

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 10 Gennaio 2018

Dart Fener ha investito un capitale C_1 5 semestri fa in regime di interesse composto (RIC) al tasso mensile $i_{\frac{1}{12}} = 0.015$ e un capitale $C_2 = 3C_1$ 3 anni fa in regime di interesse semplice (RIS) al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$. Sapendo che oggi ritira un montante complessivo di $M = 11\,966.43$, determinare C_1 e C_2 .

Soluzione: $C_1(1.015)^{30} + 3C_1(1 + 0.03 \cdot 6) = 11\,966.43$ da cui $C_1 = 2\,344.97$ e $C_2 = 7\,034.93$.

Yoda riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 160\,000$ da restituire con $n = 20$ rate costanti trimestrali (piano ammortamento francese) al tasso interesse annuo $i = 0.16$. Determinare la quota capitale della seconda rata.

Dopo aver pagato l'ottava rata, decide con la banca di rinegoziare la restituzione del debito con un piano di ammortamento italiano da restituire con $n = 3$ rate semestrali al tasso di interesse convertibile semestralmente $j(2) = 0.10$. Stilare il piano di ammortamento italiano.

Soluzione: $i_{\frac{1}{4}} = 0.0378$; $R_F = 11\,544.87$; $C_2 = 5\,704.66$; $D_8 = 109\,745.78$; $i_{\frac{1}{2}} = 0.05$; $C_I = 36\,581.92$;

Chewbecca riceve in $t = 0$ (tempo espresso in anni) un finanziamento di 1 000 euro che può restituire con due modalità:

1. pagare X euro al tempo $t = 1$ e 700 euro in $t = 2$;
2. pagare 800 euro al tempo $t = 1$ e 400 euro in $t = 2$;

Determinare:

- l'importo X tale che la prima modalità abbia un TIR del 2%;
- per quali importi X la seconda modalità sia preferibile alla prima in base al criterio del REA utilizzando il tasso istantaneo annuo $\delta = 0.10$.

Soluzione: $X = 333\,75$; $REA_1 = 1\,000 - Xe^{-0.10} - 700e^{-0.20}$; $REA_2 = 1\,000 - 800e^{-0.10} - 400e^{-0.20}$; $REA_2 > REA_1 \iff X > 528.57$

Mace Windu vive in un mercato in cui vige la seguente struttura:

$$r(t, s) = \frac{1}{1 - 0.07(s - t)}$$

con riferimento alle scadenze $s = 1, 2, 3$ e all'istante iniziale $t = 0$, determinare i tassi $i(0, 1); i(0, 2); i(0, 3)$. Verificare inoltre se in tale struttura di mercato è rispettata o meno l'assenza di opportunità di arbitraggi.

Soluzione: $r(0, 1) = 1.0752$; $i(0, 1) = 0.0752$; $r(0, 2) = 1.1627$; $i(0, 2) = 0.0782$; $r(0, 3) = 1.2658$; $i(0, 3) = 0.0817$; Non è rispettata l'assenza di arbitraggi: ad esempio $r(0, 2) \neq r(0, 1) \cdot r(1, 2)$

Conte Dooku possiede una rendita posticipata formata da 4 rate trimestrali di importo $R = 800$. Determinare la duration in $t = 0$ sapendo che il tasso di interesse annuo è $i = 0.10$. Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da $i = 0.10$ a $i' = 0.11$.

Soluzione: $i_{\frac{1}{4}} = 0.0241$; $dur(0, 0.0241) = 2.4702$ trimestri, ossia 0.61755 anni; $\delta_1 = \ln(1.10) = 0.0953$; $\delta_2 = \ln(1.11) = 0.1043$; $var \approx -0.61755 \cdot 0.009 = -0.0055$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.15; \quad \sigma_A = 4; \quad \mu_B = 0.20; \quad \sigma_B = 7; \quad \rho_{AB} = -0.20$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che Kyo Ren vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. la quantità α da investire per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 2. rappresentare la curva dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 24 Gennaio 2018

LARA dispone di un capitale $C_1 = 1500$ tra quattro mesi, di $C_2 = 2800$ tra sette semestri e di $C_3 = 4000$ tra quattro anni e tre mesi. Sapendo che il tasso di interesse annuo è $i = 0.08$ per il primo anno e successivamente diventa $i = 0.05$, determinare il valore attuale sia in regime di interesse semplice (RIS) che composto (RIC).

Soluzione: RIC $V(0) = 6917.49$; RIS $V(0) = 6951.53$

MARA riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 80000$ da restituire con $n = 3$ rate costanti pagate agli istanti $t = 2$, $t = 3$ e $t = 5$ (tempo espresso in anni). Sapendo che il tasso di interesse annuale è $i = 0.04$, stilare il piano di ammortamento.

Soluzione: $R = 30355$; $I_2 = 6528$; $C_2 = 23827$; $D_2 = 56173$; $I_3 = 2246.92$; $C_3 = 28108.08$; $D_3 = 28064.92$; $I_5 = 2290.09$; $C_5 = 28064.92$;

SARA dispone in $t = 0$ (tempo espresso in anni) due progetti di investimento che prevedono un'uscita di 5000 euro in $t = 0$ euro e che possono realizzare le seguenti entrate:

1. $2X$ euro al tempo $t = 1$ e $3X + 500$ euro in $t = 3$;
2. 1500 euro al tempo $t = 1$ e 6400 euro in $t = 3$;

Determinare:

- l'importo X tale che la prima modalità abbia un REA di 1250 al tasso di valutazione annuo $i = 0.04$;
- per quali importi X il primo progetto è preferito al secondo in base al criterio del REA utilizzando il tasso di valutazione $i = 0.06$.

Soluzione: $X = 1264.78$; Il primo progetto è preferito al secondo se $X > 1446.56$

H'ORA osserva al tempo $t = 0$ sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 95 prezzo a pronti di unobbligazione con scadenza $t = 3$;
- 92 prezzo a pronti di unobbligazione con scadenza $t = 5$;
- 97 prezzo a termine di unobbligazione con emissione al tempo $t = 3$ e scadenza $t = 5$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0,3)$, $i(0,5)$, $i(3,5)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 100000.

ZARA possiede un portafoglio formato da $n = 20$ titoli a cedola nulla (valore nominale di ognuno 80 euro) con scadenza $t = 2$ (tempo espresso in anni), e 30 BTP con scadenza $t = 3$ (valore nominale di ognuno 100 euro) che paga cedole annuali posticipate al tasso $i = 0.07$ e valore di rimborso pari a 110. Determinare la duration di tale portafoglio utilizzando il tasso istantaneo $\delta = 0.05$.

Soluzione: $dur(0.05) = \frac{1 \cdot 210 \cdot e^{-0.05} + 2 \cdot 1810 \cdot e^{-0.10} + 3 \cdot 3510 \cdot e^{-0.15}}{210 \cdot e^{-0.05} + 1810 \cdot e^{-0.10} + 3510 \cdot e^{-0.15}} = 2.58$ anni.

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da rendimento medio, scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\mu_A = 0.25; \quad \sigma_A = 5; \quad \mu_B = 0.50; \quad \sigma_B = 10; \quad \rho_{AB} = 0.40$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che si vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. la quantità α da investire per ottenere il portafoglio di minima varianza;
 2. rappresentare la curva dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente nel piano media varianza;
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 09 Febbraio 2018

R. Ferri investe in $t = 0$ la somma $C = 2500$ euro per tre anni e nove mesi al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.04$. Il montante ottenuto viene reinvestito al tasso annuale $i = 0.07$. Determinare dopo quanti anni si ottiene un montante finale pari a $M = 5000$. Effettuare in calcoli in RIC e in RIS.

Soluzione: RIC $t = 5.89$ anni; RIS $t = 7.69$ anni.

M. Giordano riceve, al tempo $t = 0$, in prestito la somma di euro $S = 100000$ da restituire secondo un piano di ammortamento italiano con $n = 25$ rate annuale al tasso annuo $i = 0.05$. Determinare l'importo dell'ottava rata. Dopo aver pagato la quindicesima rata rinegozia il contratto e concorda con la banca che la restituzione del debito residuo avvenga con un piano di ammortamento americano formato da $n = 10$ rate annuali, tasso creditore annuale $j = 0.07$ e tasso debitore annuale $i = 0.05$. Determinare la composizione della rata complessiva versata (quota capitale e quota interesse).

Soluzione: $R_8 = 7600$; $D_{15} = 40000$; $I = 2000$; $Q = 2895.10$; $R = 4895.10$.

R. Poggi riceve un finanziamento in $t = 0$ pari a 500 euro che dovrà restituire pagando due rate di importo $3R$ in $t = 1$ e $2R + 200$ in $t = 2$. Determinare

1. I valori di R affinché l'operazione finanziaria abbia un TIR positivo (applicando il Teorema di Norstrom);
2. Il TAEG nel caso in cui $R = 75$, le spese di apertura pratica in $t = 0$ sono di 50 euro e quelle di riscossione delle rate in $t = 1$ e $t = 2$ sono di 20 euro.

Soluzione: Trattandosi di un finanziamento occorre che $-2R < 0 \iff R > 0$; $-2R - 200 < 0 \iff R > -100$; $500 - 3R - 2R - 200 < 0 \iff R > 60$ quindi $R > 60$. TAEG=21.89%.

F. Boschi dispone della seguente struttura dei tassi a pronti e a termine:

$$r(s, t) = e^{0.04 \cdot (t-s)}$$

Determinare i tassi $i(0, 4)$; $i(0, 6)$ e $i(4, 6)$.

Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che è violato il principio di assenza di arbitraggio.

Soluzione: $i(0, 4) = i(0, 6) = i(4, 6) = 0.0408$; Sule mercato non si possono fare arbitraggi $r(0, 4) \cdot r(4, 6) = r(0, 6)$.

F. Sartori dispone di un portafoglio che prevede entrate di 1500 in $t = 1$, 2500 in $t = 3$ e 4000 in $t = 5$. Sapendo che nel mercato non è possibile fare arbitraggi e che vale la seguente struttura dei tassi:

$$r(0, 1) = 1.04; \quad r(1, 3) = 1.06; \quad r(3, 5) = 1.08$$

determinare la duration di tale portafoglio.

Soluzione: $r(0, 3) = r(0, 1)r(1, 3) = 1.1024$; $r(0, 5) = r(0, 3)r(3, 5) = 1.1906$. Si ottiene $dur = 3.54$ anni.

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A; \quad \sigma_B = 2\sigma_A; \quad \rho_{AB} = -\frac{\sigma_A}{2 + \sigma_A}$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che si vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. La formula della varianza σ_P^2 del portafoglio;
2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;

Soluzione:

$$\sigma_P^2 = \frac{\sigma_A^2[\alpha^2(9\sigma_A + 10) + \alpha(-16 - 12\sigma_A) + 8 + 4\sigma_A]}{2 + \sigma_A}$$

Punto di minimo $\frac{d\sigma_P^2}{d\alpha} = \frac{2\sigma_a^2(10\alpha + 9\alpha\sigma_a - 8 - 6\sigma_a)}{2 + \sigma_a}$; $\alpha^* = \frac{2(3\sigma_A + 4)}{9\sigma_A + 10}$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 09 Aprile 2018

Actarus dispone di un capitale C che investe in $t = 0$ per $\frac{2}{5}$ in RIC al tasso trimestrale $i_{\frac{1}{4}} = 0.05$ per 6 semestri e per $\frac{3}{5}$ in RIS al tasso mensile $i_{\frac{1}{12}} = 0.01$ per 2 anni. Sapendo che complessivamente ottiene un montante $M = 7311,71$, determinare l'ammontare C .

Soluzione: $C = 5000$.

Venusia riceve in prestito al tempo $t = 0$ la somma di 10 000 da restituire secondo un piano di ammortamento italiano con $n = 20$ rate semestrali al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$. Calcolare la terza rata. Dopo aver pagato la quarta rata rinegozia il contratto e concorda con la banca che la restituzione del debito residuo avvenga con un piano di ammortamento francese la cui rata semestrale $R = 1139,65$. Determinare il numero della rate da versare sapendo che il tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$.

Soluzione: $R_3 = 770$; $D_4 = 8000$; $n = 8$;

Tetsuya dispone di due investimenti per i quali investe $S = 5000$ in $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate:

1. 2000 in $t = 1$ e 3500 in $t = 3$;
2. 1200 in $t = 1$ e 4500 in $t = 3$.

Dire quale delle due operazioni é preferibile in base al criterio del REA con $i = 0.05$. Determinare inoltre il tasso di interesse che rende le due operazioni indifferenti secondo il criterio del REA .

Soluzione: $REA_1 = -71,81$; $REA_2 = 30,11$. Quindi é preferibile la seconda opportunità. Inoltre $i = 11,80\%$ rende indifferenti le due alternative.

Kenzo Kabuto osserva al tempo $t = 0$ sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 85 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 4$;
- 90 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 7$;
- 94 prezzo a termine di un'obbligazione con emissione al tempo $t = 4$ e scadenza $t = 7$.

Calcolare i tassi di interesse $i(0,4)$; $i(0,7)$; $i(4,7)$. Dire se, dall'osservazione di tali tassi, si può dedurre che é violato il principio di assenza di arbitraggio. In caso affermativo, costruire una strategia di arbitraggio e determinare il profitto finale, supponendo di potere effettuare vendite allo scoperto per un importo massimo di euro 20 000.

Soluzione: $i(0,4) = 0.0414$; $i(0,7) = 0.0151$; $i(4,7) = 0.0208$; Profitto da arbitraggio $\Pi = 2526$.

Il Generale Nero possiede una rendita posticipata formata da 5 rate semestrali di importo $R = 500$. Determinare la duration sapendo che il tasso di interesse annuo é $i = 0.12$. Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da $i = 0.12$ a $i' = 0.10$.

Soluzione: $dur = 1.44$ anni; $var = +0.0259$.

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 3; \quad \sigma_B = 4; \quad \rho_{AB} = 0.10; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.35$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che si vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. Rappresentare graficamente l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
3. La quantità da investire nei due titoli per avere $\sigma_P^2 = 12$.

Soluzione: $\alpha^*0.6548$; $\alpha_1 = 1.1566$; $\alpha_2 = -0.153$.

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 27 Giugno 2018

PRIMO CFU

J. Sampaoli vuole disporre tra due anni la somma di 15 000 euro. Per tale scopo ha già versato in banca 29 mesi fa la somma di 9 000 euro al tasso annuo $i = 0.05$. Inoltre versa 1 000 euro oggi e 1 000 tra un anno. Quale tasso di interesse annuo j dovrà concordare con la banca per avere tra due anni la somma di 15 000 euro? Effettuare i conti in RIS e in RIC.

Soluzione: $i_{RIC} = 0.1170$; $i_{RIS} = 0.1313$

SECONDO CFU

J. Low riceve in prestito al tempo $t = 0$ la somma di 30 000 da restituire con $n = 5$ rate semestrali al tasso annuo $i = 0.05$. Stilare il piano di ammortamento francese e italiano.

Calcolare inoltre la rata nel piano di ammortamento americano ipotizzando che il tasso creditore semestrale sia $j_{\frac{1}{2}} = 0.04$.

TERZO CFU

A.L. Bacchi dispone di due progetti di investimento per i quali investe la somma $S = 5 000$ euro in $t = 0$ e che conferiscono le seguenti entrate:

1. X al tempo $t = 1$ e 2 000 al tempo $t = 2$;
2. 3 500 al tempo $t = 1$ e 1 800 al tempo $t = 2$.

Determinare:

1. L'importo X affinché il progetto 1 abbia un TIR pari al 3%;
 2. Utilizzando X precedentemente determinato, determinare il miglior progetto tra 1 e 2 utilizzando il criterio del REA con il tasso di valutazione $i = 2.5\%$.
-

QUARTO CFU

G. Southgate osserva al tempo $t = 0$ sul mercato la seguente struttura dei tassi di interesse a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 2) = 0.04; \quad i(0, 3) = 0.05$$

e inoltre possiede un titolo che paga 100 euro al tempo $t = 1$, $t = 2$ e 1250 in $t = 3$. Determinare:

- Il prezzo P corrente del titolo utilizzando la struttura dei tassi data;
- Il tasso a termine $i(1, 3)$ nell'ipotesi di assenza di arbitraggi nel mercato.

Soluzione: $P = 1 269.33$

QUINTO CFU

F. Hierro dispone di un titolo che paga cedole di importo $I = 80$ negli istanti $t = 1$, $t = 2$ e $t = 3$ (tempo espresso in semestri) e la restituzione del capitale $C = 700$ all'istante finale $t = 3$. Determinare la duration di tale titolo utilizzando il tasso di interesse annuo $i = 5\%$. Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da $i = 5\%$ a $i' = 5.5\%$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 4; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.10; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.35$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che V. Pretovic vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. Rappresentare graficamente l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
 3. La quantità da investire nei due titoli per avere $\sigma_P^2 = 20$.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 11 Luglio 2018

COGNOME E NOME:

PRIMO CFU

Un'impresa ha un credito di 10 000 euro disponibile tra 2 anni e 3 mesi. Si rivolge alla banca che sconta tale credito al tasso semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.03$ in RIS. Il valore attuale ricavato viene investito in RIC al tasso annuale $i = 0.05$. Determinare dopo quanti anni si ottiene un montante di 11 000 euro.

Soluzione: $10000(1 + 0.03 \cdot 4.5)^{-1}(1.05)^t = 11000$; $t = 4.54$ anni.

SECONDO CFU

Un prestito di 95 000 euro viene rimborsato con le seguenti modalità: per 3 anni si pagano solo gli interessi annui, per altri 2 anni si pagano rate semestrali di 7 500 euro, infine altri 3 anni con rate costanti annue R . Sapendo che il tasso di interesse annuo è $i = 0.045$, determinare l'importo della rata R .

Soluzione: $I = 4\,275$; $i_{\frac{1}{2}} = 0.0222$; $4275 \cdot a_{3|0.045} + 7500 \cdot a_{4|0.0222}(1.045)^{-3} + R \cdot a_{3|0.045}(1.045)^{-5} = 95\,000$; $R = 24225.06$

TERZO CFU

Un soggetto riceve un finanziamento di 10 000 euro in $t = 0$ e restituisce 5 000 euro in $t = 2$ e 8 000 euro in $t = 4$. Inoltre sostiene spese di apertura pratica 500 in $t = 0$ e di spese di riscossione rate di 50 euro in $t = 2$ e $t = 4$. Determinare il TAN e il TAEG dell'operazione.

Soluzione: $v^* = 0.9210$; $TAN = 0.0856$; $v^* = 0.9039$; $TAEG = 0.1063$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ un individuo osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 96 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;

Calcolare i tassi $i(0, 2)$, $i(0, 5)$, $i(2, 5)$ in un mercato in cui non sia possibile effettuare arbitraggi.

QUINTO CFU

Una famiglia possiede una rendita posticipata formata da 4 rate semestrali di importo R . Determinare la duration sapendo che il tasso di interesse annuo è $i = 0.12$. Determinare inoltre la variazione relativa attraverso il polinomio di Taylor di primo ordine se il tasso passa da $i = 0.12$ a $i' = 0.10$.

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 3; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.60; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.30$$

Si supponga che non sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che un individuo vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. Rappresentare graficamente l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
 2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
 3. La quantità da investire nei due titoli per avere il massimo rendimento del portafoglio.
-

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 07 Settembre 2018

PRIMO CFU

Un tizio ha investito le seguenti somme (tempo espresso in anni): C al tempo $t = 0$, 1 500 euro in $t = 1.5$, $2C$ in $t = 3$ e $6C$ in $t = 4$. Sapendo che al tempo $t = 5$ ritira un montante $M = 20\,000$ euro, determinare C sapendo che il tasso di interesse bimestrale $i_{\frac{1}{6}} = 0.02$. Effettuare i calcoli nel regime RIC e in RIS.

Soluzione: in RIC $C = 1\,596.49$; in RIS $C = 1\,654.62$

SECONDO CFU

A quale tasso annuale i bisogna impiegare per ulteriori 10 anni il valore finale di una rendita annuale posticipata di $n = 10$ rate di importo R ciascuna per ottenere un montante uguale al valore attuale di una rendita perpetua posticipata di uguale rata R ?

Soluzione: $R s_{n|10} \cdot (1+i)^{10} = \frac{R}{i}$ da cui $i = 0.0492$

TERZO CFU

Un soggetto riceve un finanziamento di 10 000 euro in $t = 0$ e restituisce 8 000 euro in $t = 1$ e 3 000 euro in $t = 2$. Inoltre sostiene spese di apertura pratica 300 in $t = 0$ e di spese di riscossione rate di 100 euro in $t = 1$ e $t = 2$ e spese di chiusura di 200 euro in $t = 2$. Determinare il TAN e il TAEG dell'operazione.

Soluzione: $TAN = 0.0782$; $TAEG = 0.1348$

QUARTO CFU

Al tempo $t = 0$ un individuo osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 96 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 2$;
- 93 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 95 prezzo a termine di un'obbligazione emessa in $t = 2$ con scadenza $t = 5$;

Calcolare i tassi $i(0, 2)$, $i(0, 5)$, $i(2, 5)$. Dire inoltre se è violato il principio di assenza di arbitraggi. In caso positivo costruire una strategia di arbitraggio con vendite allo scoperto per un importo massimo di 50 000 euro.

Soluzione: $i(0, 2) = 0.0206$; $i(0, 5) = 0.0146$; $i(2, 5) = 0.0172$; $\Pi = 986.84$

QUINTO CFU

Si consideri una operazione finanziaria F che prevede introiti di euro 300 euro al tempo $t = 1$, euro 600 al tempo $t = 4$, euro 100 al tempo $t = 5$ (tempo espresso in anni). Calcolare la duration di F utilizzando il tasso istantaneo di valutazione $\delta = 0.05$. Determinare inoltre la variazione relativa sapendo che la variazione del tasso $d\delta = -0.01$.

Soluzione: $dur(0; 0.05) = 3.08$; $var(-0.01) \approx +0.0308$

SESTO CFU

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 4; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -0.30; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.35$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che un individuo vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. Rappresentare graficamente l'insieme dei portafogli ammissibili e la frontiera efficiente;
2. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
3. La quantità da investire nei due titoli per avere un rendimento $\mu = 0.40$.

Soluzione: $\sigma_p^2 = 2\,355.55\mu^2 - 1\,235.55\mu + 168.88$; $\alpha^* = 0.5849$; $\alpha = -0.33$

Prova scritta di Matematica Finanziaria -Università di Bari
a.a. 2017-2018 - 31 Ottobre 2018

Un tizio ha investito dieci mesi fa presso la Banca Popolare di Bari un capitale C in RIS al tasso di interesse semestrale $i_{\frac{1}{2}} = 0.09$ e inoltre ha investito tre anni fa presso la Banca di Credito della Valtellina la somma $2C$ in RIC al tasso di interesse semestrale $j_{\frac{1}{2}} = 0.03$. Sapendo che oggi riceve complessivamente un **interesse** di 300 euro, determinare C .

Soluzione: $I_1 = 0.15C$; $I_2 = 0.3881C$; $I_1 + I_2 = 0.5381C = 300$; da cui $C = 557.51$

Un individuo riceve un prestito $S = 50\,000$ da rimborsare in $n = 60$ rate mensili con un piano di ammortamento francese al tasso annuo convertibile mensilmente $j(12) = 0.15$. Determinare la rata. Dopo aver pagato la dodicesima rata, sospende il pagamento delle successive otto rate e concorda con la banca che il debito residuo sia remunerato al tasso mensile $i_{\frac{1}{12}} = 0.002$. Al tempo $t = 21$ riprendere a restituire il debito con una nuova rata mensile W da concludersi in $t = 40$ utilizzando un piano di ammortamento francese al tasso annuo convertibile mensilmente $j(12) = 0.15$. Determinare W .

Soluzione: $R = 1\,189.49$; $D_{12} = 42\,740.13$; $D_{20} = 43\,428.77$; $W = 2\,467.63$

Un individuo riceve in $t = 0$ (tempo espresso in anni) un finanziamento di 5000 euro che può restituire con due modalità:

1. pagare X euro al tempo $t = 2$ e 2000 euro in $t = 4$;
2. pagare 3000 euro al tempo $t = 1$ e 2400 euro in $t = 4$;

Determinare:

- l'importo X tale che la prima modalità abbia un TAN del 5%;
- per quali importi X la seconda modalità sia preferibile alla prima in base al criterio del REA utilizzando un tasso di interesse annuo $i = 0.10$.

Soluzione: $X = 3\,698.55$; $X > 3\,630.78$

Al tempo $t = 0$ un individuo osserva sul mercato i prezzi delle seguenti obbligazioni (di valore nominale 100 euro):

- 70 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 5$;
- 88 prezzo a pronti di un'obbligazione con scadenza $t = 12$;
- 90 prezzo a termine di un'obbligazione emessa in $t = 5$ con scadenza $t = 12$;

Calcolare i tassi $i(0, 5)$, $i(0, 12)$, $i(5, 12)$. Dire inoltre se è violato il principio di assenza di arbitraggi. In caso positivo costruire una strategia di arbitraggio con vendite allo scoperto per un importo massimo di 80000 euro.

Soluzione: $i(0, 5) = 0.0739$; $i(0, 12) = 0.0107$; $i(5, 12) = 0.0151$; $\Pi = 31\,746$

Un individuo possiede nel suo portafoglio F formato in questo modo: $n_1 = 20$ BOT che scadono tra 6 mesi il cui valore di rimborso unitario è 90; $n_2 = 50$ BOT che scadono tra 12 mesi il cui valore di rimborso unitario è 95; $n_3 = 40$ BOT che scadono tra 18 mesi il cui valore di rimborso unitario è 105. Calcolare la duration di F utilizzando il tasso annuo istantaneo di valutazione $\delta = 0.07$. Determinare inoltre la variazione relativa sapendo che la variazione del tasso $d\delta = +0.02$.

Soluzione: $dur(0; 0.07) = 1.10$ anni; $var(+0.02) \approx -0.022$

Sia dato un mercato uniperiodale in cui siano disponibili soltanto due titoli rischiosi A e B caratterizzati da scarto quadratico medio e coefficiente di correlazione pari rispettivamente a:

$$\sigma_A = 4; \quad \sigma_B = 5; \quad \rho_{AB} = -1; \quad \mu_A = 0.20; \quad \mu_B = 0.45$$

Si supponga che sia possibile effettuare vendite allo scoperto. Sapendo che un individuo vuole investire una percentuale α del proprio capitale nel titolo A ed una percentuale $1 - \alpha$ nel titolo B , determinare:

1. La quantità da investire nei due titoli per minimizzare la varianza del portafoglio;
2. La quantità da investire nei due titoli per avere un rendimento $\mu = 0.30$.

Soluzione: $\alpha^* = 0.55$ con $\sigma_p^* = 0$; $\alpha = 0.60$ per ottenere $\mu_p = 0.30$
