UNIVERSITÀ DI BARI
DIPARTIMENTO DI STUDI AZIENDALI E GIUSPRIVATISTICI

Corso di Statistica Economica

APPUNTI DALLE LEZIONI

ad integrazione dei testi consigliati)

Prof. Domenico SUMMO

I NUMERI INDICI

Sommario

1. Considerazioni introduttive

Quando una grandezza è suscettibile di variare nel tempo o nello spazio, il rapporto fra due suoi valori costituisce un **numero indice**. Nel primo caso si ha più propriamente un indice temporale, nel secondo un indice territoriale. Nelle analisi economiche le grandezze principalmente analizzate attraverso i numeri indici sono i prezzi e le quantità di uno o più beni che danno vita ad un aggregato economico. I prezzi li indichiamo con p_0 ***e*** p_t mentre le quantità con q_0 ***e*** q_t rispettivamente al tempo 0 e al tempo t.

Si distinguono:

a) **numeri indici semplici;**
b) **numeri indici complessi**.

I primi sono rapporti che mettono a confronto la grandezza o le intensità di uno stesso fenomeno in due o più situazioni diverse di tempo o di luogo rispetto ad una situazione base.

L'indice semplice dei prezzi del tempo corrente ***(t)*** rispetto a quello base **(*0*)** è dato dal rapporto tra il prezzo corrente e quello al tempo base $I_{p_{(t,0)}} = \frac{p_t}{p_0}$

Allo stesso modo l'indice semplice di quantità è $I_{q_{(t,0)}} = \frac{q_t}{q_0}$.

I secondi sono rapporti statistici che misurano simultaneamente e sinteticamente le variazioni di più grandezze osservate in due o più situazioni diverse.

Sia i numeri indici semplici che quelli complessi mettono quindi in evidenza le variazioni relative; sono dei numeri puri nel senso che sono indipendenti dalle unità di misura in cui sono espresse le grandezze considerate.

Rappresentare con un solo numero le variazioni di un insieme di variabili è il caso di maggiore interesse nelle analisi economiche, ma anche il più difficile a trattarsi, poiché questi fenomeni sono il più delle volte associati ad un concetto astratto, e soggettivo di difficile quantificazione. Si tratta allora di disarticolare il fenomeno complesso nelle sue componenti elementari, in modo tale da calcolare per ciascun fenomeno elementare un indice semplice e poi sintetizzare tali indici semplici, con opportuni procedimenti tecnici, al fine di pervenire ad un indice globale capace di tradurre in misura il confronto temporale o spaziale.

Se le grandezze considerate sono tutte della stessa specie (ad esempio prezzi dei vari beni oggetto di scambio), **la sintesi dei numeri indici semplici dà vita ad un numero indice sintetico.** Se invece le grandezze sono di specie differenti, **la sintesi realizza un**

numero indice composto. Un indice composto è, ad esempio, un indice della attività industriale ottenuto in base alla combinazione di numerose grandezze non omogenee quali il numero degli addetti, le ore di lavoro, le quantità di materie prime consumate, il fatturato ecc..

2. Elaborazione di indici sintetici di prezzi e di quantità

Nel caso degli indici sintetici interessa misurare la variazione nel tempo o nello spazio dei prezzi e delle quantità non di un singolo bene ma di un insieme di beni; ad esempio per i beni e i servizi acquistati dalle famiglie di un paese interessa conoscere la variazione dei prezzi di tutti i beni e servizi, o, per le aziende appartenenti ad un determinato comparto industriale, le variazioni delle quantità dei beni prodotti in un determinato lasso di tempo.
Posto così il problema si tratta di riportare i dati nella tabella seguente :

Beni	**Tempo 0**		**Tempo t**	
	Prezzi	**Quantità**	**Prezzi**	**Quantità**
1	p_{10}	q_{10}	p_{1t}	q_{1t}
2	P_{20}	q_{20}	p_{2t}	q_{2t}
…..				
i	P_{i0}	q_{i0}	p_{it}	q_{it}
……				
n	P_{n0}	q_{n0}	p_{nt}	q_{nt}

Come è noto i problemi da affrontare per costruire un numero indice sintetico sono i seguenti:

a) scelta della base;
b) scelta dei componenti;
c) scelta del criterio di aggregazione;
d) scelta del sistema di ponderazione.

Il denominatore del rapporto identifica la base del numero indice. Nel caso di numeri indici che misurano variazioni temporali, la scelta della base è generalmente riferita ad unità di tempo in cui le grandezze considerate assumono valori tendenzialmente normali, vale a dire né troppo alti né troppo bassi. Certo non si può pretendere di effettuare una comparazione storica allorché le grandezze poste a confronto si riferiscono ad epoche lontane e quindi a situazioni molto diverse ed eterogenee.

In una serie di numeri indici la base può essere fissa, quando tutte le variazioni sono calcolate rispetto allo stesso denominatore, oppure mobile o variabile, quando ciascun termine della serie viene rapportato al precedente.

Per la scelta degli elementi che devono comporre l'indice sintetico è preferibile seguire il criterio della rappresentatività, cioè ogni elemento scelto dovrebbe essere il più possibile indipendente dagli altri e il più possibile rappresentativo del gruppo di elementi che vengono esclusi e che dunque vengono rappresentati.

Il procedimento più comunemente seguito è basato su un criterio di scelta ragionata e consiste in due operazioni:

a) suddividere la massa dei beni e servizi in classi il più possibile omogenee in relazione allo scopo che si intende perseguire;
b) identificare uno o più beni fra quelli che presentano la maggiore importanza relativa nell'ambito del gruppo stesso.

Quanto al criterio di aggregazione, le alternative sostanzialmente sono due. Si può procedere sia:

- ***mediante rapporto di medie***, a condizione naturalmente di operare su grandezze additive; questo metodo si traduce poi in un rapporto di aggregati di valore.
- ***mediante media di rapporti*** (o di indici elementari), dopo aver scelto il tipo di media più conveniente.

Per quanto riguarda la scelta della media possiamo dire che le medie di più frequente impiego sono: la *media aritmetica*, la *media geometrica* e la *media armonica*.

Notevoli vantaggi si ottengono dall'impiego della media geometrica che, come è noto, gode di particolari proprietà. Tenuto conto infatti che il reciproco della media geometrica è uguale alla media geometrica dei reciproci dei termini, ne consegue che, ricorrendo a tale valore medio per la sintesi degli indici elementari, il reciproco degli indici dei prezzi è una misura delle variazioni del potere di acquisto della moneta rispetto all'insieme delle merci considerate. **La media geometrica soddisfa anche la condizione di reversibilità delle situazioni di tempo o di luogo.**

Esempi

Siano p_{io}, q_{io} , p_{it}, q_{it} i prezzi e le quantità di **n** beni al tempo ***0*** denominato tempo base e al tempo ***t*** denominato tempo corrente . Si hanno le seguenti formule ponderate:

Rapporto di medie | *Media di rapporti*

$$\frac{\dfrac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum q_{it}}}{\dfrac{\sum p_{i0}q_{it}}{\sum q_{it}}} \qquad\qquad \frac{\sum \dfrac{p_{it}}{p_{i0}} q_{it}}{\sum q_{it}}$$

Un problema particolarmente delicato nella costruzione dei numeri indici sintetici è la scelta del sistema di ponderazione. Il sistema dei pesi contrassegna il cosiddetto *tipo* di indice e deve essere in funzione dello scopo per il quale si procede al calcolo degli indici stessi. Le ponderazioni possono essere fisse o variabili.

Nel caso di indici di prezzi generalmente si utilizza un sistema di ponderazione che rifletta l'importanza dei singoli beni sul mercato. Da quanto detto si ha il seguente sistema di pesi:

a) quantità prodotte, consumate, importate: q_{i0}, q_{it};

b) valori (prezzi per quantità): $p_{i0}q_{i0}$, $p_{it}q_{it}$, $p_{i0}q_{it}$, $p_{it}q_{i0}$; i primi due prodotti corrispondono a grandezze effettive, gli altri due a grandezze virtuali.

3) L'approccio con struttura di ponderazione fissa

Le formule più frequentemente utilizzate nella costruzione dei numeri indici dei prezzi e delle quantità sono state proposte nel secolo scorso da **Etienne Laspeyres** e da **Herman Paasche**; si tratta di formule rispettivamente a ponderazione fissa e a ponderazione variabile. Una terza formula ben nota è quella di **Irving Fisher**, a ponderazione incrociata. Quest'ultima è nota anche come formula *ideale* per le proprietà formali di cui gode. Le espressioni dei tre indici sono le seguenti:

$$I_{p(t,0)}^{(L)} = \frac{\sum p_{it}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} =; \quad I_p^{(P)} = \frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}}; \qquad I_p^{(F)} = \sqrt{\frac{\sum p_{it}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} \frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}}};$$

$$I_q^{(L)} = \frac{\sum q_{it}p_{i0}}{\sum q_{i0}p_{i0}}; \qquad I_q^{(P)} = \frac{\sum q_{it}p_{it}}{\sum q_{i0}p_{it}}; \qquad I_q^{(F)} = \sqrt{\frac{\sum q_{it}p_{i0}}{\sum q_{i0}p_{i0}} \frac{\sum q_{it}p_{it}}{\sum q_{i0}p_{it}}}.$$

Gli indici di Laspeyres e di Paasche si possono costruire in due modi diversi. Il numero indice dei prezzi di Laspeyres è configurabile sia come rapporto tra le medie aritmetiche dei prezzi degli **n** beni nei due tempi o situazioni diverse considerate, ponderate con le rispettive quantità del periodo base, sia come media aritmetica ponderata degli indici elementari di prezzo per gli **n** beni con pesi pari ai valori del periodo base.

$$\frac{\sum p_{it}q_{i0}}{\sum q_{i0}} : \frac{\sum p_{i0}q_{i0}}{\sum q_{i0}} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} = \frac{\sum p_{it}q_{i0}}{\sum p_{i0}q_{i0}} \quad .$$

Il numero indice dei prezzi di Paasche, a sua volta, equivale sia al rapporto tra le medie aritmetiche degli n prezzi dei beni nei due tempi (situazioni) ponderati con le quantità del periodo corrente, sia alla media aritmetica ponderata degli indici elementari di prezzo ponderati con i valori virtuali $p_{i0}q_{it}$; oppure come alla media armonica degli indici semplici di prezzo ponderati con valori del periodo corrente.

$$\frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum q_{it}} : \frac{\sum p_{i0}q_{it}}{\sum q_{it}} = \frac{\sum \frac{p_{it}}{p_{i0}} p_{i0}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}} = \frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum p_{i0}q_{it}} \quad ;$$

$$\frac{\sum p_{it}q_{it}}{\sum \frac{p_{io}}{p_{it}} p_{it}q_{it}} \qquad \text{media armonica}$$

Una interpretazione analoga vale per i numeri indici delle quantità.

Il numero indice di Fisher è semplicemente la media geometrica degli indici di Laspeyres e di Paasche.

4) L'approccio assiomatico

L'approccio assiomatico alla costruzione dei numeri indice *propone che la formula del numero indice sia scelta in modo tale da soddisfare un insieme di proprietà formali desiderabili*

In letteratura vengono solitamente indicate come proprietà formali, detti anche criteri per la costruzione dei numeri indici, alcuni requisiti proposti da Fisher che risultano di notevole aiuto quando si deve operare una scelta fra formule diverse.

Tali proprietà sono:

a) proprietà di identità, secondo la quale il numero indice relativo alla base deve essere uguale ad 1 o ad una potenza di 10. Tale condizione è soddisfatta da tutti gli indici;

b) proprietà di commensurabilità, secondo la quale il numero indice non cambia se varia l'unità di misura.

c) proprietà di determinatezza, nel senso che non deve annullarsi né tendere ad infinito o diventare indeterminato se si annulla un termine compreso nella formula. Tale condizione è soddisfatta dagli indici di Laspeyres, Paasche e Fisher;

d) proprietà di proporzionalità, nel senso che se tutti i prezzi variano nella stessa proporzione tra il tempo ***0*** ed il tempo ***t***, l'indice deve variare secondo lo stesso coefficiente di proporzionalità;

e) **proprietà di reversibilità** delle basi, secondo la quale il prodotto di due numeri indici a basi scambiate è uguale all'unità. Tale condizione non è soddisfatta dagli indici di Laspeyres e Paasche

f) **proprietà transitiva**; in una serie di numeri indici a catena il numero indice relativo a qualsiasi tempo moltiplicato per numeri indici precedenti dà il numero indice al tempo considerato con base il tempo iniziale. Grazie a questa condizione è possibile passare dagli indici a base mobile agli indici a base fissa e viceversa. Tale condizione è soddisfatta dagli indici complessi non ponderati calcolati con la media geometrica; non è invece soddisfatta dagli indici di Laspeyres, di Paasche e di Fisher.

Negli indici semplici tale proprietà è sempre verificata. Infatti dati i seguenti prezzi :

p_1, p_2, p_3, p_4, …………p_{t-1}, p_t si ha: $\frac{P_1}{P_0} * \frac{P_2}{P_1} * \frac{P_3}{P_2} * \frac{P_4}{P_3} * \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{P_t}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_0}$

Da quanto detto sopra si ha:

$$I^{(L)}_{p(t,0)} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$$

$$\frac{\sum p_{i1} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} * \frac{\sum p_{i2} q_{i1}}{\sum p_{i1} q_{i1}} * \frac{\sum p_{i3} q_{i2}}{\sum p_{i2} q_{i2}} * \frac{\sum p_{i4} q_{i3}}{\sum p_{i3} q_{i3}} \neq \frac{\sum p_{i4} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$$

g) **proprietà di circolarità**. Dati tre tempi **h, j, k** il prodotto dei tre indici semplici a basi scambiate è uguale all'unità. Tale condizione è la conseguenza della condizione transitiva e della condizione della reversibilità delle basi.

$$\frac{P_j}{P_h} * \frac{P_k}{P_j} * \frac{P_h}{P_k} = 1$$

Tale proprietà ovviamente non è verificata con nessuna delle formule viste innanzi.

h) proprietà di reversibilità dei fattori (detta anche della decomponibilità delle cause). L'indice di valore deve essere uguale al prodotto dell'indice dei prezzi e di quello delle quantità. E' soddisfatta soltanto dalla formula di Fisher.

VERIFICA DELLA PROPRIETA' DELLA REVERSIBILITA' DELLE BASI E DELLA REVERSIBILITA' DEI FATTORI NEGLI INDICI PONDERATI (FORMULE DI LASPEYRES, PAASCHE E FISHER).

Le proprietà della reversibilità delle basi e della reversibilità dei fattori non si verificano nelle formule di Laspeyres e di Paasche per cui, tenuto conto che tali formule sono rispettivamente antitesi delle basi e antitesi dei fattori, si ottiene dal loro incrocio geometrico la formula di Fisher, la quale permette il verificarsi delle due proprietà anzidette.

Dimostrazioni:

ANTITESI DELLE BASI

$$I_p^{(L)} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\sum p_{i0} q_{it}}{\sum p_{it} q_{it}}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} = I_p^{(P)}$$

$$I_p^{(P)} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\sum p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{it} q_{i0}}} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} = I_p^{(L)}$$

VERIFICA DELLA REVERSIBILITÀ DELLE BASI CON FISHER

$$\sqrt{\frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}}} \cdot \sqrt{\frac{\sum p_{i0} q_{it}}{\sum p_{it} q_{it}} \frac{\sum p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{it} q_{i0}}} = 1$$

(basi scambiate)

ANTITESI FATTORIALE DEI PREZZI

$$\frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{i0}} : \frac{\sum q_{it} p_{i0}}{\sum q_{i0} p_{i0}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}} ; \qquad \boldsymbol{I_v : I_q^{(L)} = I_p^{(P)}}$$

$$\frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{i0}} : \frac{\sum q_{it} p_{it}}{\sum q_{i0} p_{it}} = \frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} ; \qquad \boldsymbol{I_v : I_q^{(P)} = I_p^{(L)}}$$

VERIFICA DELLA REVERSIBILITÀ DEI FATTORI CON FISHER

$$\sqrt{\frac{\sum p_{it} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}} \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{it}}} \cdot \sqrt{\frac{\sum q_{it} p_{i0}}{\sum q_{i0} p_{i0}} \frac{\sum q_{it} p_{it}}{\sum q_{i0} p_{it}}} = \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{i0}} = I_v$$

(Indice di Fisher dei prezzi) · (Indice di Fisher delle quantità) = (Indice di valore)

5) Analisi della tendenziosità

La formula di Fisher venne definita ideale perché risulta essere quella che fra gli indici ponderati, gode del maggior numero di proprietà. Infatti tale formula risponde a tutte le condizioni che abbiamo esaminato, con eccezione di quella transitiva e di conseguenza quella circolare. Essa permette inoltre di attenuare le opposte tendenziosità delle formule di Laspeyres e di Paasche.

La formula di Fisher non ha, però, un significato intuitivo immediato, specialmente dal punto di vista economico, e presenta l'inconveniente di richiedere per la sua costruzione sia dei pesi q_{i0} e sia dei pesi q_{it}; circostanza che non sempre si verifica e che costituisce l'ostacolo all'applicazione di questo indice.

Pertanto la formula praticamente più usata è quella di Laspeyres, che presenta sia il vantaggio di poter ottenere rapidamente l'indice, sia di calcolare variazioni non solo rispetto al tempo base, ma anche tra tempi intermedi. Il principale inconveniente è quello di subire un invecchiamento precoce. Pertanto è opportuno che periodicamente il sistema di ponderazione venga variato per evitare un eccessivo logoramento dell'indice.

La formula di Paasche non risente di quest'ultimo inconveniente, ma il problema è quello della reperibilità in tempi brevi di nuove quantità. Inoltre, adottando una ponderazione variabile, la formula di Paasche non consente confronti tra tempi intermedi, ma solo con quello base.

In tempi di prezzi crescenti un numero indice calcolato con la formula di Laspeyres risulta generalmente più elevato di un numero indice calcolato con la formula di Paasche; per cui si dice che l'indice dei prezzi di Laspeyres presenta una **tendenziosità** positiva mentre quello di Paasche presenta una negativa. Il contrario succede in tempi in cui i prezzi diminuiscono.

Per spiegare ciò bisogna ricordare, come suggerisce la teoria economica, che esiste una correlazione negativa tra le variazioni dei prezzi e delle quantità, soprattutto nel caso dei prezzi al consumo, nel caso dei prezzi di alcuni prodotti agricoli (per i quali la dispersione delle variazioni di quantità può risultare considerevole) e con riferimento ai periodi di tempo con profondi cambiamenti della struttura economica o rilevanti variazioni di prezzo.

Una misura della divergenza fra gli indici di Laspeyres e Paasche è stata individuata da Bortkiewicz nella relazione seguente:

$$I_p^{(P)} - I_p^{(L)} = \frac{r\sigma_p \sigma_q}{I_q^{(L)}}$$

nella quale **r** è il coefficiente di correlazione lineare tra gli indici di prezzo e di quantità ponderati con i valori del tempo base; **mentre** σ_p e σ_q sono gli scarti quadratici medi dei rispettivi indici elementari di prezzo e quantità.

Da tale espressione risulta che:

$$I_p^{(L)} > I_p^{(P)} \quad \text{se } r < 0 \;; \qquad I_p^{(L)} < I_p^{(P)} \quad \text{se } r > 0,$$

In particolare, per un numero indice dei prezzi al consumo, considerato che al crescere del prezzo di un bene si verifica generalmente una diminuzione della quantità domandata e viceversa, si ottiene un valore negativo del coefficiente di correlazione e pertanto l'indice di Laspeyres tende ad assumere un valore superiore a quello di Paasche.

6) Altre formule

Per superare il dualismo delle formule di Laspeyres e di Paasche si ricorre ad altri criteri di sintesi. Le formule più note in letteratura sono legate ai nomi di:

Lowe	$\dfrac{\sum p_{it} q}{\sum p_{i0} q}$	con pesi q compresi tra 0 e t
Walsh	$\prod \left(\dfrac{p_{it}}{p_{i0}} \right)^{w}$	Dove w indica la spesa relativa per ciascun bene all'aggregato considerato
Edgeworth	$\dfrac{\sum p_{it}(q_{i0} + q_{it})}{\sum p_{i0}(q_{i0} + q_{it})}$	in cui i pesi sono pari alla media aritmetica delle quantità reali delle due situazioni poste a confronto
Törnqvist	$\prod \left(\dfrac{p_{it}}{p_{i0}} \right)^{\frac{w \;+ w_t}{2}}$	media geometrica dei rapporti elementari di prezzo, ponderati con la media aritmetica delle quote relative di ciascun bene e/o servizio sul valore complessivo
Divisia	$\dfrac{P_t}{P_0} = P_{(0)} \exp \int_0^t f(s) ds$	

Attenta considerazione merita la formula di Divisia**.** Infatti gli indici di Laspeyres e Paasche dipendono solo dalle informazioni all'inizio e alla fine dell'intervallo rispetto al quale si misura la variazione dei prezzi. L'indice di Divisia si basa sull'ipotesi che le variazioni dei prezzi dal tempo **0** al tempo **t** dipendano non solo dai prezzi e dalle quantità ai tempi 0 e t ma anche dal movimento dei prezzi e delle quantità nell'intervallo fra 0 e t.

Il punto di partenza è la cosiddetta legge di circolazione della moneta, in base alla quale la variazione relativa del valore**:**

$$\frac{v_t - v_{t-1}}{v_{t-1}}$$

di tutti i beni e servizi scambiati in un dato mercato in un qualsiasi periodo di tempo è uguale alla variazione relativa del livello dei prezzi moltiplicata per la variazione relativa del livello delle quantità.

Esprimendo i termini dell'equazione in funzione del tempo si può scrivere:

$$V(t) = P(t) \; * \; Q(t)$$

in cui $\mathbf{V_{(t)}}$ è la **variazione relativa** del valore dell'aggregato misurata da una origine arbitraria mentre $\mathbf{P_{(t)}}$ e $\mathbf{Q_{(t)}}$ sono rispettivamente numeri indici dei prezzi e delle quantità con base nella stessa origine. Attraverso alcuni passaggi algebrici si perviene al numero indice dei prezzi di Divisia rappresentato da una equazione differenziale la cui soluzione è un integrale curvilineo[1].

7) Gli indici a catena

Nei confronti temporali, il principale limite degli indici complessi a base fissa è la perdita di rappresentatività del sistema di ponderazione, man mano che ci si allontana dal periodo base, a causa di vari cambiamenti economici che si verificano nel tempo sia nelle quantità prodotte o acquistate sia nei loro prezzi relativi. Per ovviare a tale perdita di rappresentatività, ovvero a quello che viene definito logoramento della base, è preferibile calcolare indici a base mobile, di ogni anno rispetto al precedente, e poi costruire per loro tramite un indice a catena che misuri la variazione dal periodo iniziale a quello finale.

Un generico indice a catena dell'anno *t* con riferimento all'anno *0* è definito nel modo seguente: ${}^{C}I_{(t,0)} = I_{(1,0)} \cdot I_{(2,1)} \cdot \ldots \cdot I_{(t,t-1)}$

[1]Per le dimostrazioni vedere: G. Alvaro, *Contabilità nazionale e statistica economica*, Cacucci Ed., 1992, pagg. 357-360.

Tuttavia il procedimento di costruzione dei numeri indici a ponderazione variabile non è scevro da inconvenienti. Ogni indice presenta infatti tracce delle ponderazioni precedenti e ciò, oltre a costituire un mezzo di trasmissione degli errori, conferisce ai risultati un significato ambiguo. L'influenza dei tempi intermedi sui risultati è ineliminabile. Un altro difetto consiste nel fatto che l'indice non ritorna al livello iniziale se i prezzi e le quantità assumono di nuovo i valori originari.

	Confronto tra i tempi		
Ponderazione	**2** e **1**	**3** e **2**	**3** e **1**
Fissa	$\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}$	$\frac{\sum p_3 q_1}{\sum p_2 q_1}$	$\frac{\sum p_3 q_1}{\sum p_1 q_1}$
Variabile	$\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}$	$\frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2}$	$\frac{\sum p_3 q_1}{\sum p_1 q_1}$
variabile con concatenamento	$\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}$	$\frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2}$	$\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1} \cdot \frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2}$

8) Interpretazione statistica ed economica dei numeri indici dei prezzi

I criteri di costruzione dei numeri indici dei prezzi esaminati prescindono dalle relazioni funzionali fra prezzi e quantità e tra le stesse quantità. Nel calcolo dei numeri indici si ipotizza in sostanza che le quantità, consumate o prodotte, rimangano costanti nell'intervallo considerato, e quindi che la variazione dei prezzi non influenzi la quantità.

Tale ipotesi, anche se in pratica accettabile per intervalli di tempo brevi, è certamente debole sotto il profilo economico non trovando alcun riscontro teorico. La teoria economica afferma, invece, che un soggetto reagisce ad una variazione dei prezzi modificando le quantità e la composizione dei beni e servizi acquistati, consumati, ecc.

Da queste considerazioni scaturiscono due tipi di approcci noti in letteratura come **approccio statistico** ed **approccio economico.**

Nell'ambito del primo approccio si distinguono due indirizzi di studio: il *filone atomistico* (con medie non ponderate) e quello *aggregativo* (con medie ponderate*).*

Il filone atomistico, che fa capo alla teoria monetaria, è stato proposto e sostenuto quando l'obiettivo principale era quello di ricercare le variazioni del livello generale dei prezzi o del valore della moneta ed era basato sulla ipotesi che una comune causa monetaria influenzasse nella stessa direzione ed in misura proporzionale tutti i prezzi dei vari beni e servizi, mentre considerava ininfluenti le varie cause mercantili di variazione dei singoli prezzi. In altri termini gli scarti delle variazioni relative dei prezzi dalla media sono considerati come errori di osservazione e quindi la distribuzione dei prezzi o degli indici elementari è ipotizzata normale (errori di misura) o lognormale (se gli stessi vengono considerati come errori di valutazione piuttosto che errori di misura).

La teoria monetaria è stata fortemente criticata:

1) in quanto non è economicamente accettabile l'ipotesi di indipendenza delle utilità marginali dei singoli beni (cioè indipendenza dei prezzi);
2) l'osservazione statistica della realtà esclude l'ipotesi che sta alla base della teoria e cioè la normalità della distribuzione degli indici elementari o dei relativi logaritmi;
3) l'utilizzazione di medie semplici degli indici implica l'attribuzione di uno stesso peso a tutti i beni e servizi che compongono l'aggregato.

Secondo il filone aggregativo l'indice sintetico è sostanzialmente ottenuto come rapporto tra aggregati di valore effettivo o virtuali che corrisponde poi al rapporto tra medie ponderate. Gli indici che ne derivano misurano le variazioni relative della spesa per un paniere di beni riferito al tempo base nel caso di Laspeyres o al tempo corrente nel caso di Paasche.

Questi indici vengono usualmente impiegati per misurare la variazione del potere di acquisto dei redditi di specifici gruppi di famiglie oppure per misurare la variazione del valore monetario di un aggregato di beni. Molte volte impropriamente si è tentato di interpretarli come indici generali del potere di acquisto della moneta. Pertanto gli indici dei prezzi ottenuti nell'ambito del filone aggregativo misurano la variazione della spesa di un particolare paniere di beni e servizi.

L'approccio economico, invece**,** si propone di tener conto anche dei legami tra prezzi e quantità e quindi della reazione dei soggetti a modificare la struttura delle quantità consumate, prodotte a seguito di una variazione dei prezzi relativi.

E' sostanzialmente uno studioso sovietico, il Konus, che apre un nuovo filone di studi, pubblicando nel 1924 un saggio dal titolo "*Il problema degli indici veri del costo della vita*", nel quale si sofferma in particolare sul modo di misurare le variazioni della

spesa necessarie per mantenere inalterato nel tempo il livello di soddisfazione della persona o della popolazione a cui si fa riferimento.

L'impostazione di Konus, su cui poi si sono mossi altri studiosi, configura l'indice dei prezzi come rapporto tra le spese sostenute in situazioni diverse, ma riferite allo stesso livello di soddisfazione, secondo la seguente espressione:

$$ {}_0I_t = \frac{C(p_{it},\dots,p_{it}\dots,p_{nt};U)}{C(p_{i0},\dots,p_{i0}\dots,p_{n0};U)} $$

dove C indica una generica funzione di costo ed U il livello di soddisfazione o utilità. Stabilito il livello di soddisfazione a cui fare riferimento, è possibile valutare le spese da inserire al numeratore e al denominatore dell'espressione indicata e quindi calcolare un indice del costo della vita ad **utilità costante** o **a livello di soddisfazione immutato.** Naturalmente ad ogni livello di U corrisponde un diverso indice. Se si fa riferimento al livello di soddisfazione raggiunto dal consumatore al tempo 0 (massimizzando l'utilità e spendendo tutto il reddito), si ottiene l'indice di Konus-Laspeyres:

$$ \frac{\sum p_{it} q_{it} (U_0)}{\sum p_{i0} q_{i0}} $$

dove $q_{it}(U_0)$ indicano le quantità che al tempo t forniscono al consumatore la stessa soddisfazione del tempo **0** con la minima spesa. Se invece ci si riferisce al livello di soddisfazione raggiunto dal consumatore al tempo t (dato il reddito R) si ottiene l'indice di Konus-Paasche:

$$ \frac{\sum p_{it} q_{it}}{\sum p_{i0} q_{i0} (U_t)} $$

dove $q_{i0}(U_t)$ indicano le quantità che al tempo 0 forniscono al consumatore la stessa soddisfazione del tempo t, con la minima spesa.

Tale impostazione non è esente da limiti interpretativi:

1) Innanzitutto lo schema teorico si riferisce a un singolo consumatore e a un prefissato livello di soddisfazione, il che implica che occorre ammettere le ipotesi semplificatrici di invarianza nel tempo dei gusti e del reddito reale.
2) E' praticamente impossibile estendere la definizione e la specificazione degli indici del costo della vita da un individuo a gruppi di individui o all'intera collettività.

E' proprio dal punto di vista operativo che si incontrano le maggiori difficoltà sia per la scelta della funzione di utilità sia per i problemi di stima delle quantità teoriche.

Il significato degli indici del costo della vita sembra più chiaro se limitato a brevi intervalli di tempo o a gruppi di famiglie con reddito relativamente stabile per le quali è più verosimile ipotizzare una omogeneità di comportamento.

9) Alcune riflessioni sulla variazione dei prezzi nel tempo

Parlando dei prezzi e del loro andamento, è utile fermarsi a considerare il significato economico della variazione nel tempo del prezzo di un bene o di un servizio. Infatti un numero indice, qualunque esso sia e a qualsiasi mercato faccia riferimento, si limita ad esprimere la sintesi delle variazioni dei prezzi dei vari beni e/o servizi presi in considerazione, senza poter fornire indicazioni atte a spiegare le circostanze che concorrono a causare tale dinamica.

Per comprendere il meccanismo che interviene nella formazione del prezzo di un bene o servizio, si ricordi che il valore aggiunto di un impresa, e in generale dell'intero sistema economico, è dato dalla differenza tra il valore della produzione vendibile e l'ammontare dei beni e servizi acquisiti per la produzione al netto dei reimpieghi nell'unità di tempo. Quando il prodotto esce dai confini dell'impresa, occorre tenere presente anche le imposte indirette al netto dei contributi alla produzione. In simboli si ha:

$$VA = P_V - x - I$$

dove:

VA = valore aggiunto al costo dei fattori;
P_V = produzione vendibile ai prezzi di mercato;
x = valore dei beni e servizi impiegati nella produzione;
I = imposte indirette nette.

La formula precedente si può scrivere:

$$\mathbf{P_V = VA + x + I}$$

La produzione vendibile è dunque valutata a posteriori come la somma dei costi sostenuti per il suo ottenimento, dati dal valore aggiunto (redditi da lavoro, profitti, interessi, rendite, ecc.), dalle materie prime utilizzate (interne o importate) e dalle imposte indirette nette. Poiché il valore della produzione vendibile è dato dal prodotto dei prezzi per le quantità vendute, si ha:

$$P_v = wL + \pi K + p_n q_n + p_m q_m + I$$

dove:

w = saggio di remunerazione del lavoro L;

π = saggio di remunerazione del capitale K;

p_n q_n = prezzi dei beni e servizi intermedi interni ;

p_m q_m = prezzi dei beni e servizi importati .

Indicando la produzione vendibile come il prodotto delle quantità per i rispettivi prezzi **p*q*** Dividendo ambo i membri per la quantità venduta, si ha:

$$p = \omega \frac{L}{q} + \pi \frac{K}{q} + p_n \frac{q_n}{q} + pi \frac{q_i}{q} + \frac{I}{q} \quad .$$

Dunque il prezzo di un bene o servizio dipende da tanti fattori ed è configurabile come media aritmetica ponderata dei saggi di remunerazione dei fattori primari e dei prezzi delle materie prime, in cui i pesi sono le rispettive quantità utilizzate per unità di prodotto, più le imposte indirette per unità di prodotto.

Supponendo l'invarianza di Q_V e dei fattori produttivi impiegati, il prezzo può dunque aumentare se si verificano aumenti nei saggi di remunerazione del lavoro (retribuzioni dei lavoratori) e/o del capitale (profitti, ecc.) e/o dei prezzi delle materie prime di origine interna e/o importate superiori agli aumenti delle rispettive produttività. Un'altra causa di aumento dei prezzi può essere un aumento delle aliquote delle imposte indirette.

Riferendosi allora all'intero sistema economico, le variazioni degli indici di prezzo vanno interpretate con riferimento alle variazioni dei saggi di remunerazione del lavoro e del capitale, alle variazioni dei prezzi delle materie prime ed ausiliarie di provenienza estera e alle variazioni delle aliquote dell'imposizione indiretta.

Può dunque verificarsi una inflazione da profitti che si traduce in una perdita del potere di acquisto delle retribuzioni dei lavoratori dipendenti, o una inflazione da costo del lavoro (aumento di w) che comporta una riduzione del potere di acquisto degli altri redditi. Se invece l'aumento dei prezzi deriva da un aumento dell'imposizione indiretta, bisogna distinguere se ciò si traduce in una maggiore quantità di servizi collettivi prodotti dalla Pubblica Amministrazione o meno; in quest'ultimo caso si ha una perdita del potere di acquisto di tutti i redditi.

10) Gli indici di prezzo costruiti dall' Istat : metodologia di rilevazione

Campo di osservazione degli indici

I numeri indici dei prezzi al consumo misurano le variazioni nel tempo dei prezzi di un insieme di beni e servizi (paniere) rappresentativi di tutti quelli destinati al consumo finale delle famiglie e acquistabili sul mercato attraverso transazioni monetarie (sono escluse,quindi, le transazioni a titolo gratuito, gli autoconsumi, i fitti figurativi, ecc.).

Essi vengono calcolati utilizzando l'indice a catena del tipo Laspeyres, in cui sia il paniere dei prodotti sia il sistema dei pesi vengono aggiornati con cadenza annuale. Attualmente il sistema degli indici dei prezzi al consumo è articolato secondo tre diversi indici, con finalità differenti:

1. **l'indice nazionale dei prezzi al consumo per l'intera collettività (NIC)** è utilizzato come misura dell'inflazione per l'intero sistema economico; in altre parole, si considera la collettività nazionale come un'unica grande famiglia di consumatori all'interno della quale le abitudini di spesa sono ovviamente molto differenziate;
2. **l'indice dei prezzi al consumo per le famiglie di operai e impiegati (FOI)** si riferisce ai consumi dell'insieme delle famiglie che fanno capo a un lavoratore dipendente. È l'indice usato per adeguare periodicamente i valori monetari, ad esempio i canoni di affitto o gli assegni dovuti al coniuge separato;
3. **l'indice dei prezzi al consumo armonizzato per i paesi dell'Unione Europea (IPCA)** assicura una misura dell'inflazione comparabile tra i diversi paesi europei, attraverso l'adozione di un impianto concettuale, metodologico e tecnico condiviso da tutti i paesi. Infatti, viene assunto come indicatore per verificare la convergenza delle economie dei paesi membri dell'Unione europea. Tale indice viene calcolato, pubblicato e inviato mensilmente dall'Istat ad Eurostat secondo un calendario prefissato. Eurostat, a sua volta, diffonde gli indici armonizzati dei singoli paesi dell'UE ed elabora e diffonde l'indice sintetico europeo, calcolato sulla base dei primi.

I tre indici hanno in comune: la rilevazione dei prezzi; la metodologia di calcolo; la base territoriale; lo schema di classificazione del paniere. I tre indici differiscono, invece, per i seguenti elementi: NIC e FOI si basano sullo stesso paniere e si riferiscono ai consumi finali individuali indipendentemente se la spesa sia a totale carico delle famiglie o, in misura parziale o totale, della Pubblica Amministrazione o delle istituzioni non aventi fini di lucro (ISP). Il peso attribuito a ogni bene o servizio è diverso nei due indici, a seconda dell'importanza che i diversi prodotti assumono nei consumi della popolazione di riferimento. Per il NIC la popolazione di riferimento è l'intera popolazione; per il FOI è l'insieme di famiglie che fanno capo a un operaio o a un impiegato; l'IPCA ha in comune con il NIC la popolazione di riferimento ma si differenzia dagli altri due indici poiché si riferisce alla spesa monetaria per consumi finali sostenuta esclusivamente dalle famiglie (*Household final monetary consumption expenditure*); esclude inoltre, sulla base di regolamenti comunitari, alcuni prodotti come, ad esempio, le lotterie, il lotto e i concorsi pronostici.

Un'ulteriore differenziazione fra i tre indici riguarda il concetto di prezzo considerato. Se il NIC e il FOI considerano sempre il prezzo pieno di vendita, l'IPCA si riferisce, invece, al prezzo effettivamente pagato dal consumatore. Ad esempio, nel caso dei medicinali, mentre per gli indici nazionali viene considerato il prezzo pieno del prodotto, per quello armonizzato il prezzo di riferimento è rappresentato dalla quota effettivamente a carico delle famiglie. Inoltre, l'IPCA tiene conto anche delle riduzioni temporanee di prezzo (saldi, sconti e promozioni).

Gli indici nazionali NIC e FOI sono prodotti anche nella versione che esclude dal calcolo i tabacchi, ai sensi della legge n.81 del 1992.