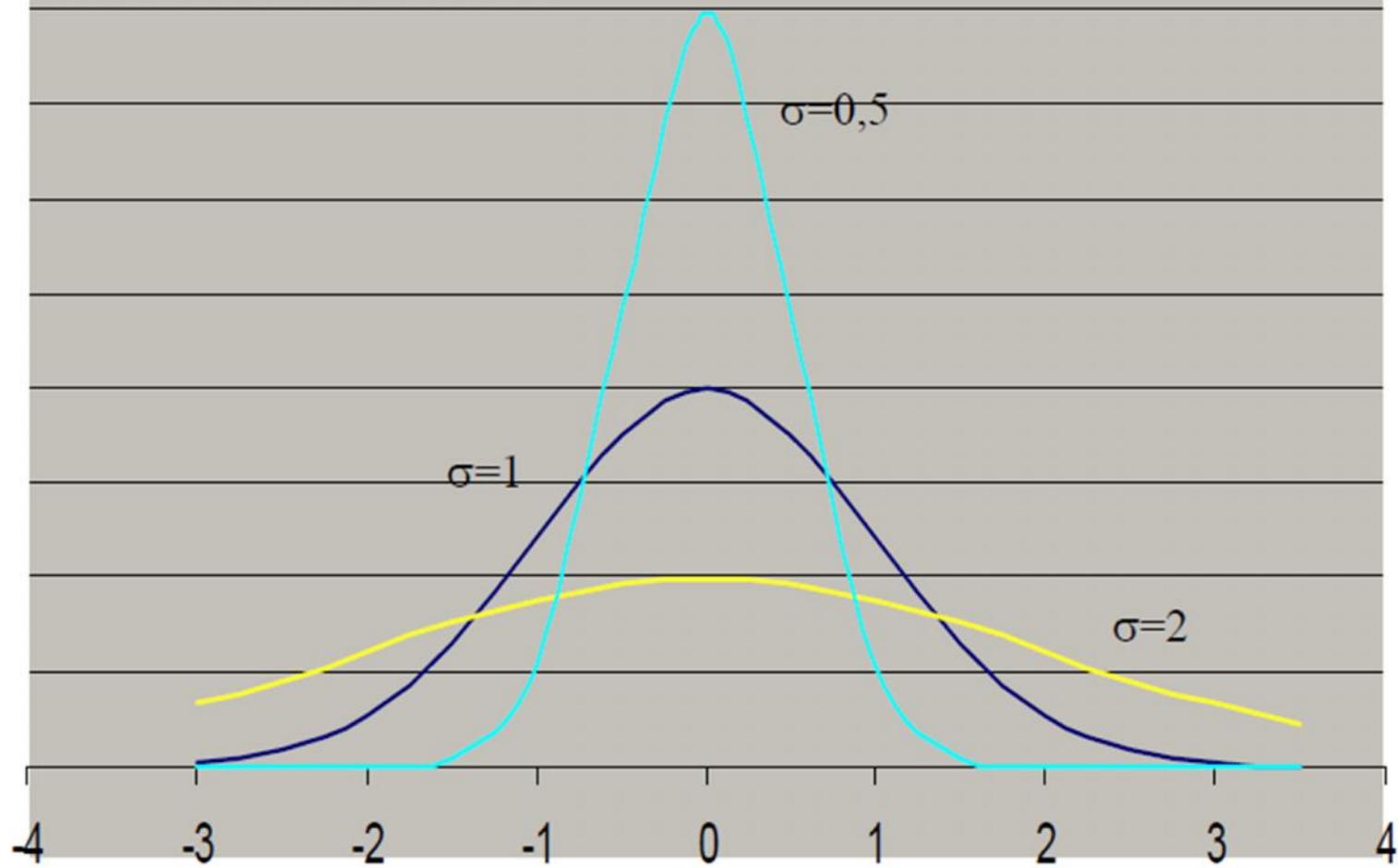
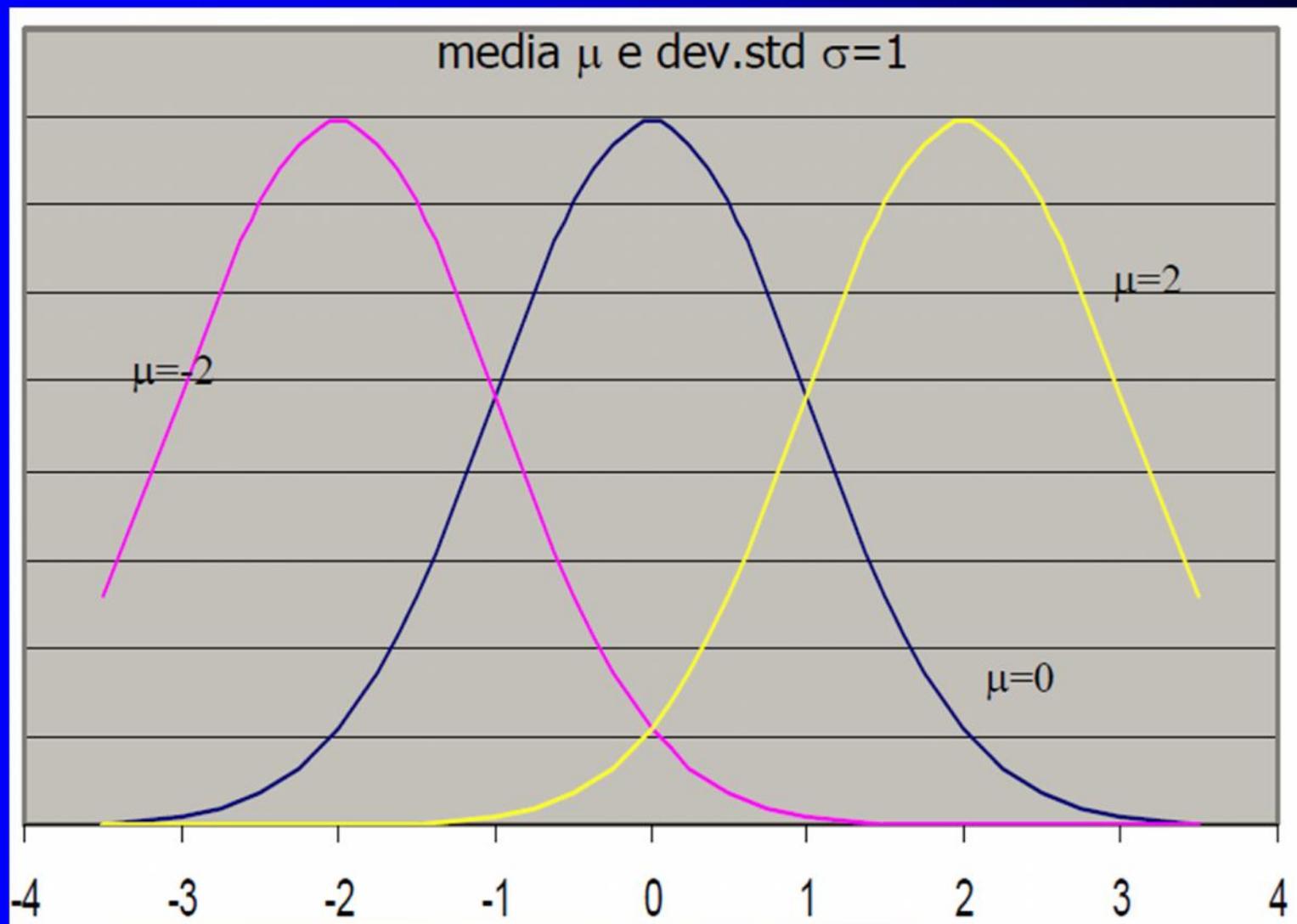


media  $\mu=0$  e dev.std.  $\sigma$



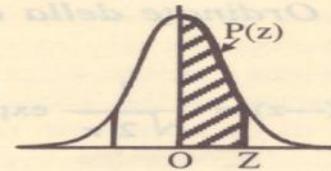


**TAVOLA DELLA CURVA  
NORMALE  
STANDARDIZZATA**

## Tavola B

*Integrale della curva normale standardizzata.*

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34850	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42786	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49446	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49534	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,49653	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865	0,49869	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49889	0,49893	0,49896	0,49900
3,1	0,49903	0,49906	0,49910	0,49913	0,49916	0,49918	0,49921	0,49924	0,49926	0,49929
3,2	0,49931	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49942	0,49944	0,49946	0,49948	0,49950
3,3	0,49952	0,49953	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49962	0,49964	0,49965
3,4	0,49966	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49972	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976
3,5	0,49977	0,49978	0,49978	0,49979	0,49980	0,49981	0,49981	0,49982	0,49983	0,49983
3,6	0,49984	0,49985	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49987	0,49988	0,49988	0,49989
3,7	0,49989	0,49990	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992
3,8	0,49993	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995
3,9	0,49995	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997	0,49997

## ESERCIZI CURVA NORMALE

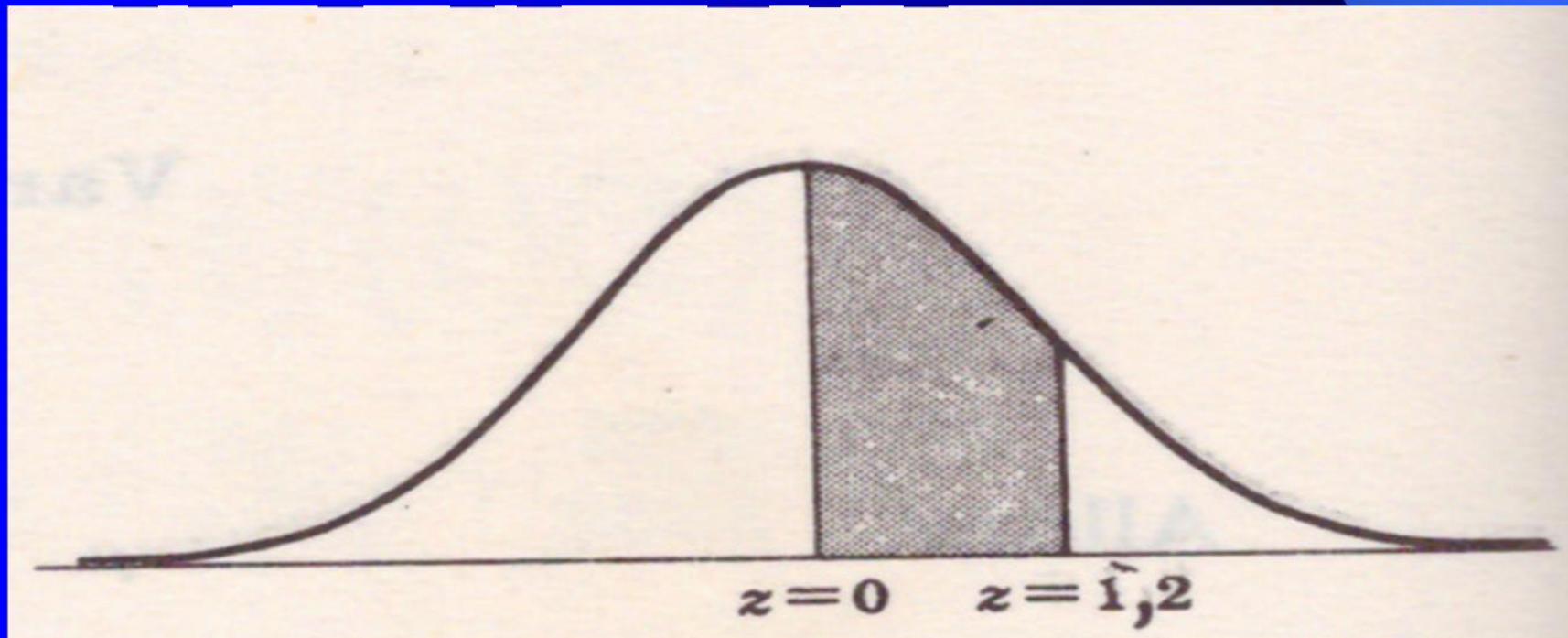
DETERMINARE L'AREA SOTTO LA CURVA  
NORMALE STANDARDIZZATA TRA

$$Z = 0 \text{ E } Z = 1,2$$

## ESERCIZI CURVA NORMALE

Usando la tavola della curva normale standardizzata si proceda sotto la colonna segnata  $z$  fino a 1,2. Poi procedere a destra fino alla colonna segnata 0. Il risultato 0,384 è l'area richiesta e rappresenta la probabilità che  $Z$  sia compreso tra 0 e 1,2..Quindi

$$P(0 \leq Z \leq 1,2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{1,2} e^{-z^2/2} dz = 0,384$$



## ESERCIZI CURVA NORMALE

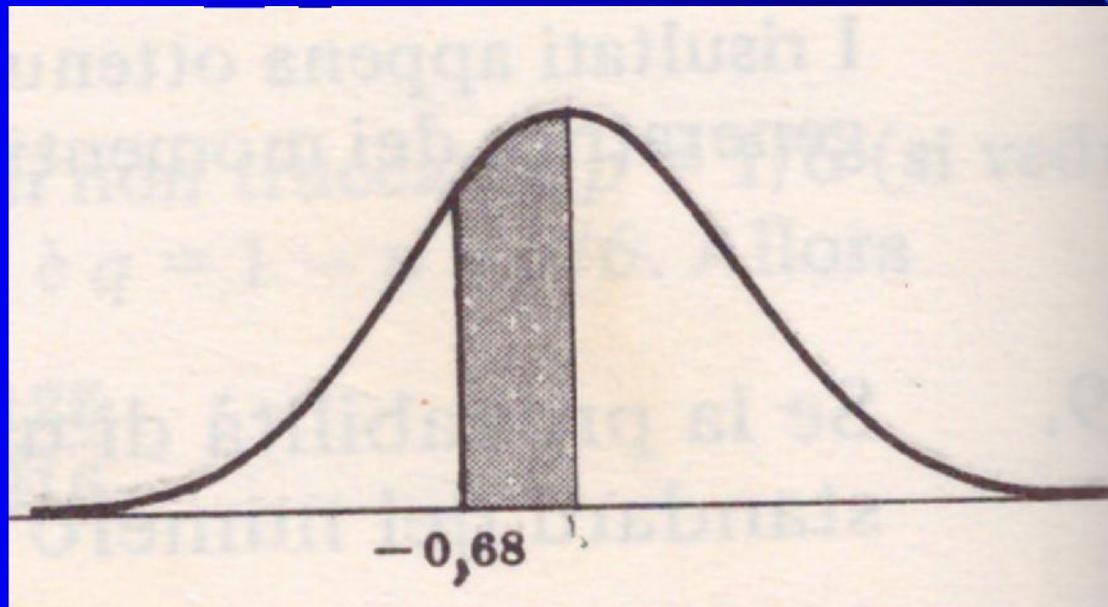
DETERMINARE L'AREA SOTTO LA CURVA  
NORMALE STANDARDIZZATA TRA

$$Z = -0,68 \text{ E } Z = 1,20$$

## ESERCIZI CURVA NORMALE

Area richiesta è tra  $z=0$  e  $z=+0,68$  (per simmetria). Procedere quindi sotto la colonna segnata  $z$  fino a raggiungere  $0,6$  e poi a destra fino alla colonna segnata  $8$ . Il risultato è  $0,2517$ , è l'area richiesta e rappresenta la probabilità che  $Z$  sia tra  $-0,68$  e  $0$ . Così:

$$P(-0,68 \leq Z \leq 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-0,68}^0 e^{-z^2/2} dz =$$
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{0,68} e^{-z^2/2} dz = 0,2517$$



## ESERCIZI CURVA NORMALE

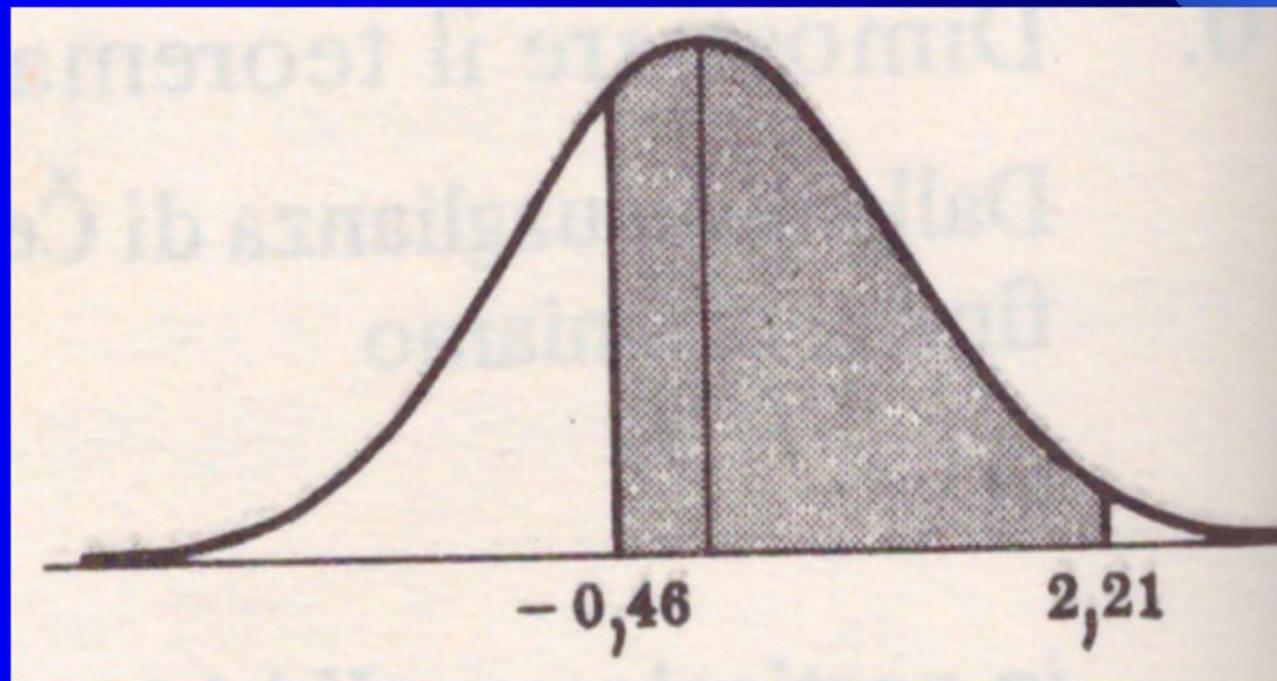
DETERMINARE L'AREA SOTTO LA CURVA  
NORMALE STANDARDIZZATA TRA

$$Z = -0,46 \text{ E } Z = 2,21$$

## ESERCIZI CURVA NORMALE

Area richiesta=(area tra  $Z=-0,46$  e  $Z=0$ )+(area tra  $Z=0$  e  $Z=2,21$ )=(area tra  $Z=0$  e  $Z=0,46$ )+(area tra  $Z=0$  e  $Z=2,21$ )= $0,1771+0,4864=0,6636$

L'area  $0,6636$  rappresenta la probabilità che  $Z$  sia tra  $-0,46$  e  $2,21$ .



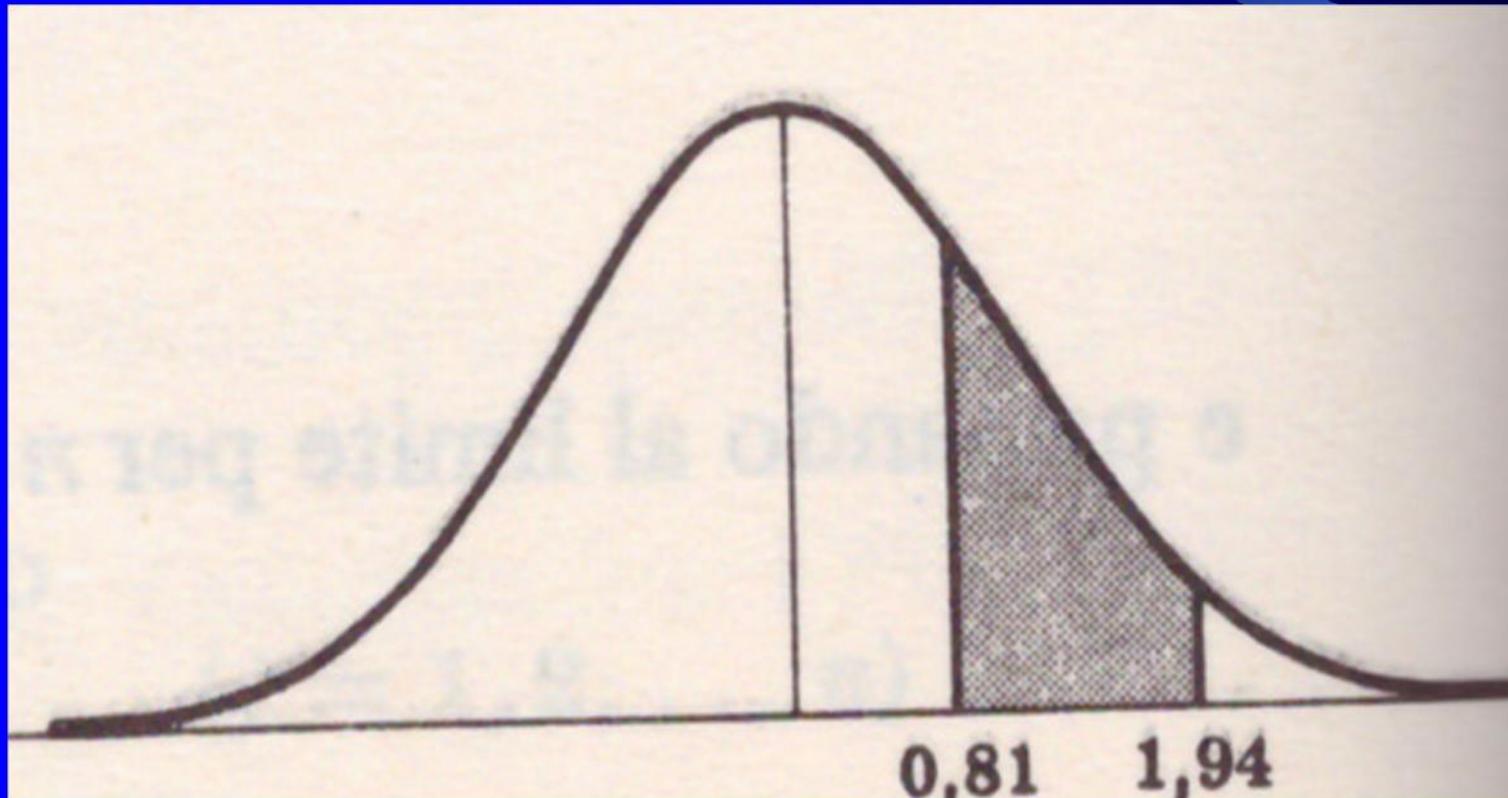
## ESERCIZI CURVA NORMALE

DETERMINARE L'AREA SOTTO LA CURVA  
NORMALE STANDARDIZZATA TRA

$$Z = 0,81 \text{ E } Z = 1,94$$

## ESERCIZI CURVA NORMALE

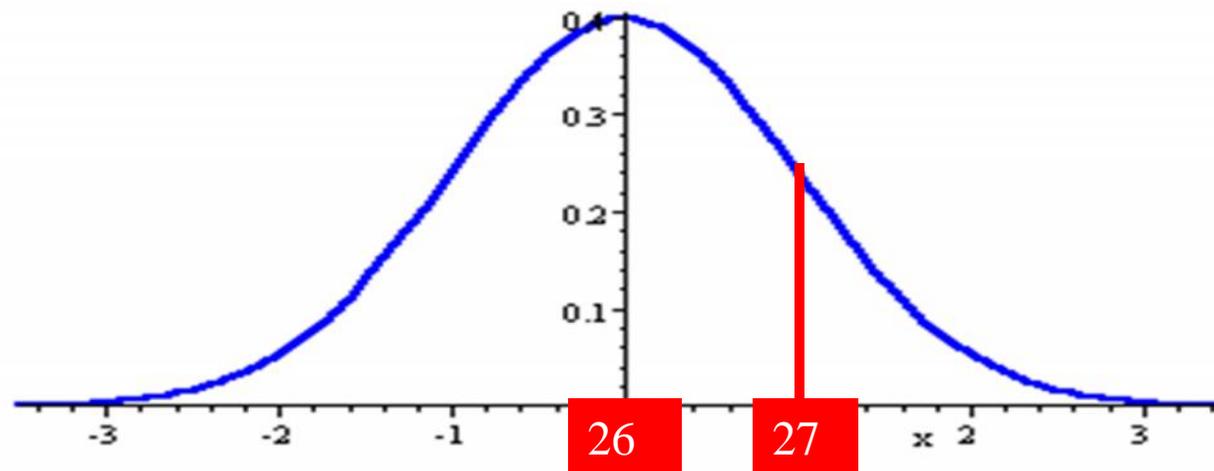
Area richiesta = (area tra  $Z=0$  e  $Z=1,94$ ) - (area tra  $Z=0$  e  $Z=0,81$ ) =  $0,4738 - 0,2910 = 0,1828$  che è lo stesso di  $P(0,81 \leq Z \leq 1,94)$



## ESERCIZI CURVA NORMALE

**N=200 studenti Medio voto 26 Sigma 2 studenti che hanno preso un voto maggiore di 27**

$N=200$   $\sigma=2$   $\mu=26$   $Z=27-26/2=0,5$  AREA 0,20884  
 $0,5(\text{META AREA}) + 0,20884 = 0,70884$   
 $1 - 0,70884 = 0,29$  29%



# Inferenza statistica

E' possibile stimare alcuni valori incogniti della popolazione attraverso le osservazioni campionarie. La stima avviene attraverso l'utilizzo dello stimatore che deve essere corretto efficiente e consistente.

# INFERENZA STATISTICA

Le caratteristiche della popolazione vengono stimate attraverso le caratteristiche del campione estratto dalla popolazione

L'inferenza statistica ci permette di verificare un'ipotesi relativa alle caratteristiche della popolazione

# INFERENZA STATISTICA

Le fasi dell'inferenza statistica sono :

1. Estrazione di una parte della popolazione (Campione)
2. Calcolo delle statistiche campionarie, ossia dei valori corrispondenti ai dati contenute nel campione ( es. media del campione, deviazione standard, percentuale ecc)
3. Stima dei parametri nella popolazione in base ai risultati forniti dal campione (inferenza)

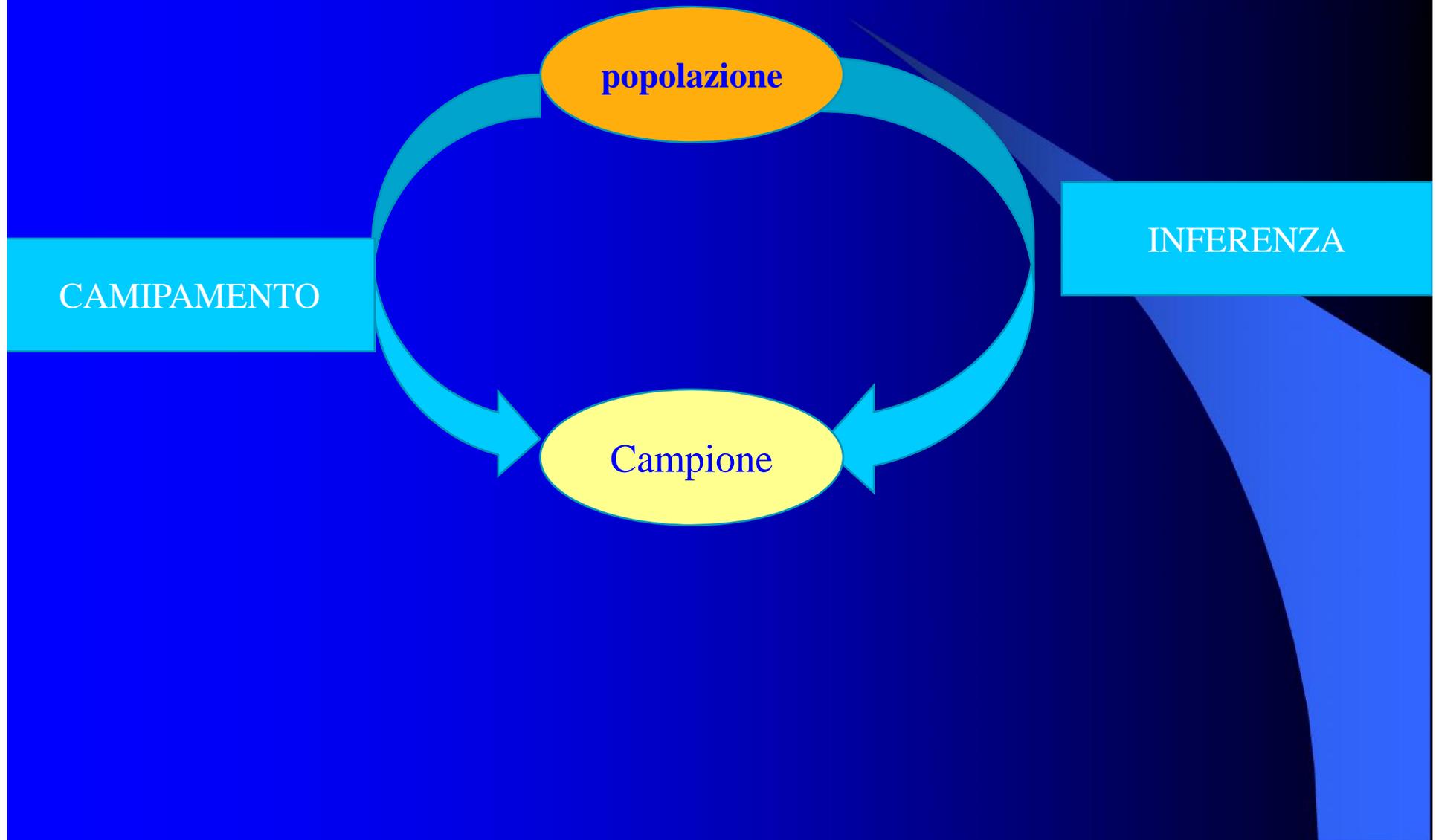
# INFERENZA STATISTICA

**POPOLAZIONE:** insieme che raccoglie tutte le osservazioni possibili, relativamente ad una variabile o a un fenomeno.  
Popolazione finita ed infinita

**CAMPIONE:**

1. Raccolta finita di elementi estratti da una popolazione
2. Scopo dell'estrazione è quello di ottenere informazioni sulla popolazione
3. Il campione deve essere rappresentativo della popolazione da cui viene estratto
4. Per soddisfare le condizioni summenzionate il campione deve essere casuale

# INFERENZA STATISTICA E CAMPIONAMENTO



**Una variabile numerica che può assumere diversi valori viene denominata variabile casuale. Casuale in quanto generata da un esperimento di cui non siamo in grado di prevedere l'esito con certezza.**

**Ognuno dei risultati di una variabile casuale è associato ad una determinata probabilità**

**La funzione che associa ad ogni valore della variabile una probabilità si chiama «distribuzione di probabilità»**

**L'area totale sottesa da una distribuzione di probabilità è uguale ad 1.**

**Si possono determinare le distribuzioni di probabilità di molte variabili su base teorica «distribuzioni teoriche di probabilità»**

**Le distribuzioni teoriche o leggi di probabilità rappresentano nella statistica inferenziale un valido strumento per rappresentare una distribuzione osservata grazie all'utilizzo di un modello matematico che dipende da alcuni parametri.**

**Un modello entra in un processo di inferenza in due modi:**

- 1. Alcuni problemi di inferenza statistica per essere risolti richiedono particolari assunti sulla forma della distribuzione che caratterizza la popolazione;**
- 2. Altri problemi di inferenza si basano sulle caratteristiche di una distribuzione teorica**
- 3. In entrambi i casi abbiamo bisogno di un modello matematico per studiare il fenomeno aleatorio (regolato dal caso) da un punto di vista inferenziale**

# Variabile casuale e Variabile statistica

La variabile casuale è analoga alla variabile statistica ma differisce da quest'ultima per il fatto che in corrispondenza alle singole modalità al posto delle frequenze assolute o relative abbiamo la probabilità che un evento si verifichi.

# Variabili casuali discrete e continue

VARIABILI CASUALI DISCRETE	VARIABILI CASUALI CONTINUE
Bernouli	Normale
Binomiale	Lognormale
Poisson	Gamma
Ipergeometrica	Chi-quadrato
Uniforme	t di student
	F-di Fisher-Snedecor

**Popolazione o universo**



**Insieme di tutti gli elementi**

**Esempio sondaggio elettorale**

**Prodotti acquistati**

# CAMPIONE



**E' un sottoinsieme della  
popolazione**

## **Esempio campione di elettori**

- ✓ **Campione rappresentativo che deve replicare le stesse caratteristiche della popolazione**

**Il campionamento per essere rappresentativo deve essere un campione casuale o estratto casualmente dalla popolazione**

## Campionamento casuale semplice

- Estrarre a caso da una popolazione

**TUTTI GLI ELEMENTI DELLA POPOLAZIONE HANNO  
LA STESSA PROBABILITA' DI ESSERE ESTRATTI-  
FONTE STATISTICA**

**ESEMPIO DALLE LISTE ELETTORALI ESTRAIAMO  
CASUALMENTE I SOGGETTI DA INTERVISTARE**

# **CAMPIONAMENTO CASUALE STRATIFICATO**



**SUDDIVISIONE DELLA POPOLAZIONE IN  
SUB –POPOLAZIONI OMOGENEE..**

**ESTRAZIONE CASUALE DELLA SUB POPOLAZIONE**

# PARAMETRI E INDICATORI

LA CARATTERISTICA STUDIATA RIFERITA:

ALLA POPOLAZIONE



PRENDE IL NOME DI PARAMETRO

AL CAMPIONE  
STATISTICA



PRENDE IL NOME DI INDICATORE O

LA CARATTERISTICA PUO ESSERE L'ETA MEDIA DEGLI STUDENTI  
CHE VIENE CALCOLATA O SULLA POPOLAZIONE O SU UN  
CAMPIONE OPPURE UNA PERCENTUALE O UNA VARIANZA ECC

# STIMA DEI PARAMETRI

CONOSCERE I PARAMETRI DELLA POPOLAZIONE  
ATTRAVERSO I DATI DEL CAMPIONE

✓ STIMA PUNTUALE O DEL VALORE SU QUEL  
PARAMETRO DELLA POPOLAZIONE

✓ STIMA INTERVALLARE O DELL' INTERVALLO (O LA  
MEDIA IN UN INTERVALLO DI CASI)

# **LO STIMATORE PER EFFETTUARE LA STIMA DEI PARAMETRI DELLA POPOLAZIONE**

**LO STIMATORE E' UN METODO DI CALCOLO IMPIEGATO AI DATI  
DEL CAMPIONE PER OTTENERE UNA STIMA DI UN  
PARAMETRO DELLA POPOLAZIONE**

**ESEMPIO LA MEDIA CAMPIONARIA  $\frac{\sum X}{N}$  E' UNO STIMATORE  
DELLA MEDIA  $\sim$  DELLA POPOLAZIONE**

**GLI STIMATORI RAPPRESENTANO UNA FUNZIONE DEI VALORI  
OSSERVATI**

## PROPRIETA' DEGLI STIMATORI

### CORRETTEZZA

Il valore atteso (o media) del campione coincide con il parametro della popolazione ossia il valore atteso o media calcolato sui singoli campione è uguale al valore medio della popolazione, ossia se noi calcoliamo tante medie dei campioni la media delle medie di tutti i campioni deve coincidere con quella della popolazione

$$E(X) = \mu$$

## PROPRIETA' DEGLI STIMATORI CONSISTENZA

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(X) = [$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(X) = [$$

La proprietà della consistenza fa riferimento **all'ampiezza del campione**, ossia all'aumentare del campione aumenta la probabilità che il valore atteso o media calcolata su tutte le medie dei campioni coincide con il parametro della popolazione o alla media della popolazione.

Ciò vale anche per la variabilità ossia all'aumentare del campione aumenta la probabilità che la variabilità calcolata su tutti i campioni si avvicini alla variabilità calcolata sulla popolazione

## **PROPRIETA DEGLI STIMATORI EFFICENZA**

**QUEST'ULTIMA PROPRIETA FA RIFERIMENTO ALLA  
PRECEDENTE IN QUANTO LO STIMATORE  
MIGLIORE E QUELLO CHE HA VARIANZA  
CAMPIONARIA**

## DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA

- Estrazione da una popolazione di  $N$  elementi, di tutti i possibili campioni di  $n < N$  elementi
- Calcolo dell'indicatore  $\bar{x}$  in ogni campione
- Distribuzione di frequenza degli indicatori ossia delle medie calcolate in ogni campione di ampiezza  $n$  piccolo estratto dalla popolazione di  $N$  grande elementi

## DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLA MEDIA

POPOLAZIONE: 5 7 9

Calcoliamo i seguenti PARAMETRI:

$$\bar{x} = 7$$

$$s^2 = 2.66$$

$$s = 1.63$$

$$N = 3$$

$$n = 2$$

Costruiamo la distribuzione campionaria della media, estraendo dalla popolazione un campione di ampiezza di 2 elementi per volta

## DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLA MEDIA

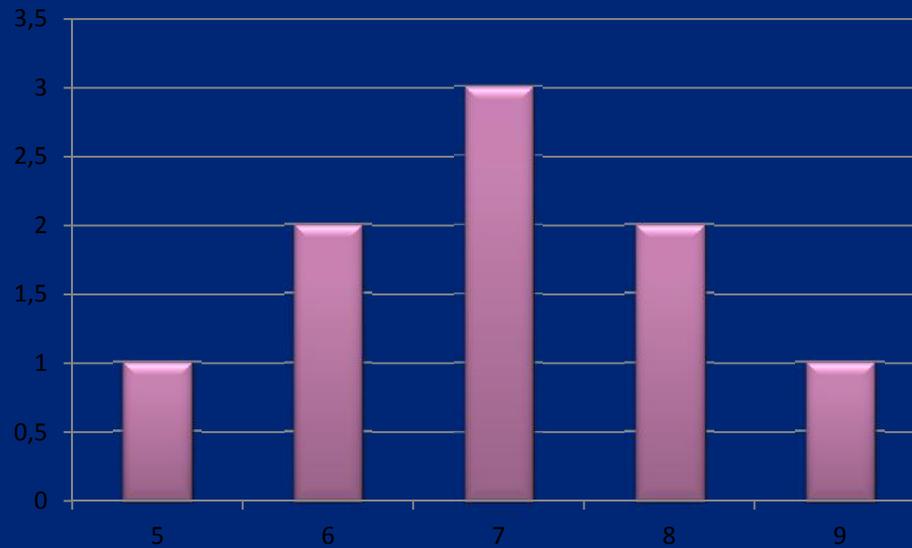
Se consideriamo tutti i campioni diversi estratti attraverso una procedura di reimmissione dalla popolazione avremo la seguente tabella

<b>Campioni</b>	<b>5-5</b>	<b>5-7</b>	<b>5-9</b>	<b>7-5</b>	<b>7-7</b>	<b>7-9</b>	<b>9-5</b>	<b>9-7</b>	<b>9-9</b>
<b>media</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>

Il primo campione 5-5- avrà media 5, il secondo campione media 6 ecc.  
Abbiamo tutti i campioni e la media per ogni singolo campione

Dalla distribuzione campionaria della media si passa alla  
distribuzione delle frequenze che rappresenta la distribuzione  
campionaria della media.

<b><math>\bar{X}</math></b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>frequenza</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>



$$\bar{x} = 7 \quad \longrightarrow \quad \bar{x} = \bar{x}$$

$$s^2 = 1.33 \quad \longrightarrow \quad s^2 = \frac{s^2}{n} \quad \frac{s}{\sqrt{n}}$$

La varianza della distribuzione campionaria della media è uguale alla varianza della popolazione. L'errore standard o deviazione standard è uguale a sigma fratto radice quadrata del campione considerato

## NUMEROSITA' DEL CAMPIONE (n)

Influenza **la forma**; la **precisione** della media; **l'efficienza della stima**

Al crescere di n ( $n > 30$ )

FORMA



NORMALE

MEDIA



MEDIA DELLA  
POPOLAZION

ERRORE  
STANDARD



MINIMO

**SPESSO LA VARIANZA  $\sigma^2$  DELLA POPOLAZIONE NON E' NOTA**

**La varianza della distribuzione campionaria della media può essere stimata dai dati del campione nel seguente modo:**

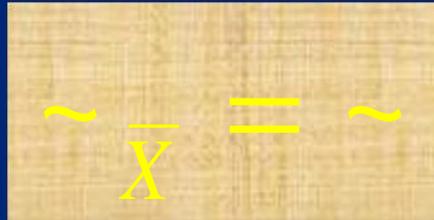
$$\hat{\sigma}_{\bar{X}}^2 = \frac{S^2}{n-1} \quad \hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{(n-1)}}$$

**Invece di utilizzare la varianza della popolazione sigma quadro utilizziamo la varianza calcolata sui dati del campione  $S^2 / n-1$**

**USO DELLA DISTRIBUZIONE  
CAMPIONARIA DELLA MEDIA  
NELL'INFERENZA STATISTICA**

Campione:  $n, \bar{X}, S^2$

MEDIA  $\sim$  DELLA POPOLAZIONE?



“QUALE SARA’  $\sim \bar{X}$ ”

Noi sappiamo che la media della popolazione è uguale alla media delle medie della distribuzione campionaria delle medie

Quale sarà la media della distribuzione campionaria delle medie?

✓ Intervallo di confidenza nel quale ricade  $\sim$  con una probabilità elevata (es  $p_{0,95}$ )

$$P(\bar{X} - c \leq \sim \leq \bar{X} + c) = 0,95$$

✓ Utilizzare la distribuzione campionaria delle medie per definire intervallo di confidenza

## PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA DELLE MEDIE:

✓ Forma normale per  $n > 30$

✓ **Media** = media della popolazione  $\sim \bar{X} = \sim$

**Errore standard**

$$\dagger_{\bar{X}} = \frac{\dagger}{\sqrt{n}}$$

$$\hat{\dagger}_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{(n-1)}}$$

Possiamo utilizzare queste proprietà per calcolare l'intervallo di confidenza in cui è compresa una media

Possiamo standardizzare il valore ottenuto sulla media del campione considerando la media e la deviazione standard della distribuzione alla quale, questa media  $\bar{X}$ , calcolato su uno specifico campione, appartiene, ossia la media calcolata su uno specifico campione appartiene alla distribuzione campionaria delle medie per i campione ampiezza n piccolo, ossia possiamo utilizzare la media della distribuzione campionaria delle medie e la deviazione standard della distribuzione campionaria media per calcolare un normale punteggio standardizzato Z

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \sim_{\bar{X}}}{\dagger_{\bar{X}}}$$

Poiché la **DCM** è normale:

$$P(-1.96 \leq Z_{\bar{X}} \leq +1.96) = 0.95$$



$$P(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \sim_{\bar{X}}}{\dagger_{\bar{X}}} \leq +1.96) = 0.95$$

**Attraverso alcuni passaggi algebrici avremo:**

$$p(-1.96\sigma_{\bar{X}} \leq \bar{X} - \sim_{\bar{X}} \leq +1.96\sigma_{\bar{X}}) = 0.95$$

$$p(-\bar{X} - 1.96\sigma_{\bar{X}} \leq -\sim_{\bar{X}} \leq -\bar{X} + 1.96\sigma_{\bar{X}}) = 0.95$$

$$p(\bar{X} + 1.96\sigma_{\bar{X}} \leq \sim_{\bar{X}} \leq \bar{X} - 1.96\sigma_{\bar{X}}) = 0.95$$

$$p(\bar{X} - 1.96\sigma_{\bar{X}} \leq \sim_{\bar{X}} \leq \bar{X} + 1.96\sigma_{\bar{X}}) = 0.95$$

# Inferenza su media

## Stima puntuale

Il miglior stimatore puntuale corretto della media incognita della popolazione, distribuito secondo la legge normale nella popolazione dalla quale è stato estratto un campione, è costituito dalla media aritmetica delle osservazioni campionarie. In simboli

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}$$

## Esempio inferenza stima puntuale

Le stature dei ventenni baresi si distribuiscono secondo la legge normale . Si voglia stimare la statura media della popolazione in base ad un campione di 16 intervistati:

166,171,158,159,175,180,162,169,  
173,177,164,177,170,174,173,172

La media campionaria è:

$$\bar{X} = (166 + 171 + \dots + 172 / 16) = 170 \text{ cm}$$

# Inferenza su media

## Intervallo di confidenza

Più complesso è il problema della determinazione di intervalli di confidenza per la media incognita in quanto richiede la conoscenza della distribuzione campionaria dello stimatore puntuale utilizzato. Infatti nel campo di variazione della distribuzione campionaria dello stimatore, si rende necessario individuare un intervallo che con una prefissata probabilità  $1 - \alpha$  includa la media incognita della popolazione.

# Inferenza su media

## Intervallo di confidenza

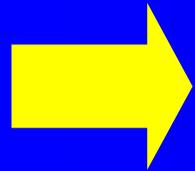
Esistono infiniti intervalli corrispondenti alla probabilità  $1-\alpha$  - si sceglie quello più piccolo dato che più piccolo è l'intervallo più precisa è l'informazione che otteniamo sulla media incognita.

# Inferenza su media

## Intervallo di confidenza

Per procedere alla costruzione dell'intervallo di confidenza bisogna prima distinguere due casi a seconda che il parametro  $\mu$  della popolazione sia noto o meno

# Inferenza su media Intervallo di confidenza

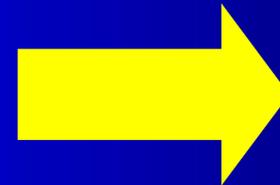


Caso in cui il parametro  $\sigma^2$  è noto

Si applica il

TEST Z

Curva normale  
standardizzata



$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Posto  $1 - \alpha = 0,95$  si ha:

$$0,95 = \Pr(\bar{X} - 1,96 \sigma / \sqrt{n} < \mu < \bar{X} + 1,96 \sigma / \sqrt{n})$$

# Inferenza su media

## Intervallo di confidenza

Esempio consideriamo un campione di 150 studenti che riportato agli esami di stato un voto medio di 70, supponendo di conoscere la varianza sigma quadro uguale a 9 si determini il voto medio dell'intera popolazione normale costituita da un collettivo di 400.000 studenti partecipanti agli esami di maturità con un intervallo di confidenza al 95%

# Inferenza su media Intervallo di confidenza

Applicando la formula avremo:

$$0,95 = \Pr(\bar{X} - 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}} < \sim < \bar{X} + 1,96 \frac{s}{\sqrt{n}})$$

$$0,95 = \Pr(70 - 1,96 \frac{3}{\sqrt{150}} < \sim < 70 + 1,96 \frac{3}{\sqrt{150}}) = \\ \Pr(69,52 < \sim < 70,48)$$

La quale esprime che si è sicuri (si ha fiducia) di essere nel vero il 95% delle volte affermando che il voto medio di tutti gli studenti sia compreso nell'intervallo tra 69,52 e 70,48

# Inferenza su media Intervallo di confidenza

→ Caso in cui il parametro  $\sigma^2$  non è noto

Si applica  
il Test t di  
student

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

In cui si considera lo stimatore  $S$  della  
varianza corretta del campione