

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 20 Dicembre 2022 - Soluzione Traccia A**

---

PRIMO CFU

Un individuo deposita un capitale  $C$  in banca al tasso annuo  $i = 0.06$  in regime di interesse composto accordandosi di ritare il montante quando gli interesse maturati saranno pari al 20% del capitale depositato  $C$ . Determinare la durata dell'investimento.

**Soluzione**

$I = 0.20C$  quindi  $M = 1.20C$ . Da cui  $C(1.06)^t = 1.2C$  si ottiene  $t = \frac{\ln 1.20}{\ln 1.06} = 3.1289$  anni.

---

SECONDO CFU

Un individuo prende in prestito la somma  $S$  da restituire con quattro rate ai tempi  $t = 2, 4, 6, 8$  (tempo espresso in semestri). Sapendo che  $C_1 = 5000$ ;  $C_2 = 10000$ ;  $C_3 = 12000$ ;  $C_4 = 8000$  e che in tasso annuale é  $i = 0.05$ , stilare il piano di ammortamento.

**Soluzione**

La somma  $S = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 35000$  euro. Si può facilmente convertire il tempo in anni e quindi utilizzare il tasso annuale ai tempi 1, 2, 3, 4 (tempo espresso in anni). Quindi il P.A.:

k	I	C	R	D
0				35 000
1	1 750	5 000	6 750	30 000
2	1 500	10 000	11 500	20 000
3	1 000	12 000	13 000	8 000
4	400	8 000	8 400	0

---

TERZO CFU

Un individuo acquista al prezzo  $P = 100$  un BTP che eroga sei cedole annuali posticipate di importo  $I = 7$ . Sapendo che il rimporso del capitale a scadenza é alla pari, ossia  $C = 100$ , determinare il TIR dell'investimento.

**Soluzione**

$-100 + 7a_{6|i} + 100(1+i)^{-6} = 0$  da cui  $7\frac{1-v^6}{i} - 100(1-v^6) = 0$  e quindi  $(1-v^6)(7-100i) = 0$  con  $i \neq 0$ . La soluzione finanziaria é  $i^* = \frac{7}{100} = 0.07$ .

---

QUARTO CFU

Dati i seguenti tassi:

$$i(0,3) = 0.07; \quad i(3,5) = 0.05; \quad i(0,8) = 0.09$$

determinare i tassi  $i(0,5)$  e  $i(3,8)$  in un mercato in cui viene rispettato il principio di assenza di arbitraggi. .

**Soluzione**

$$r(0,5) = (1.07)^3(1.05)^2 = 1.3506 \text{ da cui } i(0,5) = 1.3506^{\frac{1}{5}} - 1 = 0.0619$$

$$r(0,8) = r(0,3)r(3,8) \text{ da cui } r(3,8) = \frac{r(0,8)}{r(0,3)} = 1.6265 \text{ e } i(3,8) = 0.1021$$

---

QUINTO CFU

Un individuo possiede un portafoglio formato da  $n_1 = 50$  BTP e  $n_2 = 70$  BOT. Ogni BTP paga cedole semestrali per due anni al tasso di interesse convertibile semestralmente  $j(2) = 0.10$ , valore nominale  $C = 100$  e valore di rimborso a scadenza pari a 110. Ogni BOT scade tra 1 anno e rimborsa un capitale pari a 115. Calcolare la duration e la convessità del portafoglio sapendo che il tasso istantaneo di valutazione é  $\delta = 0.03$ . Calcolare inoltre la variazione relativa utilizzando il polinomio di Taylor di secondo ordine se si passa da  $\delta = 0.03$  a  $\delta' = 0.045$ .

**Soluzione**

$$dur(0.03) = \frac{0.5 \cdot 250e^{-0.5 \cdot 0.03} + 1 \cdot 8300e^{-1 \cdot 0.03} + 1.5 \cdot 250e^{-1.5 \cdot 0.03} + 2 \cdot 5750e^{-2 \cdot 0.03}}{250e^{-0.5 \cdot 0.03} + 8300e^{-1 \cdot 0.03} + 250e^{-1.5 \cdot 0.03} + 5750e^{-2 \cdot 0.03}} = 1.3877 \text{anni}$$

$$conv(0.03) = \frac{0.5^2 \cdot 250e^{-0.5 \cdot 0.03} + 1^2 \cdot 8300e^{-1 \cdot 0.03} + 1.5^2 \cdot 250e^{-1.5 \cdot 0.03} + 2^2 \cdot 5750e^{-2 \cdot 0.03}}{250e^{-0.5 \cdot 0.03} + 8300e^{-1 \cdot 0.03} + 250e^{-1.5 \cdot 0.03} + 5750e^{-2 \cdot 0.03}} = 2.1722 \text{anni}$$

$$var(+0.015) = -1.3877 \cdot 0.015 + \frac{1}{2} \cdot 2.1722 \cdot 0.015^2 = -0.0207$$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.30; \quad \sigma_A = 2; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.50$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

**Soluzione**

Dalla formula della varianza si ottiene:

$$\sigma_P^2 = 4\alpha^2 + 25(1 - \alpha)^2 - 2\alpha(1 - \alpha)2 \cdot 5 \cdot -0.5$$

che riscritta diventa:

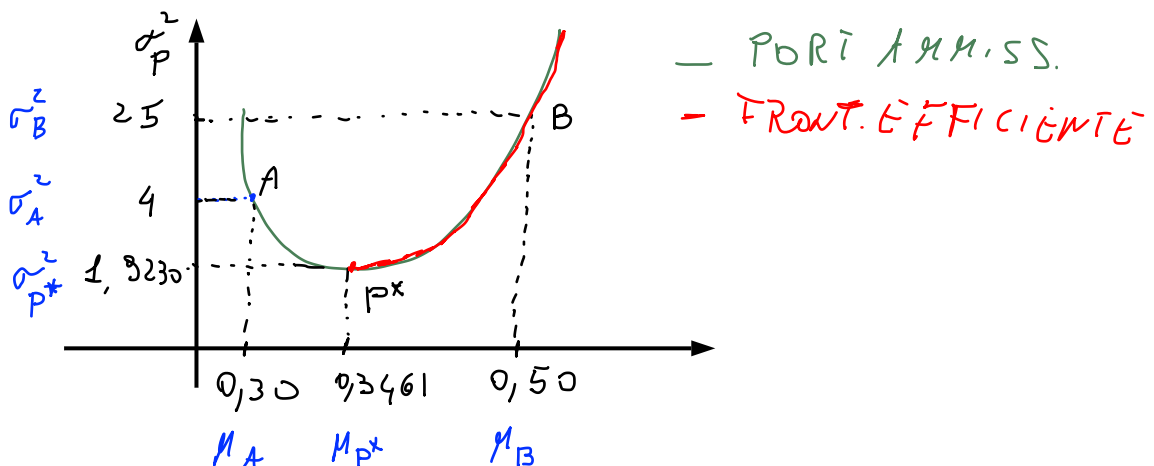
$$\sigma_P^2 = 39\alpha^2 - 60\alpha + 25 \quad (1)$$

e quindi la quantità che minimizza la varianza si ottiene:

$$\frac{d\sigma_P^2}{d\alpha} = 0 \rightarrow 78\alpha - 60 = 0 \rightarrow \alpha^* = 0.7692$$

Inoltre  $\mu_P = 0.30\alpha + (1 - \alpha)0.50$  da cui  $\alpha = 2.5 - 5\mu_P$  che sostituita alla (1) diventa:

$$\sigma_P^2 = 975\mu^2 - 675\mu + 118.75$$



**Soluzione Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 11 Gennaio 2023**

---

PRIMO CFU

Un individuo ha depositato otto mesi fa un capitale  $C$  in RIC al tasso di interesse annuale  $i$  e due anni fa un capitale  $3C$  in RIS al tasso semestrale  $j_{1/2} = 0.08$ . Sapendo che oggi riceve un montante pari a  $5C$ , determinare il tasso annuale  $i$ .

**Soluzione**

$$C(1+i)^{\frac{8}{12}} + 3C(1+0.08 \cdot 4) = 5C \rightarrow i = 0.0605$$

---

SECONDO CFU

Un individuo prende in prestito una somma  $S$  da restituire secondo un piano di ammortamento francese formato da  $n = 10$  rate annuale al tasso annuale  $i > 0$ . Sapendo che il rapporto tra il debito residuo dopo aver pagato la sesta rata e il debito residuo dopo aver pagato la seconda rata é pari a  $\frac{8}{10}$ , determinare il tasso annuale  $i$ .

**Soluzione**

$$\frac{D_6}{D_2} = \frac{Ra_{4|i}}{Ra_{8|i}} = \frac{1 - (1+i)^{-4}}{1 - (1+i)^{-8}} = \frac{1 - v^4}{1 - v^8} = \frac{8}{10} \rightarrow \frac{4v^8 - 5v^4 + 1}{5(1 - v^8)} = 0$$

Poiché  $i \neq 0$  allora risolviamo  $4v^8 - 5v^4 + 1 = 0$ . Ponendo  $v^4 = y$  diventa  $4y^2 - 5y + 1 = 0$  da cui si ottiene che  $y_1 = 1$  e  $y_2 = 0.25$ . Quindi  $v^4 = 1$  diventa  $v = 1$  da cui  $i = 0$  (da scartare poiché  $i > 0$ ). Quindi  $v^4 = 0.25$  diventa  $v = 0.7071$  da cui  $i = 0.4142$ .

Alternativamente si poteva semplificare usando  $1 - v^8 = (1 - v^4)(1 + v^4)$ .

---

TERZO CFU

Un individuo dispone di due operazioni di finanziamento (tempo espresso in anni):

1.  $-200$  in  $t = 0$ ,  $600$  in  $t = 1$  e  $10$  in  $t = 2$ ;
2.  $-100$  in  $t = 0$  e  $500$  in  $t = 1$ .

Determinare il tasso di valutazione  $i$  che rende indifferenti le due operazioni secondo il criterio del REA.

**Soluzione**

$$-200 + 600v + 10v^2 = -100 + 500v \rightarrow -100 + 100v + 10v^2 = 0 \rightarrow v^2 + 10v - 10 = 0 \rightarrow v = 0.9160 \rightarrow i = 0.0917$$

---

QUARTO CFU

Sapendo che  $r(0,1) = 1.25$  e  $r(1,4) = 1.30$ , determinare il prezzo  $P$  a pronti di un titolo senza cedola che scade in  $t = 4$  (Valore Nominale 100) in un mercato in cui é rispettato il principio di assenza di arbitraggio.

**Soluzione**

$$r(0,1) \cdot r(1,4) = r(0,4) \rightarrow r(0,4) = 1.25 \cdot 1.30 = 1.625 \rightarrow P \cdot r(0,4) = 100 \rightarrow P = 61.53$$

---

#### QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro 100 euro al tempo  $t = 1$ , euro 400 al tempo  $t = 3$ , euro 300 al tempo  $t = 7$  (tempo espresso in anni). Calcolare la duration di  $F$  utilizzando il tasso di interesse annuale  $i = 0.05$ . Determinare inoltre la variazione relativa (utilizzando il polinomio di Taylor di primo ordine) sapendo che il tasso di interesse passa da  $i = 0.05$  a  $i' = 0.06$ .

#### Soluzione

$dur(0, 0.05) = 4.012$  (anni). Inoltre  $\delta = \ln(1.05) = 0.0487$ ;  $\delta' = \ln(1.06) = 0.0582$   $d\delta = 0.0095$ . Pertanto

$$var(0.0095) \approx -4.012 \cdot 0.0095 = -0.0381$$

---

#### SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.20; \quad \sigma_A = 3; \quad \mu_B = 0.40; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = -0.80$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza.

#### Soluzione

$$\begin{aligned} \alpha^* &= 0.5791; & \sigma_P^2 &= 44.20\alpha^2 - 51.20\alpha + 16 \\ \alpha &= 2 - 5\mu_P; & \sigma_P^2 &= 1105\mu_P^2 - 628\mu_P + 90.40 \end{aligned}$$

---

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 25 Gennaio 2023**

---

PRIMO CFU

Si deposita oggi presso una banca che remunera al tasso  $i = 0.05$  un capitale  $C$  e tra quattro anni un capitale triplo del precedente. Sapendo che tra dieci anni il montante maturato é pari a 20 000 euro, determinare i due versamenti. Effettuare i conti in RIS e in RIC.

**Soluzione:**

$$C(1.05)^{10} + 3C(1.05)^6 = 20000 \rightarrow C = 3540.33 \quad (RIC)$$
$$C(1 + 0.05 \cdot 10) + 3C(1 + 0.05 \cdot 6) = 20000 \rightarrow C = 3703.70 \quad (RIS)$$

---

SECONDO CFU

Un individuo prende in prestito una somma  $S = 80\,000$  da restituire secondo un piano di ammortamento francese formato da  $n = 20$  rate semestrali al tasso annuale  $i = 0.15$ . Dopo aver pagato la quinta rata, sospende per il pagamento delle successive quattro rate semestrali. Al tempo  $t = 10$  riprende a restituire il debito residuo secondo un piano di ammortamento italiano formato da sei rate semestrali. Stilare il piano di ammortamento italiano.

**Soluzione:**

$$R = 7686.95; \quad D_5 = 69006.24; \quad D_9 = D_5(1.0723)^4 = 91233.34; \quad C = \frac{91233.34}{6} = 15205.55$$

$n$	$I$	$C$	$R$	$D$
0				91 233.34
1	6 596.17	15 205.55	21 801.72	76 027.79
2	5 496.80	15 205.55	20 702.35	60 822.24
3	4 397.44	15 205.55	19 602.99	45 616.69
4	3 298.08	15 205.55	18 503.63	30 411.14
5	2 198.72	15 205.55	17 404.27	15 205.55
6	1 099.36	15 205.55	16 304.91	0

---

TERZO CFU

Un individuo dispone di una operazione finanziaria (tempo espresso in anni):  $+1\,000$  in  $t = 0$ ,  $-R$  in  $t = 2$  e  $-2R$  in  $t = 4$ . Sapendo che il tasso di interesse  $i = 0.05$ , determinare

1.  $R$  tale che il REA sia pari a  $-4\,000$
2. Il TAEG nel caso in cui  $R = 2\,000$  e le spese in  $t = 0$  sono di 50 euro, in  $t = 2$  sono di 200 euro e in  $t = 4$  sono pari a 100.

**Soluzione:**

$$1\,000 - R(1.05)^{-2} - 2R(1.05)^{-4} = -4\,000 \rightarrow R = 1958.91$$

$$1\,000 - 50 - (2\,000 + 200)v^2 - (4\,000 + 100)v^4 = 0 \rightarrow 950 - 2200y - 4100y^2 = 0 \rightarrow y_1 = 0.2827 \rightarrow v_1 = 0.5316 \rightarrow TAEG = \frac{1}{v_1} - 1 = 88.07\%$$

---

#### QUARTO CFU

Al tempo  $t = 0$  un individuo osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 96 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 4$ ;
- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 7$ ;

Calcolare i tassi  $i(0, 4)$ ,  $i(0, 7)$ ,  $i(4, 7)$  in un mercato in cui non sia possibile effettuare arbitraggi.

**Soluzione:**

$$i(0, 4) = 0.0102; \quad i(0, 7) = 0.0104; \quad i(4, 7) = 0.0106$$


---

#### QUINTO CFU

Un individuo possiede una rendita posticipata formata da 4 rate annuali di importo  $R$ . Determinare la duration e la convessità sapendo che il tasso di interesse annuo é  $i = 0.0488$ . Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di secondo ordine se il tasso passa da  $i = 0.0488$  a  $i' = 0.06$ .

**Soluzione:**

$$i_{\frac{1}{2}} = 0.0488$$

$$dur(0.0488) = \frac{1 \cdot R(1.0488)^{-1} + 2 \cdot R(1.0488)^{-2} + 3 \cdot R(1.0488)^{-3} + 4 \cdot R(1.0488)^{-4}}{Ra_{4|0.0488}} = 2.44$$

$$conv(0.0488) = \frac{1^2 \cdot R(1.0488)^{-1} + 2^2 \cdot R(1.0488)^{-2} + 3^2 \cdot R(1.0488)^{-3} + 4^2 \cdot R(1.0488)^{-4}}{Ra_{4|0.0488}} = 7.20$$

$$\delta = \ln(1.0488); \delta' = \ln(1.06) = d\delta = 0.0106$$

$$var(0.0106) = -2.44 \cdot 0.0106 + \frac{1}{2} \cdot 7.20 \cdot (0.0106)^2 = -0.0254$$


---

#### SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A; \quad \sigma_B = 3\sigma_A; \quad \rho = -\frac{\sigma_B}{\sigma_A + 3\sigma_A}$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ , determinare la quantità che minimizza il rischio al variare di  $\sigma_A$ .

**Soluzione:**

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma_A^2}{5} (59\alpha^2 - 99\alpha + 45) \rightarrow \frac{d\sigma_P^2}{d\alpha} = \frac{\sigma_A^2}{5} (118\alpha - 99) = 0 \rightarrow \alpha^* = \frac{99}{118}$$


---

$\downarrow$   $\alpha = 1$   $\sigma_A^2$   
 $\downarrow$   $\alpha = 0$   $\sigma_A^2$

## Esame di Matematica Finanziaria - 08 Febbraio 2023

---

### PRIMO CFU

Un individuo investe un capitale  $C = 20\,000$  euro al tempo  $t = 0$  in capitalizzazione semplice per 24 mesi al tasso semestrale  $i_{\frac{1}{2}}$ . Il montante ottenuto viene reinvestito per altri 3 anni al tasso semestrale  $j_{\frac{1}{2}} = 2i_{\frac{1}{2}}$  ancora in capitalizzazione semplice realizzando un montante finale di 30 000 euro. Calcolare  $i_{\frac{1}{2}}$ .

**Soluzione:**

$$20\,000(1 + i_{\frac{1}{2}}4)(1 + 2i_{\frac{1}{2}}6) = 30\,000 \rightarrow i_{\frac{1}{2}} = 0.0287$$

---

### SECONDO CFU

Un individuo riceve, al tempo  $t = 0$ , in prestito la somma di  $S = 400\,000$  euro da restituire secondo un piano di ammortamento a quote capitali costanti (ammortamento italiano) con 16 rate semestrali posticipate, al tasso di interesse annuo convertibile semestralmente del  $j(2) = 0.12$ . Calcolare le rate  $R_1$  ed  $R_2$ . Dopo aver pagato la seconda rata, il debitore sospende il pagamento delle successive quattro rate e concorda con la banca che il debito sia remunerato allo stesso tasso annuale  $i = 0.10$ . Al tempo  $t = 6$  riprende la restituzione del debito, secondo un piano di ammortamento francese con 15 rate semestrali costanti posticipate (la prima rata pagata in  $t = 7$ ) e al tasso annuo del  $i = 12\%$ . Calcolare l'importo  $W$  delle nuove rate.

**Soluzione:**

$$C = 25\,000; \quad R_1 = 49\,000; \quad R_2 = 47\,500; \quad D_2 = 350\,000; \quad D_6 = 350\,000(1.10)^2 = 423\,500; \quad W = 43\,121.67$$

---

### TERZO CFU

Un individuo dispone di un progetto per il quale investe al tempo  $t = 0$  la somma  $C$  e riceve al tempo  $t = 2$  la somma pari a  $0.8C$  e la somma  $0.6C$  al tempo  $t = 4$ . Determinare:

a) il TIR di tale operazione ;

be) la somma  $C$  affinché il REA sia pari a 3 000 con tasso di valutazione annuo  $i = 0.05$ .

**Soluzione:**

$$a) \quad TIR = 0.1277; \quad b) \quad C = 13683.31$$

---

### QUARTO CFU

Dati i seguenti tassi:

$$i(0, 7) = 0.04; \quad i(2, 7) = 0.07; \quad i(0, 10) = 0.10$$

determinare i tassi  $i(0, 2)$  e  $i(7, 10)$  in un mercato in cui viene rispettato il principio di assenza di arbitraggi.

**Soluzione:**

$$i(0, 2) = -0.0313; \quad b) \quad i(7, 10) = 0.2538$$

---

### QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro 200 euro al tempo  $t = 1.5$ , euro 400 al tempo  $t = 3.5$ , euro 500 al tempo  $t = 6$  (tempo espresso in anni). Calcolare la duration e convessità di  $F$  utilizzando il tasso istantaneo di valutazione  $\delta = 0.04$ . Determinare inoltre la variazione relativa sapendo che la variazione del tasso  $d\delta = -0.01$  utilizzando il polinomio di Taylor di secondo ordine.

**Soluzione:**

$$dur(0.04) = 4.15(\text{anni}); \quad conv(0.04) = 20.27; \quad var(-0.01) = 0.0425$$

---

#### SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.20; \quad \sigma_A = 3; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.8$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad Attilio che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ :

1. rappresentare nel piano media-varianza l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. determinare le percentuali da investire nei due titoli per ottenere il portafoglio di minima varianza;
3. determinare le percentuali da investire affinché la varianza del portafoglio  $\sigma_P^2 = 16$ .

**Soluzione:**

$$a) \quad \alpha^* = 0.6379; \quad c) \quad \alpha = 0.1361$$

---



**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 03 Aprile 2023**

---

PRIMO CFU

Si investe oggi la somma  $C = 10\,000$  euro al tasso di interesse annuo  $i$  per diciotto mesi in RIS. Il montante prodotto viene reinvestito al tasso di interesse annuo  $j = 3i$  per quarantadue mesi in RIS, producendo un montante finale  $M = 20\,125$  euro. Calcolare  $i$  e  $j$ .

---

SECONDO CFU

Un individuo intende costituire un capitale  $M = 169\,585,46$  euro mediante 50 versamenti mensili dei quali i primi 15 sono di importo  $R$ , i successivi 35 sono di importo  $2R$ . Il capitale investito viene remunerato, in RIC, al tasso di interesse annuo convertibile mensilmente  $j(12) = 24\%$  per i primi 10 mesi. Per i successivi 40 mesi il capitale viene remunerato in RIC, al tasso annuo  $i = 42.58\%$ . Calcolare  $R$ .

---

TERZO CFU

Un individuo deve effettuare una scelta tra i seguenti due investimenti:

- $I_1$  Investire la somma  $C$  al tempo  $t = 0$  e incassare la somma  $800\,000$  al tempo  $t = 10$ ;
- $I_2$  Investire la somma  $C$  al tempo  $t = 0$  e incassare le somme di  $600\,000$  euro al tempo  $t = 5$ ,  $100\,000$  al tempo  $t = 10$ .

Determinare, al variare del tasso di valutazione, l'operazione piú conveniente secondo il criterio del REA.

---

QUARTO CFU

Al tempo  $t = 0$  si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 90 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 2$ ;
- 80 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 5$ ;
- 75 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione  $t = 2$  e scadenza  $t = 5$ ;

Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di poter effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di  $10\,000$  euro.

---

QUINTO CFU

Si consideri un'operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro  $2Q$  al tempo  $t = 0$ , euro  $Q$  al tempo  $t = 4$  e  $Q + 2\,000$  al tempo  $t = 12$ . Sapendo che la duration utilizzando il tasso di valutazione  $i = 28\%$  é  $dur_F(0.28) = 3$ , calcolare  $Q$ .

---

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A; \quad \sigma_B = 3\sigma_A; \quad \rho = -0.1$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ , determinare la quantità che minimizza il rischio al variare di  $\sigma_A$ .

---

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 14 Giugno 2023**

---

PRIMO CFU

Si investe oggi la somma  $C = 10\,000$  euro al tasso di interesse annuo  $i$  per venti mesi in RIS. Il montante prodotto viene reinvestito al tasso di interesse annuo  $j = 0.05$  per otto semestri in RIC, producendo un montante finale  $M = 16\,000$  euro. Calcolare  $i$ .

---

SECONDO CFU

Un individuo prende in prestito la somma  $S = 120\,000$  euro da restituire con sei rate semestrali  $R$  al tasso annuo convertibile semestralmente  $j(2) = 0.10$ . Stilare il piano di ammortamento.

---

TERZO CFU

Un individuo deve effettuare una scelta tra i seguenti due investimenti:

- $I_1$  Investire la somma  $C$  al tempo  $t = 0$  e incassare la somma  $400\,000$  al tempo  $t = 10$ ;
- $I_2$  Investire la somma  $C$  al tempo  $t = 0$  e incassare le somme di  $300\,000$  euro al tempo  $t = 5$ ,  $50\,000$  al tempo  $t = 10$ .

Determinare, al variare del tasso di valutazione, l'operazione piú conveniente secondo il criterio del REA.

---

QUARTO CFU

Al tempo  $t = 0$  si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 90 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 2$ ;
- 80 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 5$ ;
- 75 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione  $t = 2$  e scadenza  $t = 5$ ;

Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di poter effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di 10 000 euro.

---

QUINTO CFU

Si consideri un'operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro  $3Q$  al tempo  $t = 0$ , euro  $Q$  al tempo  $t = 2$  e  $Q + 1\,000$  al tempo  $t = 5$ . Sapendo che la duration utilizzando il tasso di valutazione  $i = 12\%$  é  $dur_F(0.12) = 3.5$ , calcolare  $Q$ .

---

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 2; \quad \sigma_B = 3\sigma_A; \quad \rho = -0.1$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Con riferimento ad un individuo che vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ , determinare la quantità che minimizza il rischio.

---

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 28 Giugno 2023**

---

PRIMO CFU

Determinare il tasso di interesse annuo  $i$  tale che un capitale  $C = 1600$  euro produca un interesse di 80 euro in sei mesi. Effettuare i calcoli in RIS e in RIC.

---

SECONDO CFU

Una rendita è formata da  $n = 25$  rate semestrali posticipate dove le prime dieci sono di importo  $R = 500$  e le restanti sono di importo  $W = 800$ . Determinare il valore montante sapendo che il tasso di interesse annuale per i primi tre anni è  $i = 0,10$  e successivamente il tasso semestrale è  $j_{\frac{1}{2}} = 0,02$ .

---

TERZO CFU

Un individuo dispone di un'operazione finanziaria che prevede di investire 200 euro al tempo  $t = 0$  e di incassare le somme 110 in  $t = 2$  e 130 in  $t = 4$  (tempo espresso in semestri). Determinare il tasso di valutazione affinché il REA sia pari a 30 euro.

---

QUARTO CFU

Al tempo  $t = 0$  si osservano sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 90 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 2$ ;
- 80 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza  $t = 5$ ;
- $X$  prezzo a termine di un'obbligazione con emissione  $t = 2$  e scadenza  $t = 5$ ;

Sapendo che nel mercato vige il principio di assenza di arbitraggi, determinare il prezzo  $X$  dell'obbligazione a termine.

---

QUINTO CFU

Un individuo possiede una rendita posticipata formata da 5 rate semestrali di importo  $R = 500$ . Determinare la duration sapendo che il tasso di interesse annuo è  $i = 0,12$ . Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da  $i = 0,12$  a  $i' = 0,10$ .

---

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 4; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = 0,1; \quad \mu_A = 0,20; \quad \mu_B = 0,45$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che un individuo vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ , determinare:

1. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
  2. La quantità da investire nei due titoli per avere un rendimento  $\mu = 0,30$ .
  3. la quantità  $\alpha$  da investire per ottenere una varianza del portafoglio pari  $\sigma_P^2 = \frac{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}{2}$ .
-

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 12 Luglio 2023**

---

PRIMO CFU

Un capitale  $C = 15\,000$  euro viene investito in RIS per 30 mesi al tasso semestrale  $i_{\frac{1}{2}} = 0.05$ . Il montante ottenuto viene reinvestito in RIC per altri 11 mesi al tasso annuale  $i = 0.08$ . Determinare il montante finale.

---

SECONDO CFU

Un individuo prende in prestito la somma di  $S = 100\,000$  euro da restituire con  $n = 120$  rate mensili posticipate (ammortamento francese) al tasso di interesse annuo  $i = 0.15$ . Determinare la rata  $R$ . Dopo aver pagato la 36esima rata, la banca aumenta il tasso annuo a  $j = 0.25$  dando la possibilità al debitore di pagare la stessa rata  $R$ . Determinare il nuovo numero di rate che occorre versare per estinguere il debito.

---

TERZO CFU

Un individuo dispone di due opportunità commerciali per le quali deve investire la somma  $C$  al tempo  $t = 0$  e che conferiscono le seguenti entrate annue:

1.  $2x$  euro al tempo  $t = 1$ ,  $5x$  euro al tempo  $t = 2$  e  $20\,000$  euro al tempo  $t = 3$ ;
2.  $4x$  euro al tempo  $t = 1$ ,  $14\,000$  euro al tempo  $t = 2$  e  $8x$  euro al tempo  $t = 3$ .

Determinare per quali valori di  $x > 0$  l'opportunità 1 è preferibile a 2 in base al criterio del rendimento economico attualizzato (REA) al tasso annuo  $i = 6\%$ .

---

QUARTO CFU

In un mercato in cui vale l'ipotesi di coerenza del mercato, si osservano i seguenti tassi:

$$i(0, 9) = 0.17; \quad i(5, 9) = 0.09$$

Determinare il tasso  $i(0, 5)$ .

---

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro  $Q$  al tempo  $t = 3$ , euro  $2Q$  al tempo  $t = 6$ , euro  $Q + 2000$  al tempo  $t = 10$  (tempo espresso in anni). Calcolare l'importo  $Q$ , sapendo che la duration di  $F$  utilizzando il tasso di valutazione  $i = 10\%$  è  $dur_F(0.12) = 7.5$ ; anni.

---

SESTO CFU

In un mercato uniperiodale due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio  $\sigma_A = 5$  e  $\sigma_B = 8$  e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a  $\rho_{AB} = 0$ . Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Determinare la percentuale  $\alpha$  del proprio capitale da investire nel titolo  $A$  per:

- 1) minimizzare la varianza;
  - 2) ottenere una varianza del portafoglio pari a 30.
-

**Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari**  
**a.a. 2022-2023 - 06 Settembre 2023**

---

PRIMO CFU

Un individuo dispone di una capitale  $C$  tra nove bimestri e di un capitale  $2C$  tra otto semestri. Sapendo che il valore attuale complessivo ammonta a 20 500 euro, determinare  $C$  sapendo che il tasso di interesse annuo è  $i = 0.10$ . Effettuare i calcoli in RIS e in RIC.

---

SECONDO CFU

Un individuo riceve un prestito  $S = 50\,000$  da rimborsare in  $n = 60$  rate mensili con un piano di ammortamento francese al tasso annuo convertibile mensilmente  $j(12) = 0.18$ . Determinare la rata. Dopo aver pagato la ventesima rata, sospende il pagamento delle successive quattro rate e concorda con la banca che il debito residuo sia remunerato al tasso mensile  $i_{\frac{1}{12}} = 0.002$ . Al tempo  $t = 25$  riprendere a restituire il debito con una nuova rata mensile  $W$  da concludersi in  $t = 40$ . Determinare la nuova rata  $W$ .

---

TERZO CFU

Un individuo riceve in  $t = 0$  (tempo espresso in anni) un finanziamento di 8 000 euro che può restituire con due modalità:

1. pagare  $X$  euro al tempo  $t = 2$  e 4 000 euro in  $t = 4$ ;
2. pagare 5 000 euro al tempo  $t = 1$  e 4 000 euro in  $t = 4$ ;

Determinare:

- l'importo  $X$  tale che la prima modalità abbia un TAN del 4%;
  - per quali importi  $X$  la seconda modalità sia preferibile alla prima in base al criterio del REA utilizzando un tasso di interesse annuo  $i = 0.08$ .
- 

QUARTO CFU

In un mercato in cui vale l'ipotesi di coerenza del mercato, si osservano i seguenti tassi:

$$i(0, 9) = 0.17; \quad i(5, 9) = 0.09; \quad i(0, 7) = 0.11$$

Determinare i tassi  $i(0, 5)$  e  $i(5, 7)$ .

---

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria  $F$  che prevede introiti di euro  $Q$  al tempo  $t = 3.5$ , euro  $2.5Q$  al tempo  $t = 4.5$ , euro  $Q + 2000$  al tempo  $t = 8$  (tempo espresso in anni). Calcolare l'importo  $Q$ , sapendo che la duration di  $F$  utilizzando il tasso di valutazione  $i = 10\%$  è  $dur_F(0.10) = 5.5$ ; anni.

---

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi  $A$  e  $B$  caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 3; \quad \sigma_B = 6; \quad \rho_{AB} = -0.20; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.45$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che un individuo vuole investire una percentuale  $\alpha$  del proprio capitale nel titolo  $A$  ed una percentuale  $1 - \alpha$  nel titolo  $B$ , determinare:

1. Rappresentare graficamente l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
  2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
  3. La quantità da investire nei due titoli per avere un rendimento  $\mu = 0.30$ .
-