplice (RIS) che in quello composto (RIC).

Soluzione: $t = 12.68$ anni in RIS; $t = 10.08$ anni in RIC.

SECONDO CFU

Pisolo prende in prestito in $t = 0$ una somma da restituire secondo un piano di ammortamento a quote capitale costanti (amm. italiano) con $n = 90$ rate mensili e tasso di interesse annuo $i = 0.20$. Sapendo che il debito residuo dopo aver pagato la ventesima rata $D_{20} = 140\,000$, determinare la somma S , la cinquantesima rata R_{50} e il debito residuo D_{70} .

Soluzione: $C = 2\,000$; $S = 180\,000$; $i_{\frac{1}{12}} = 0.0153$; $D_{49} = 82\,000$; $I_{50} = 0.0153 \cdot 82\,000 = 1,254.60$; $R_{50} = 3\,254.60$; $D_{70} = 40\,000$.

TERZO CFU

Brontolo per l'acquisto di una lavastavoglie a Biancaneve ottiene il finanziamento di 500 euro al tempo $t = 0$ e paga due rate: $R_1 = 300$ al tempo $t = 1$ e $R_2 = 350$ al tempo $t = 2$. Inoltre paga come spese z in $t = 0$, $2z$ in $t = 1$ e $\frac{1}{2}z$ in $t = 2$. Sapendo che il TAEG è $\frac{7}{5}$ del TAN, calcolare z .

Soluzione: $TAN = 0.1888$; $TAEG = 0.2643$; $z = 15.12$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Eolo osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 93 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 2$ e scadenza $t = 5$.

Calcolare i prezzi $v(0, 2)$, $v(0, 5)$, $v(2, 5)$.

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 10 000.

Soluzione: $v(0, 2) = 0.91$; $v(0, 5) = 0.88$; $v(2, 5) = 0.93$; $\Pi = 397.78$

QUINTO CFU

Mammolo possiede un portafoglio formato da $n = 50$ titoli obbligazionari di tipo A e 20 di tipo di B . Ogni titolo A paga cedole semestrali per i prossimi due anni al tasso annuo convertibile semestralmente $j(2) = 0.08$, valore nominale 100 e valore di rimborso pari a 103. Ogni titolo B paga cedole annuale per i prossimi due anni al tasso annuo $i = 0.03$, valore nominale e valore di rimborso 50. Determinare la duration di tale portafoglio al tempo $t = 0$ valutata al tasso istantaneo annuo di interesse $\delta = 0.08$.

Soluzione: $dur(0.08) = \frac{0.5 \cdot 200e^{-0.08 \cdot 0.5} + 1 \cdot 230e^{-0.08 \cdot 1} + 1.5 \cdot 200e^{-0.08 \cdot 1.5} + 2 \cdot 6380e^{-0.08 \cdot 2}}{200e^{-0.08 \cdot 0.5} + 230e^{-0.08 \cdot 1} + 200e^{-0.08 \cdot 1.5} + 6380e^{-0.08 \cdot 2}} = 1.89$ anni;

SESTO CFU

Dotto possiede il titolo rischioso A e Cucciolo il titolo rischioso B caratterizzati da scarto quadratico medio: $\sigma_A = 2$; $\sigma_B = 5$. Entrambi decidono di creare un portafoglio con i due titoli. Determinare il coefficiente di correlazione $\rho(A, B)$ affinché i portafoglio di minima varianza si ottenga investendo $\alpha^* = 0.7692$ nel titolo A e $1 - \alpha^* = 0.2308$ nel titolo B .

Soluzione: $\rho = -0.50$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2015-2016 - 05 Aprile 2017

PRIMO CFU

Zanardi ha investito per otto bimestri una capitale pari a C in RIS al tasso annuale $i = 0.08$ e per sei trimestri una somma pari a $2C$ in RIC al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.05$. Oggi ritira un montante complessivo pari a $M = 10\,000$ euro. Determinare gli importi C e $2C$.

Soluzione: $C = 2\,922.34$.

SECONDO CFU

Pentothal prende in prestito in $t = 0$ una somma pari a $C = 60\,000$ da restituire in $n = 3$ rate semestrali. Sapendo che il tasso di interesse $i = 0.05$, stilare il piano di ammortamento francese e italiano. Determinare inoltre la rata complessiva R che Pentothal dovrà pagare nel caso di un rimborso con un piano americano se il tasso debitore annuale é $i = 0.05$ e quello creditore annuale $j = 0.07$.

Soluzione: .

TERZO CFU

Pompeo deve scegliere se tra due investimenti. Il primo prevede un'uscita di $10\,000$ euro in $t = 0$ e entrate di $5\,000$ in $t = 2$ e $7\,000$ in $t = 4$, mentre il secondo investimento un'uscita di $10\,000$ euro in $t = 0$ e entrate di $6\,000$ in $t = 2$ e $6\,500$ in $t = 4$. Determinare quale delle due alternative é conveniente in base al criterio del TIR e in base al REA con tasso di valutazione $i = 0.04$.

Soluzione: $REA_1 = 606.41$; $REA_2 = 1\,103.55$; $\Rightarrow 2 \succ 1$; $TIR_1 = 5.98\%$; $TIR_2 = 7.72\%$; $\Rightarrow 2 \succ 1$.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Paz osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 95 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 5$.

Calcolare i prezzi $v(0, 4)$, $v(0, 5)$, $v(4, 5)$.

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro $50\,000$.

QUINTO CFU

Pertini possiede un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 100 euro al tempo $t = 2$, euro X al tempo $t = 3$, euro $X + 300$ al tempo $t = 5$ (tempo espresso in anni). Sapendo che la duration di F utilizzando il tasso di interesse annuo $i = 0.05$ é pari a 4 anni, determinare X .

Soluzione: $X = 668.04$;

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 4; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = \rho = -0.10$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Determinare le percentuali α del proprio capitale nel titolo A e $1 - \alpha$ nel titolo B per ottenere il portafoglio di minima varianza e calcolare la varianza del suddetto portafoglio. Determinare inoltre le percentuali da investire per avere una varianza del portafoglio $\sigma_P^2 = 20$.

Soluzione: $\alpha^* = 0.60$; $((\sigma_P)^2)^* = 8.8$; $\alpha = 0.1012$;

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 18 Maggio 2017 - Traccia A

PRIMO CFU

Dybala P. ha un capitale C che impiega per 5 semestri in questo modo:

- $\frac{2}{5}$ in Regime di Interesse Semplice (RIS) al tasso trimestrale $i_{\frac{1}{4}} = 0.02$;
- $\frac{3}{5}$ in Regime di Interesse Composto (RIC) al tasso annuale $i = 0.07$;

Determinare C sapendo che il secondo investimento produce un interesse in più di 20 euro rispetto al primo investimento.

Soluzione $I_1 = \frac{2}{5}C \cdot 10 \cdot 0.02 = 0.08C$; $I_2 = \frac{3}{5}C[(1.07)^{2.5} - 1] = 0.1105C$; $I_2 = I_1 + 20 \Rightarrow C = 655.73$

SECONDO CFU

Alves D. riceve un prestito di $S = 18000$ euro da restituire in due anni con rate semestrali posticipate al tasso trimestrale del $i_{\frac{1}{4}} = 0.03$. Costruire il piano di ammortamento nel caso in cui l'importo delle prime due quote capitale sia il doppio delle successive.

Soluzione: $18000 = 2C + 2C + C + C \Rightarrow C = 3000$; $i_{\frac{1}{2}} = (1.03)^2 - 1 = 0.0609$.

TERZO CFU

Pjanic M. deve acquistare una Ferrari del valore di 300 000 euro ed ha due alternative:

- pagare in contanti ricevendo uno sconto del 10%;
- pagare tre rate annue anticipate costanti di importo R .

Determinare R affinché le due alternative siano indifferenti secondo il criterio del REA al tasso di valutazione $i = 0.07$. Determinare inoltre il TIR della seconda operazione di finanziamento nel caso in cui $R = 110000$ e il finanziamento concesso sia pari a 300 000.

Soluzione: $REA_1 = -270000$; $REA_2 = -R \frac{1-(1.07)^{-3}}{1-(1.07)^{-1}} = -2.8080R \Rightarrow REA_1 = REA_2 \Rightarrow R = 96513$; $300000 - 110000 - 110000v - 100000v^2 = 0 \Rightarrow v = 0.9059$; $TIR = 0.1038$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Cuadrato J. osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 95 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 98 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 2$ e scadenza $t = 6$.

Calcolare i tassi $i(0, 2)$, $i(0, 6)$, $i(2, 6)$.

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 10 000.

QUINTO CFU

Higuain G. possiede un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 800 euro al tempo $t = 1$, euro $2X$ al tempo $t = 2$, euro $X + 100$ al tempo $t = 3$ (tempo espresso in anni). Sapendo che la struttura dei tassi di interesse é: $i(0, 1) = 0.06$; $i(0, 2) = 0.03$; $i(2, 3) = 0.05$, determinare l'importo X tale che la duration di F sia pari a 1.30 anni e il valore attuale di F al tempo $t = 0$. Determinare inoltre la variazione relativa se sul mercato si verifica uno shock dei tassi di interesse pari a $d\delta = -0.04$.

Soluzione: $\frac{1 \cdot 800(1.06)^{-1} + 2 \cdot 2x(1.03)^{-2} + 3(X+100)(1.05)^{-1}(1.03)^{-2}}{800(1.06)^{-1} + 2x(1.03)^{-2} + (X+100)(1.05)^{-1}(1.03)^{-2}} = 1,30 \Rightarrow x = 25\,93$;

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.60; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.80; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.3$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Marchisio C. che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 3. le percentuali da investire per ottenere un rendimento pari $\mu_p = 0.75$.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 18 Maggio 2017 - Traccia B

PRIMO CFU

Dybala P. ha un capitale C che impiega per 8 trimestri in questo modo:

- $\frac{1}{5}$ in Regime di Interesse Semplice (RIS) al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.05$;
- $\frac{4}{5}$ in Regime di Interesse Composto (RIC) al tasso annuale $i = 0.07$;

Determinare C sapendo che il secondo investimento produce un interesse in più di 50 euro rispetto al primo investimento.

Soluzione: $I_1 = \frac{1}{5}C \cdot 0.05 \cdot 4 = 0.04C$; $I_2 = \frac{4}{5}C[(1.07)^2 - 1] = 0.11592C$; $I_2 = I_1 + 50 \Rightarrow C = 658.58$

SECONDO CFU

Alves D. riceve un prestito di $S = 18000$ euro da restituire in due anni con rate semestrali posticipate al tasso trimestrale del $i_{\frac{1}{4}} = 0.03$. Costruire il piano di ammortamento nel caso in cui l'importo delle prime due rate sia il doppio delle successive.

Soluzione: $i_{\frac{1}{2}} = (1.03)^2 - 1 = 0.0609$; $18000 = 2R(1.0609)^{-1} + 2R(1.0609)^{-2} + R(1.0609)^{-3} + R(1.0609)^{-4}$;

TERZO CFU

Pjanic M. deve acquistare una Ferrari del valore di 300 000 euro ed ha due alternative:

- pagare in contanti ricevendo uno sconto del 15%;
- pagare due rate annue posticipate costanti di importo R .

Determinare R affinché la seconda alternativa sia migliore alla prima secondo il criterio REA al tasso di valutazione $i = 0.07$. Determinare inoltre il TIR della seconda operazione di finanziamento nel caso in cui $R = 160000$ e il finanziamento concesso sia pari a 300 000.

Soluzione: $REA_1 = -255000$; $REA_2 = -R(1.07)^{-1} - R(1.07)^{-2} = -1.808R$; $REA_2 > REA_1 \Leftrightarrow R < 141039$ $300000 - 160000c - 160000v^2 = 0 \Rightarrow v = 0.9575 \Rightarrow TIR = 4.43\%$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Cuadrato J. osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 95 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 6$;
- 98 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 6$.

Calcolare i tassi $i(0, 4)$, $i(0, 6)$, $i(4, 6)$.

Dire se, dall'osservazione di tali prezzi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 10 000.

QUINTO CFU

Higuain G. possiede un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 500 euro al tempo $t = 1$, euro X al tempo $t = 2$, euro $X + 50$ al tempo $t = 3$ (tempo espresso in anni). Sapendo che la struttura dei tassi di interesse é: $i(0, 1) = 0.06$; $i(1, 2) = 0.03$; $i(0, 3) = 0.05$, determinare l'importo X tale che la duration di F sia pari a 1.30 anni e il valore attuale di F al tempo $t = 0$. Determinare inoltre la variazione relativa se sul mercato si verifica uno shock dei tassi di interesse pari a $d\delta = +0.04$.

Soluzione: $\frac{1 \cdot 500(1.06)^{-1} + 2 \cdot X(1.03)^{-1}(1.06)^{-1} + 3 \cdot (X+50)(1.05)^{-3}}{500(1.06)^{-1} + X(1.03)^{-1}(1.06)^{-1} + (X+50)(1.05)^{-3}} = 1.30 \Rightarrow X = 32.27$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.60; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.80; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = +0.3$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Marchisio C. che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 3. le percentuali da investire per ottenere un rendimento pari $\mu_p = 0.95$.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 7 Giugno 2017

PRIMO CFU

Gauss ha un capitale C che impiega in $t = 0$ in Regime di interesse semplice (RIS) al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$. Dopo 2 anni e 6 mesi preleva un importo pari a $\frac{2}{5}C$ e reinveste la parte rimanente in Regime di interesse composto (RIC) al tasso istantaneo $\delta = 0.04$. Determinare dopo quanto tempo si ottiene un montante pari a $2C$.

Soluzione: $C(1 + 0.03 \cdot 5) - \frac{2}{5}C = 0.75C$; $0.75Ce^{0.04t} = 2C \Rightarrow t = 24.52$

SECONDO CFU

Hilbert riceve un prestito di 20 000 da restituire con tre rate annuali **costanti** posticipate al tasso annuale $i = 0.05$ in **regime di interesse semplice**. Determinare l'importo della rata e costituire il piano di ammortamento.

Soluzione: $20\,000 = \frac{R}{(1.05)} + \frac{R}{(1.10)} + \frac{R}{(1.15)} \Rightarrow R = 7\,323.12$

TERZO CFU

Laplace per l'acquisto di una botte ottiene il finanziamento di 800 euro al tempo $t = 0$ e paga due rate: $R_1 = 500$ al tempo $t = 1$ e $R_2 = 400$ al tempo $t = 2$. Inoltre paga come spese z in $t = 0$, $2z$ in $t = 1$ e $\frac{1}{2}z$ in $t = 2$. Sapendo che $z = 10$ calcolare il TAN e il TAEG.

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Leibniz osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 94 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 90 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;

Calcolare i tassi $i(0, 4)$, $i(0, 7)$, $i(4, 7)$ in un mercato in cui non sia possibile effettuare arbitraggi.

QUINTO CFU

Bernoulli possiede un portafoglio 50 titoli obbligazionari. Ogni titolo ha un valore nominale pari a 100 e paga cedole semestrali al tasso convertibile semestralmente $j(2) = 0.10$ per i prossimi due anni e un valore di rimborso pari a 110. Determinare la duration del portafoglio utilizzando il tasso di valutazione annuale $i = 0.06$ e la variazione relativa se il tasso passa da $i = 0.06$ a $i' = 0.08$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 3; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = 0$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Touring che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 3. le percentuali da investire per ottenere una varianza $\sigma_p^2 = 12$.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 21 Giugno 2017

PRIMO CFU

Batman dispone di tre capitali: $C_1 = 5000$ euro al tempo $t = 3$; $C_2 = 7000$ in $t = 7$ e $C_3 = 3000$ in $t = 10$ (tempo espressi in semestri). Determinare il valore attuale sapendo che dall'istante $t = 0$ in $t = 5$ vige il regime RIS e il tasso annuale $i = 0.06$ e successivamente si applica il RIC con un tasso trimestrale $i_{\frac{1}{4}} = 0.03$.

Soluzione: Tassi equivalenti RIS e RIC: $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$; $i_{\frac{1}{2}} = 0.0609$; $V_0 = \frac{5000}{(1 + 0.03 \cdot 3)} + \frac{7000(1.0609)^{-2}}{(1 + 0.03 \cdot 5)} + \frac{3000(1.0609)^{-5}}{(1 + 0.03 \cdot 5)} = 11936.45$

SECONDO CFU

Spider-Man vuole costituire un capitale di 50000 tra 30 mesi. Al tal fine decide di versare posticipatamente e mensilmente 30 rate di importo R . Determinare R sapendo che fondo remunera al tasso semestrale del 6,20% in Ric. Dopo aver versato la decima rata preleva dal fondo da $t = 11$ a $t = 15$ cinque rate di importo pari a 500 euro. Determinare la nuova rata W che dovrà versare dal tempo $t = 16$ e fino al $t = 30$ per costituire lo stesso capitale di 50000.

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.01007$; $R = \frac{50000}{s_{\overline{30}|0.01007}} = 1435.88$; $F_{10} = 1435.88 \cdot s_{\overline{10}|0.01007} = 15027.25$; $F_{15} = F_{10}(1.01007)^5 - 500s_{\overline{5}|0.01007} = 13248.40$; $F_{15}(1.01007)^{15} + Ws_{\overline{15}|0.01007} = 50000 \Rightarrow W = 2148.60$

TERZO CFU

Wonder Woman decide di effettuare un investimento di -10000 euro in $t = 1$ e riceverà due entrate pari $R + 1000$ in $t = 2$ e $R + 3000$ in $t = 3$.

- Determinare in $t = 0$ l'importo R affinché il REA sia pari a $+2000$ in base al tasso di valutazione $i = 0.05$;
- Determinare in $t = 0$ il TIR nel caso il cui $R = 4000$.

Soluzione: $R = 4531.82$; $TIR = 12.32\%$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Hulk osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 98 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a termine di un'obbligazione emesse in $t = 2$ con scadenza $t = 5$.

Calcolare i tassi $i(0, 2)$, $i(0, 5)$, $i(2, 5)$. Determinare inoltre quale tasso a pronti $i(0, 5)$ dovrebbe esserci sul mercato affinché si possa effettuare un arbitraggio con un profitto finale di 1000 con vendite allo scoperto per un importo di 50000.

Soluzione: $i(0, 2) = 0.01015$; $i(0, 5) = 0.0146$; $i(2, 5) = 0.0319$; $44590 \cdot r(0, 5) - 50000 = 1000 \Rightarrow r(0, 5) = 1.1437 \Rightarrow i(0, 5) = 0.0272$

QUINTO CFU

Thor possiede una rendita posticipata semestrale formata da $n = 4$ rate di importo R . Calcolare la duration di tale rendita sapendo che il tasso di interesse annuo convertibile semestralmente é $j(2) = 0.05$.

Soluzione: $i_{\frac{1}{2}} = 0.025$; $dur = \frac{1 \cdot R(1.025)^{-1} + 2 \cdot R(1.025)^{-2} + 3 \cdot R(1.025)^{-3} + 4 \cdot R(1.025)^{-4}}{Ra_{\overline{4}|0.025}} = 2.46$ semestri.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.15; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.30; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = +1$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Capitan America che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza;
2. le percentuali da investire per ottenere un rendimento pari a $\mu_p = 0.20$;
3. la percentuale da investire per ottenere il portafoglio di massimo rendimento.

Soluzione: $\alpha^* = 1$ (poiché non si possono effettuare vendite allo scoperto); $\alpha = 0.6666$ per avere rendimento $\mu_p = 0.20$; $\alpha = 0$ (ossia si investe in B per avere il massimo rendimento).

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 12 Luglio 2017

PRIMO CFU

Brooke Logan dispone al tempo $t = 10$ anni una somma V . Determinare il **tasso di interesse semestrale** da applicare sia in RIS che in RIC affinché il valore attuale in $t = 0$ sia pari a $\frac{2}{3}V$.

Soluzione. Operazione RIC: $\frac{2}{3}V = V(1 + i_{\frac{1}{2}})^{-20} \Rightarrow i_{\frac{1}{2}} = 0.0204$; Operazione RIS: $\frac{2}{3}V = \frac{V}{(1 + 20i_{\frac{1}{2}})} \Rightarrow i_{\frac{1}{2}} = 0.025$

SECONDO CFU

Ridge Forrester prende in prestito da una banca la somma $S = 60\,000$. Sapendo che il tasso debitore trimestrale $i_{\frac{1}{4}} = 0.02$ e il tasso creditore annuo $j = 0.09$, determinare:

- La terza rata R_3 nel caso di una restituzione con un piano di ammortamento italiano con $n = 20$ rate semestrali e il debito residuo D_7 dopo aver pagato la settima rata;
- La quota di costituzione del fondo Q e la quota interesse I con un piano di ammortamento americano con $n = 10$ trimestrali.

Soluzione: Ammortamento Italiano: $i_{\frac{1}{2}} = (1.02)^2 - 1 = 0.0404$; $C = \frac{60\,000}{20} = 3\,000$; $I_3 = i_{\frac{1}{2}} \cdot D_2 = 0.0404 \cdot 54\,000 = 2\,181.6$; $R_3 = 3\,000 + 2\,181.6 = 5\,181.6$; $D_7 = 13 \cdot 3\,000 = 39\,000$. Ammortamento Americano: $I = 0.02 \cdot 60\,000 = 1\,200$; $j_{\frac{1}{4}} = (1.09)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.0217$; $Q = \frac{60\,000}{s_{\overline{10}|0.0217}} = 5\,437.14$

TERZO CFU

Taylor Hayes per l'acquisto di un coso riceve un finanziamento pari a A al tempo $t = 0$ e restituisce $0.4A$ in $t = 1$ e $0.8A$ in $t = 2$. Sapendo che inoltre sostiene spese pari a $z = 0.02A$ in $t = 0$; $z = 0.01A$ in $t = 1$ e $z = 0.03A$ in $t = 2$. Determinare TAN e TAEG.

Soluzione: $A - 0.4A \cdot v - 0.8A \cdot v^2 = 0 \Rightarrow TAN \Rightarrow 11.65\%$ $(A - 0.02A) - (0.41A)v - (0.83A)v^2 = 0 \Rightarrow 0.83v^2 + 0.41v - 0.98 = 0 \Rightarrow TAEG = 15.29\%$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Liam Spencer osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 95 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 91 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;
- 93 prezzo a termine di un'obbligazione emesse in $t = 5$ con scadenza $t = 7$.

Calcolare i tassi $i(0, 5)$, $i(0, 7)$, $i(5, 7)$. Dire inoltre se é violato il principio di assenza di arbitraggi. Se si effettuare una strategia di arbitraggio con vendite allo scoperto per un importo massimo di 40 000 euro.

QUINTO CFU

Maya Avant possiede un'obbligazione con un valore nominale $C = 20\,000$ euro che paga cedole semestrali per i prossimi due anni al tasso convertibile semestralmente $j(2) = 0.10$ e rimborsa il capitale alla pari. Determinare la duration di tale obbligazione sapendo che il tasso di valutazione istantaneo annuo $\delta = 0.07$. Determinare inoltre la variazione relativa utilizzando l'approssimazione di Taylor se si passa da $\delta = 0.07$ a $\delta' = 0.05$.

Soluzione: $dur = \frac{0.5 \cdot 1\,000 e^{-0.07 \cdot 0.5} + 1 \cdot 1\,000 e^{-0.07 \cdot 1} + 1.5 \cdot 1\,000 e^{-0.07 \cdot 1.5} + 2 \cdot 21\,000 e^{-0.07 \cdot 2}}{1\,000 e^{-0.07 \cdot 0.5} + 1\,000 e^{-0.07 \cdot 1} + 1\,000 e^{-0.07 \cdot 1.5} + 21\,000 e^{-0.07 \cdot 2}} = 1.8655$; anni; $var(-0.02) \approx -1.8655 \cdot -0.02 = 0.037$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.18; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.30; \quad \sigma_B = \sigma; \quad \rho_{AB} = 0$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Clarke Garrison che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. determinare σ affinché il portafoglio di minima varianza si ottiene investendo $\alpha = 0.60$ nel titolo A ;
2. le percentuali da investire per ottenere una rendimento pari a $\mu_p = 0.25$;

Soluzione: $\mu = 0.30 - 0.12\alpha \Rightarrow \alpha = 0.41666$ si ottiene $\mu = 0.25$; Nel caso $\rho = 0$ avremo $\alpha^* = \frac{\sigma_B^2}{4 + \sigma_B^2} \Rightarrow 0.6 = \frac{\sigma^2}{4 + \sigma^2}$ e risolvendo abbiamo $\sigma_B^2 = 6$ e quindi $\sigma_B = 2.45$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 06 Settembre 2017 - Soluzione

PRIMO CFU

Andrea Iannone dispone al tempo $t = 0$ di due capitali: $C_1 = 3000$ euro e $C_2 = 6000$ euro. Il capitale C_1 viene investito in RIS per 8 quadrimestri a tasso di interesse annuo $i = 0.03$ mentre il capitale C_2 viene impiegato in RIC per 32 mesi al tasso annuo j . Sapendo che alla fine riceve come montante complessivo la somma $M = 14500$ euro, determinare il tasso j . **Soluzione.** $3000(1 + 0.03 \cdot \frac{8}{3}) + 6000(1 + j)^{\frac{32}{12}} = 14500$ da cui $j = 0.2662$

SECONDO CFU

Andrea Dovizioso deve rimborsare un prestito A con un piano di ammortamento americano pagando $n = 12$ rate annuali. Sapendo che la rata complessiva è $R = 3453.9$, il tasso creditore $j = 0.08$ annuo e il fondo di costituzione dopo aver pagato la settimana rata è $F_7 = 9403.74$, calcolare il tasso debitore i e il valore del prestito A . **Soluzione:** Da $R = I + Q$ si ottiene $3453.9 = iA + 0.0527A$ mentre $F_7 = Q \cdot \frac{(1.08)^7 - 1}{0.08}$ si ottiene $Q = \frac{9403.74}{8.9228} = 1053.90$ da cui $A = 1053.90 \cdot \frac{(1.08)^{12} - 1}{0.08} = 20000$. Poiché $I = R - Q = 2400$ e $I = i \cdot A$ otteniamo $i = \frac{2400}{20000} = 0.12$.

TERZO CFU

Dani Pedrosa deve scegliere tra due opportunità commerciali A e B per la quali deve spendere la somma di 10000 euro al tempo $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate:

- A: $A_1 = 7000$ euro al tempo $t = 1$ e $A_2 = 4000$ euro al tempo $t = 2$;
- B: $B_1 = 8500$ euro al tempo $t = 1$ e $B_2 = 3500$ euro al tempo $t = 2$.

Dire quale delle due opportunità commerciali è più conveniente utilizzando il criterio del Tasso Interno di Rendimento (TIR). **Soluzione:** $TIR_A = 0.0728$ mentre $TIR_B = 0.1534$ e quindi è preferibile investire in B .

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ Marc Marquez osserva sul mercato i seguenti tassi di interesse a pronti e a termine: $i(0, 1) = 0.1764$; $i(0, 3) = 0.0319$; $i(1, 3) = 0.0314$. Determinare i prezzi delle rispettive obbligazioni senza cedola (di valore nominale 100 euro). Dire inoltre se è violato il principio di assenza di arbitraggi. Se si effettuare una strategia di arbitraggio con vendite allo scoperto per un importo massimo di 50000 euro. **Soluzione:** $r(0, 1) = 1.1764$ da cui $P_1 = \frac{100}{r(0,1)} = 85$; $r(0, 3) = (1.0319)^3 = 1.0987$ da cui $P_2 = \frac{100}{r(0,3)} = 91$; $r(1, 3) = (1.0314)^2 = 1.0637$ da cui $P_3 = 94$.

QUINTO CFU

Maverick Vinales possiede un'operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 500 euro al tempo $t = 3$, euro X al tempo $t = 4$, euro $3X$ al tempo $t = 7$ (tempo espresso in anni). Sapendo che la duration di F utilizzando il tasso di interesse annuo $i = 0.08$ è pari a 5 anni, determinare X . **Soluzione:** $X = 286,98$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.10; \quad \sigma_A = 4; \quad \mu_B = 0.20; \quad \sigma_B = 6; \quad \rho_{AB} = -0.40$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento a Scott Redding che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. la quantità α da investire per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 2. rappresentare la curva dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 3. le percentuali da investire per ottenere una rendimento pari a $\mu_p = 0.25$;
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2016-2017 - 10 Novembre 2017

Puigdemont investe al tempo $t = 0$ la somma di $C_1 = 13000$ euro in RIS per 15 mesi al tasso trimestrale $i_{\frac{1}{4}} = 0.03$. Dal montante ottenuto preleva 5000 euro e reinveste quello che resta in RIC al tasso istantaneo $\delta = 0.045$ per due anni e otto mesi. Determinare il montante finale.

Soluzione: $M_1 = 13000(1 + 0.03 \cdot 5) = 14950$; $C_1 = 9950$; $M_2 = 9950e^{0.045 \cdot 2.66666} = 11218.59$

Rajoy riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 200000$ da restituire con quindici rate mensili posticipate R_k ; $k = 1, \dots, 15$, al tasso di interesse annuo $i = 0.15$. Sapendo che le prime otto rate sono tutte dello stesso importo $3R$, e che dalla nona alla dodicesima di importo R e le restanti rate sono di importo $2R$, calcolare l'importo delle rate e il debito residuo dopo aver pagato la settima rata.

Soluzione: $i_{\frac{1}{12}} = 0.0117$; $200000 = 3Ra_{\overline{8}|0.0117} + Ra_{\overline{4}|0.0117}(1.0117)^{-8} + 2Ra_{\overline{3}|0.0117}(1.0117)^{-12} \rightarrow R = 6364.76$;
 $D_7 = 3 \cdot 6364.76(1.0117)^{-1} + 6364.76a_{\overline{4}|0.0117}(1.0117)^{-1} + 2 \cdot 6364.76a_{\overline{3}|0.0117}(1.0117)^{-5} = 78522.76$

Filippo VI riceve in $t = 0$ un finanziamento di 5000 euro per il quale deve restituire una rata $R_1 = 3000$ dopo due semestri e $R_2 = 3500$ dopo quattro semestri. Determinare:

- Determinare il TAN (espresso in anni) dell'operazione finanziaria;
- Il tasso annuo convertibile semestralmente $j(2)$ tale che il $REA = -1000$;

Soluzione: $5000 - 3000v - 3500v^2 = 0$; $TAN = 18.89\%$; $5000 - 3000v - 3500v^2 = -1000 \rightarrow i = 0.053$; $i_{\frac{1}{2}} = 0.0261$; $j(2) = 2 \cdot 0.0261 = 0.0522$

Data la seguente struttura dei tassi $i(0,2) = 10\%$, $i(0,5) = 11\%$, $i(5,8) = 13\%$, in un mercato in cui vige l'ipotesi di assenza di arbitraggi, determinare i tassi $i(2,5)$ e $i(0,8)$. Determinare inoltre i prezzi a pronti in $t = 0$ di un'obbligazione che scade in $t = 2$ e $t = 5$ con valore nominale pari a 100.

Soluzione: $i(2,5) = 11.67\%$; $i(0,8) = 11.74\%$; $P_1 = \frac{100}{r(0,2)} = 82.64$; $P_2 = \frac{100}{r(0,5)} = 59.34$

Lamela possiede una rendita posticipata formata da 5 rate semestrali di importo $R = 500$. Determinare la duration sapendo che il tasso di interesse annuo è $i = 0.12$. Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da $i = 0.12$ a $i' = 0.11$.

Soluzione: $dur(0.12) = 1.4434$ (anni); $\delta = 0.1133$; $\delta' = 0.1043$; $d\delta = -0.0090$; $var(-0.0090) \approx -1.4434 \cdot -0.0090 = 1.29\%$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.12; \quad \sigma_A = 5; \quad \mu_B = 0.20; \quad \sigma_B = 7; \quad \rho_{AB} = -0.70$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento un individuo che vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. la quantità α da investire per ottenere il portafoglio di minima varianza;
2. rappresentare la curva dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
3. le percentuali da investire per ottenere una rendimento pari a $\mu_p = 0.18$;

Soluzione: $\alpha^* = 0.5975$ (minima varianza) $\alpha = 0.25$ (rendimento di 0.18)
