

**Secondo Esonero di Modelli Matematici per la Finanza**  
**Dipartimento di Economia e Finanza**  
**Università di Bari - a.a. 2019-2020 - 19 Dicembre 2019**

SCOGNOME E NOME:

1. Un individuo dispone di due operazioni finanziarie incerte.

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{4} & 0 \leq t \leq 4 \\ 1 & t > 4 \end{cases} \quad Y = \begin{cases} 1 & p \\ 8 & 1-p \end{cases}$$

- Dire, secondo il criterio della Dominanza Stocastica del primo ordine, quale delle due é preferibile al variare di  $p \in [0, 1]$ ;
- Dire, secondo il criterio Media Varianza, quale delle due é preferibile al variare di  $p \in [0, 1]$ .

2. Un individuo dispone di due operazioni finanziarie descritte dalle seguenti variabili aleatorie:

$$X = \begin{cases} 22 & 0.30 \\ 30 & 0.30 \\ 40 & 0.40 \end{cases} \quad Y = \begin{cases} 2 & 0.40 \\ 40 & 0.35 \\ 100 & 0.25 \end{cases}$$

- Sapendo che l'individuo dispone di una funzione di utilitá  $u(x) = \ln(x^2 + 80)$ , dire quale delle due operazioni finanziarie é preferibile secondo il criterio dell'utilitá attesa;
- Determinare l'equivalente certo della variabile  $X$  e  $Y$ ;
- Determinare l'indice di avversione al rischio di Arrow-Pratt;
- Dire quale delle due operazioni é preferibile secondo il criterio Media-Varianza.

3. Sul mercato sono disponibili tre titoli rischiosi che hanno rendimento atteso pari a  $\mu_A = 0.20$ ;  $\mu_B = 0.25$ ;  $\mu_C = 0.35$  e deviazione standard pari a  $\sigma_A = 2$ ;  $\sigma_B = 3$  e  $\sigma_C = 5$ . La matrice delle correlazioni é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.40 & -0.15 \\ 0.40 & 1 & 0.10 \\ -0.15 & 0.10 & 1 \end{pmatrix}$$

- Determinare le quantitá da investire nei tre titoli per determinare il portafoglio  $P^*$  che minimizza la varianza, il relativo rendimento  $\mu^*$  e la relativa varianza minima  $\sigma^*$ . Suggerimento

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 0.2593 & -0.0201 & 0.0168 \\ -0.0201 & 0.1138 & -0.0080 \\ 0.0168 & -0.0080 & 0.0415 \end{pmatrix}$$

- Determinare il rendimento atteso del portafoglio di mercato  $\mu_M$  e lo scarto quadratico medio  $\sigma_M$  sapendo che le quantitá da investire nei tre titoli sono:

$$x_A(M) = 0.42; \quad x_B(M) = 0.08; \quad x_C(M) = 0.50$$

- Determinare la covarianza tra il titolo A e il titolo M e successivamente il coefficiente  $\beta_A$ ;
- Determinare e disegnare l'equazione del Capital Market Line;