Cap. 7

L’analisi delle serie storiche per la programmazione delle attività

Introduzione

In molte situazioni che interessano l'impresa e il *management,* emerge la necessità di pianificare le azioni future.

La previsione è uno strumento importante per una pianificazione efficiente.

- Fra gli scopi per i quali lo strumento previsivo è di cruciale importanza ricordiamo.
- 1. *Utilizzo efficiente delle risorse (breve periodo)*: programmazione della produzione, organizzazione dei trasporti, del personale, ecc.. I fenomeni da prevedere sono costituiti da: livello della domanda, del materiale, del lavoro, ecc.
- 2. *Approvvigionamento delle risorse (medio periodo):* è importante prevedere le necessità future di materiali, prodotti, ecc. perché esiste un certo intervallo di tempo per ottenerli.
- 3. *Determinazione dell'ammontare delle risorse necessarie (lungo periodo)*: tutte le organizzazioni devono determinare le risorse che saranno necessarie nel lungo termine.

Tecniche Previsive

Tecniche Quantitative

I metodi di tipo quantitativo possono essere impiegati quando:
(i) sia disponibile una sufficiente informazione sull'evoluzione passata del fenomeno;
(ii) tale informazione possa essere quantificata,
(iii) si possa assumere che le caratteristiche dell'evoluzione passata continuino a sussistere nel futuro, al fine di effettuare la previsione.

Tecniche Qualitative

Si basano principalmente sui giudizi. Vengono utilizzati quando vi è una *limitata o nessuna informazione quantitativa ma esiste sufficiente informazione di tipo qualitativo*

Tecniche Quantitative

Metodi quantitativi: *è disponibile sufficiente informazione quantitativa.*

Analisi delle serie storiche *(time series):* prevede la ripetizione, nel futuro, del sentiero storico (es. andamento delle vendite, del PIL, ecc.).

Metodi esplicativi: impiegano modelli di regressione per misurare quanto una variabile esplicativa influenza la variabile da prevedere (es. effetti sulle vendite della promozione pubblicitaria e/o del prezzo).

Tecniche Quantitative

Metodi Esplicativi

assumono che la variabile da prevedere possa essere messa in relazione con una o più variabili indipendenti o esplicative.
Ad esempio, la domanda di beni di consumo di una famiglia dipende dal reddito percepito, dall'età dei componenti, ecc. Tali tecniche di previsione impiegano i metodi di regressione e quindi la fase principale dell'analisi consiste nella specificazione e stima di un modello che mette in relazione la variabile da prevedere (variabile risposta) e le variabili esplicative.

Analisi delle Serie Storiche

Il fenomeno da prevedere viene trattato come una *scatola nera* in quanto non si cerca di individuare i fenomeni che lo possono influenzare. L'obiettivo di questo approccio consiste nell'identificazione dell'evoluzione passata del fenomeno e nella estrapolazione del *sentiero* passato per ottenere la previsione. In altre parole, il fenomeno da prevedere viene modellato rispetto al tempo e non rispetto ad una variabile esplicativa.

Quando utilizzare l'Analisi delle Serie Storiche?

1. il fenomeno è poco conosciuto oppure è difficile individuare (misurare) le relazioni che questo ha con altri fenomeni;
2. siamo interessati a conoscere *ciò che accadrà* e non *il modo in cui accadrà.*

Fasi di un'analisi di previsione

1. Definizione del problema
2. Raccolta di informazioni
3. Analisi preliminare dei dati
4. Scelta e adattamento del modello
5. Valutazione del modello e suo impiego a fini previsivi.

Serie Storica

Una serie storica è una sequenza di osservazioni ordinate rispetto al tempo (ad esempio: il fatturato mensile, i prezzi giornalieri delle azioni, il tasso di interesse settimanale, il profitto annuo, ecc.). Lo **scopo dell'analisi** delle serie storiche consiste nello studio dell'evoluzione passata del fenomeno rispetto al tempo; la previsione viene ottenuta ipotizzando che tali regolarità di comportamento di ripetano nel futuro.

Esempio:

Popolazione residente in Italia dal 1979 al 2000.

Anno	Popolazione	Anno	Popolazione
1979	56.318	1990	56.719
1980	56.434	1991	56.751
1981	56.510	1992	56.859
1982	56.544	1993	57.049
1983	56.564	1994	57.204
1984	56.577	1995	57.301
1985	56.593	1996	57.397
1986	56.596	1997	57.512
1987	56.602	1998	57.588
1988	56.629	1999	57.646
1989	56.672	2000	57.728

Dati Sezionali o Cross Section

- Dati caratterizzati da unità individuali (persone, imprese, ecc.)
- L'ordinamento dei dati non è usualmente rilevante

Esempio: *PIL regionale anno 1999 (miliardi di Lire)*

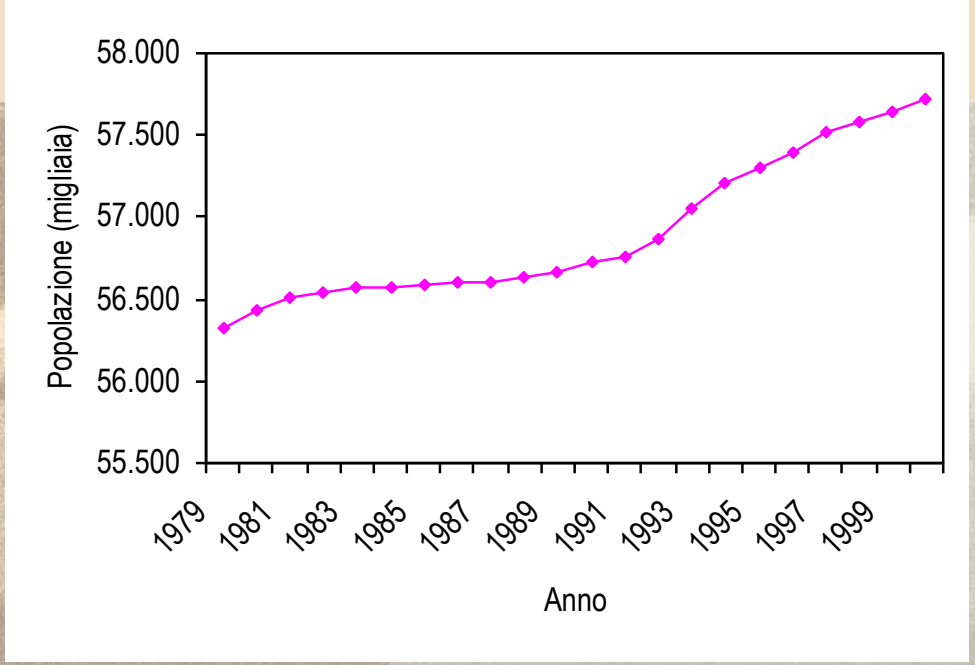
Regione	PIL	Regione	PIL
Piemonte	186328,9	Marche	55344,1
V. d'Aosta	5806,1	Lazio	216629,9
Lombardia	436875,2	Abruzzo	39631,8
Trentino A.A.	45347,1	Molise	9544,2
Veneto	195651,8	Campania	139188,6
Friuli V.G.	49461,6	Puglia	100616,6
Liguria	64664,1	Basilicata	16154,3
Emilia R.	188508,8	Calabria	47131,2
Toscana	144547,6	Sicilia	124999,4
Umbria	29973,9	Sardegna	47438,3

Analisi Grafiche Preliminari

La prima cosa importante da fare quando ci accingiamo ad analizzare una serie storica è quello di visualizzare i dati mediante una rappresentazione grafica. Lo scopo è quello di individuare eventuali regolarità di comportamento che sono utili nel suggerire l'approccio modellistico.

Il grafico più semplice è il cosiddetto time plot (oppure line plot) che consiste nella rappresentazione dei dati rispetto al tempo.

Time Plot Popolazione residente in Italia dal 1979 al 2000.



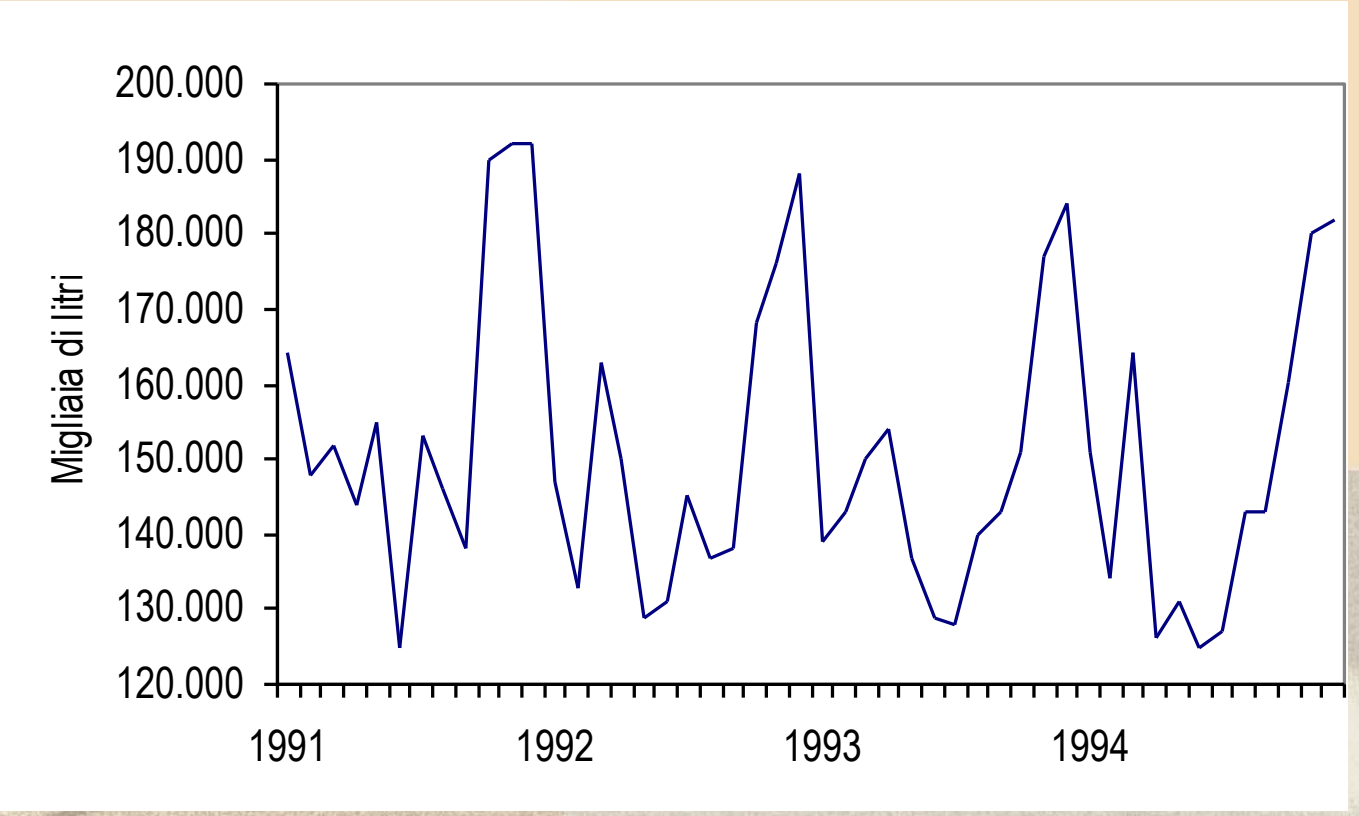
Si evidenzia un andamento sistematicamente crescente nel lungo periodo (*trend* crescente)

Esempio

Vendite mensili di birra in Australia, per il periodo 1991-1994

Anno	Mese	Quantità	Anno	Mese	Quantità
1991	Gennaio	164.000	1993	Gennaio	139.000
	Febbraio	148.000		Febbraio	143.000
	Marzo	152.000		Marzo	150.000
	Aprile	144.000		Aprile	154.000
	Maggio	155.000		Maggio	137.000
	Giugno	125.000		Giugno	129.000
	Luglio	153.000		Luglio	128.000
	Agosto	146.000		Agosto	140.000
	Settembre	138.000		Settembre	143.000
	Ottobre	190.000		Ottobre	151.000
	Novembre	192.000		Novembre	177.000
	Dicembre	192.000		Dicembre	184.000
1992	Gennaio	147.000	1994	Gennaio	151.000
	Febbraio	133.000		Febbraio	134.000
	Marzo	163.000		Marzo	164.000
	Aprile	150.000		Aprile	126.000
	Maggio	129.000		Maggio	131.000
	Giugno	131.000		Giugno	125.000
	Luglio	145.000		Luglio	127.000
	Agosto	137.000		Agosto	143.000
	Settembre	138.000		Settembre	143.000
	Ottobre	168.000		Ottobre	160.000
	Novembre	176.000		Novembre	180.000
	Dicembre	188.000		Dicembre	182.000

Time Plot Vendite mensili di birra in Australia



Si evidenzia una andamento meno *liscio*; essendo i dati a cadenza mensile, in essi è presente il fenomeno denominato *stagionalità*. Si può notare che i picchi elevati si registrano sempre nei mesi caldi (novembre e dicembre) e vicini alle feste natalizie.

Andamenti Tipici

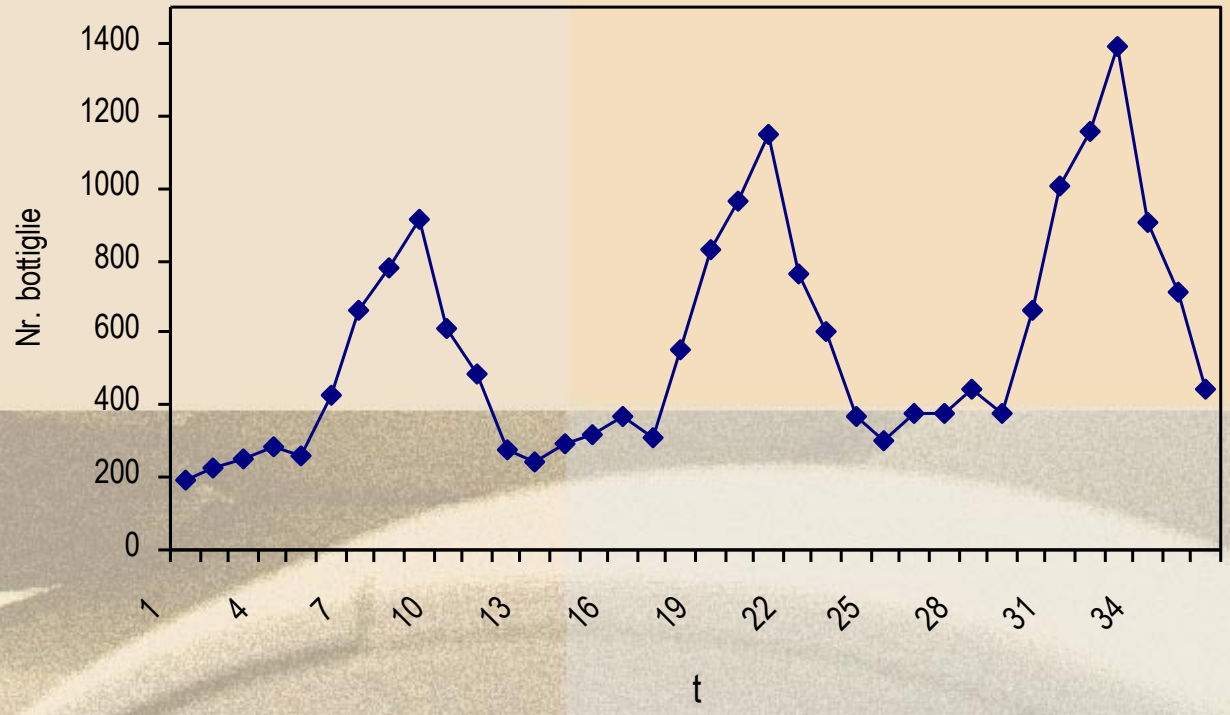
- 1. *Pattern orizzontale.* In questo caso la serie oscilla intorno ad un valore costante (media della serie). Tale serie è detta *stazionaria in media*.
- 2. *Pattern stagionale.* Questo esiste quando la serie è influenzata da fattori stagionali (es. mensile, semestrale, trimestrale, ecc.). Prodotti come gelati, bibite analcoliche, consumo di elettricità sono soggette al fenomeno stagionale. Le serie influenzate dalla stagionalità sono dette anche *serie periodiche* poiché il ciclo stagionale *si ripete in un periodo fisso.* Nei dati di tipo annuale la stagionalità non è presente (v. Fig. 2.1).
- 3. *Pattern ciclico.* Questo tipo di andamento è presente quando la serie presenta aumenti e diminuzioni che *non sono* di *periodo fisso.* Questa è la principale differenza fra le fluttuazioni cicliche e quelle stagionali. Inoltre, l'ampiezza delle oscillazioni cicliche è generalmente più grande di quella dovuta alla stagionalità. Nelle serie economiche il *pattern* ciclico è determinato dalle espansioni e contrazioni dell'economia dovuti a fenomeni congiunturali.
- 4. *Trend o tendenza di fondo*. E' caratterizzato da un andamento crescente o decrescente di lungo periodo. La serie della popolazione residente in Italia è un esempio di andamento tendenziale o *trend* di tipo crescente; la serie delle vendite mensili di birra, invece, non presenta alcun trend. Ha un *pattern* di fondo di tipo orizzontale.

Molte serie evidenziano una combinazione di questi *pattern*.

Esempio: Vendite mensili di bottiglie di bibita XXX (da ½ litro)

Anno	Mese	t	Nr.	Anno	Mese	t	Nr.	Anno	Mese	t	Nr.
1999	1	1	189	2000	1	13	244	2001	1	25	298
1999	2	2	229	2000	2	14	296	2001	2	26	378
1999	3	3	249	2000	3	15	319	2001	3	27	373
1999	4	4	289	2000	4	16	370	2001	4	28	443
1999	5	5	260	2000	5	17	313	2001	5	29	374
1999	6	6	431	2000	6	18	556	2001	6	30	660
1999	7	7	660	2000	7	19	831	2001	7	31	1004
1999	8	8	777	2000	8	20	960	2001	8	32	1153
1999	9	9	915	2000	9	21	1152	2001	9	33	1388
1999	10	10	613	2000	10	22	759	2001	10	34	904
1999	11	11	485	2000	11	23	607	2001	11	35	715
1999	12	12	277	2000	12	24	371	2001	12	36	441

Time plot Vendite mensili di bottiglie di bibita

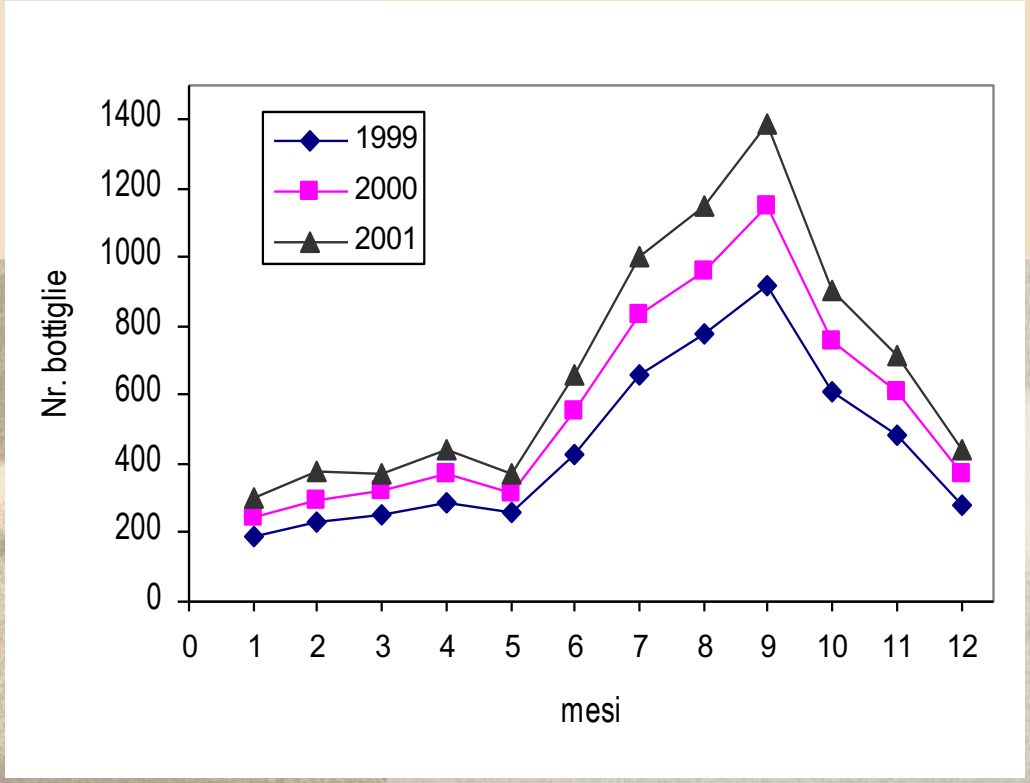


E’ presente sia la componente Trend che la Stagionalità

Seasonal Plot

Se una serie storica esibisce un'oscillazione stagionale è utile eseguire un *seasonal plot* o grafico stagionale, che consiste nella rappresentazione dei valori della serie (in ordinata) *versus* i periodi stagionali come: mesi, trimestri, semestri, ecc. (in ascissa).

Esempio: Vendite mensili di bottiglie di bibita

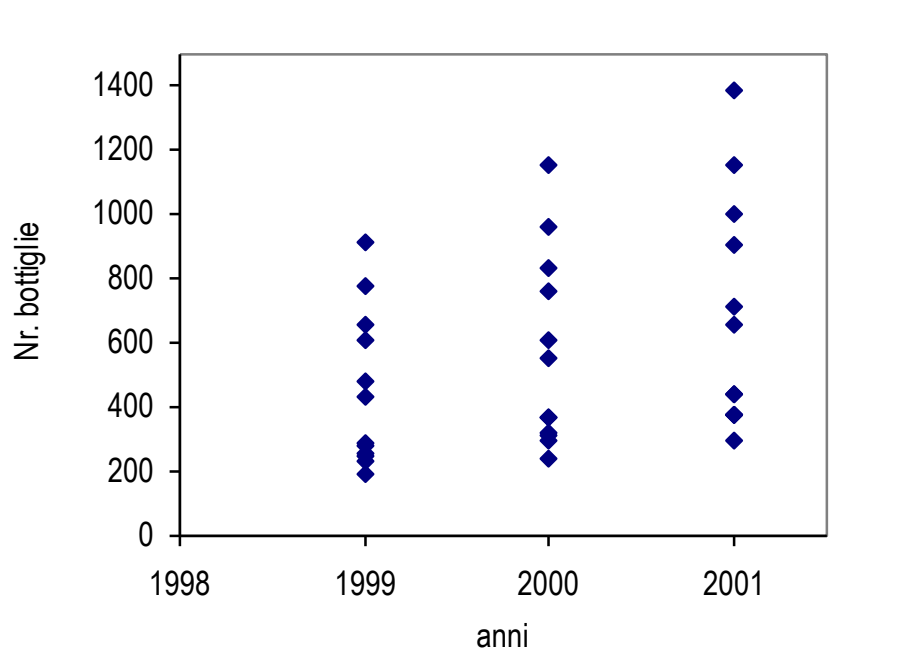


Si evidenzia la presenza di oscillazioni stagionali in espansione durante i mesi estivi con inizio da giugno, in contrazione a partire da ottobre. Il *seasonal plot* è in grado di mostrare anche l'eventuale presenza del *trend*

Grafico a punti Valori/Anni

I valori della serie (in ordinata) sono rappresentati rispetto ai periodi annuali (in ascissa).

Esempio: Vendite mensili di bottiglie di bibita



Si Evidenzia:

- la presenza del *trend;* si nota come le tre 'colonne' di punti tendono, con gli anni, ad essere posizionate leggermente più in alto;
- il tipo di oscillazione stagionale interna all'anno; si nota come, all'aumentare del *trend,* il *range* di variazione dei valori stagionali è più ampio.

Sintesi Numeriche

In aggiunta ai grafici, è utile approfondire l'analisi statistica, calcolando indici sintetici quali: media, mediana, campo di variazione, varianza, deviazione standard (*standard deviation*), ecc.

Indici di posizione e di variabilità frequentemente usati

Serie storica: $y_1, y_2, \ldots, y_t, \ldots, y_n, \quad t=1,\ldots,n$

Media aritmetica $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t$

Campo di variazione *(range)* $R=Max(y_t)-min(y_t)$

Varianza $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2$

Deviazione standard $S = +\sqrt{S^2} = +\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$

Sintesi numeriche proprie delle Serie Storiche

Autocovarianza e autocorrelazione

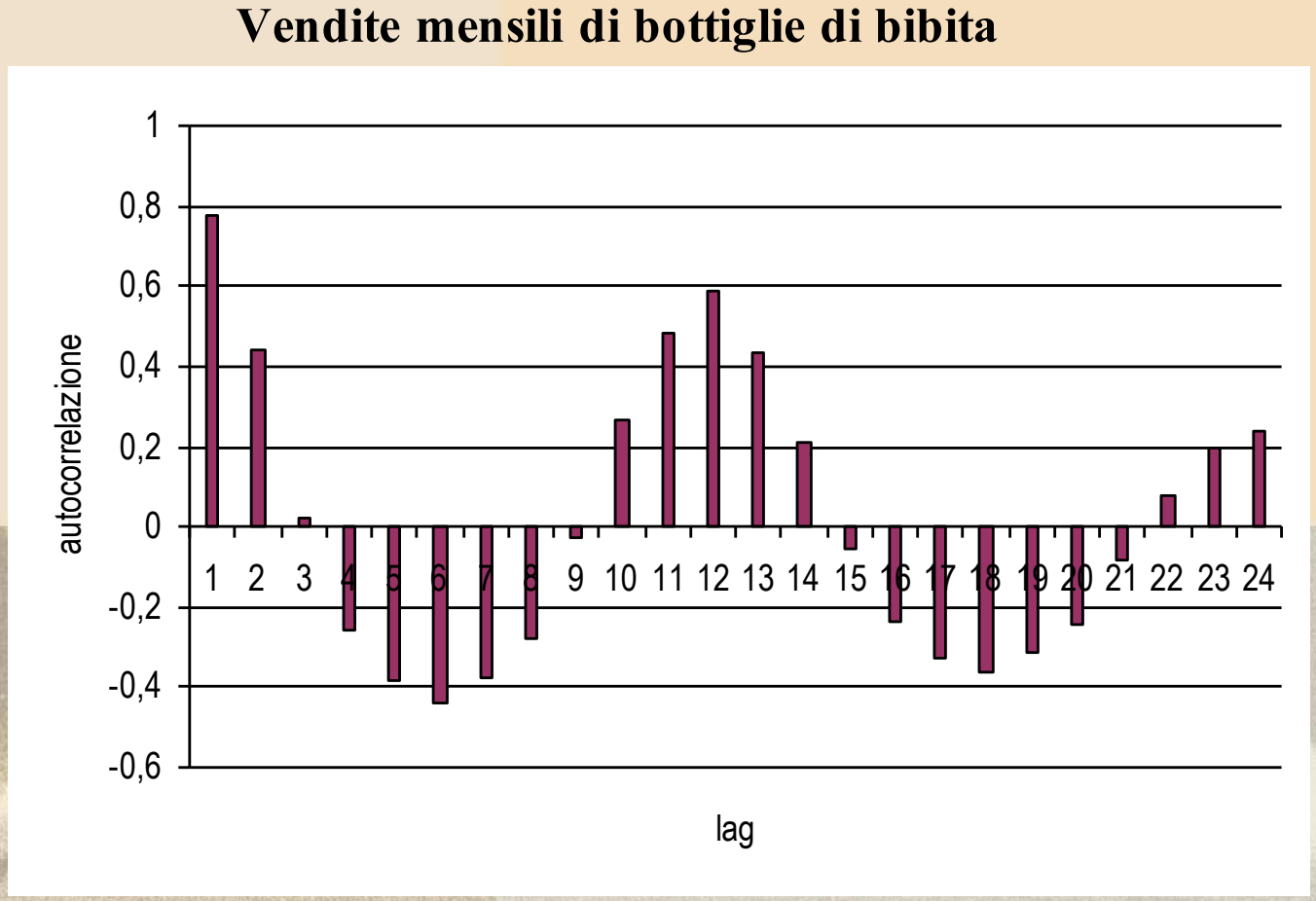
Autocovarianza

$$c_k = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n-k}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})$$

Autocorrelazione

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2} = \frac{c_k}{c_0}$$

Correlogramma



Dal correlogrammapossiamo dedurre la ciclicità del legame di autocorrelazione dovuto al marcato fenomeno stagionale che influenza i dati. Tutto ciò è una conferma della presenza di una marcata stagionalità di ampiezza 12 periodi (mesi).

Misure di bontà di adattamento e di accuratezza della previsione

In molte analisi statistiche in cui un modello viene adattato a un set di dati (ad es. nell'analisi di regressione), il termine accuratezza si riferisce alla capacità del modello di riprodurre i dati sui quali è stato stimato e cioè della bontà di adattamento del modello (*goodness of fit*).

L'accuratezza nella previsione (*forecast accuracy*), invece, misura la capacità del modello a riprodurre i dati futuri della serie.

Accuratezza della Previsione

Se il metodo di previsione si propone un orizzonte temporale di più periodi, la verifica della sua capacità previsiva può avvenire come di seguito indicato:

1) si utilizzano i primi m dati della serie per la stima del modello;
2) si usano i successivi $m+1,\ldots,n$ dati per la verifica dell'accuratezza previsiva.

Per capire quanto appena detto introduciamo un po' di simbologia:

- $y_1, y_2, \ldots, y_n$ indica la serie di dati disponibile;
- $y_1, y_2, \ldots, y_m$ $m<n$, indica la serie di dati che viene usata per la stima del modello di previsione *(training sample);*
- $y_{m+1}, y_{m+2}, \ldots, y_n$, indica la serie di dati che viene usata per la verifica della capacità previsiva *(test sample);*
- $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_m$ sono le stime dei valori del *training sample* ottenute tramite il modello stimato;
- $F_{m+1}, F_{m+2}, \ldots, F_n$ sono le previsioni *(forecast)* riferite al periodo di tempo da $t=m+1$ a $t=n$ (*test sample*), ottenuto tramite il modello stimato sul *training sample.*

La differenze fra l'errore di stima e_t e l'errore di previsione f_t, può essere apprezzata dalle formule seguenti:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t,\ t=1,\ldots,m; \qquad f_t = y_t - F_t,\ \quad t=m+1,\ldots,n.$$

Misure della *Bontà* di *Adattamento/Previsione*

- errore medio (*mean error*: ME): media aritmetica degli errori;
- errore quadratico medio (*mean squared error*: MSE): media aritmetica dei quadrati degli errori;
- errore medio assoluto (*mean absolute error*: MAE): media aritmetica degli errori presi in valore assoluto;
- errore medio assoluto percentuale *(mean absolute percentage error:* MAPE): media aritmetica degli errori relativi, presi in valore assoluto e moltiplicati per 100.

Misure della *Bontà di Adattamento/Previsione*

Bontà di adattamento	Accuratezza della previsione
$ME = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} e_t$	$ME = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} f_t$
$MSE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} e_t^2$	$MSE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} f_t^2$
$MAE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} \lvert e_t \rvert$	$MAE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} \lvert f_t \rvert$
$MAPE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} \frac{\lvert e_t \rvert}{y_t} 100$	$MAPE = \frac{1}{m}\sum_{t=1}^{m} \frac{\lvert f_t \rvert}{y_t} 100$

Misure della *Bontà di Adattamento/Previsione*

- ME è l'unico indice che può assumere anche valori negativi. Il ME avrà valori bassi perché elementi positivi e negativi, nella sommatoria, tenderanno a compensarsi. Il segno di ME ci dice se si tende, in media, a sopravvalutare (ME<0) o sottovalutare (ME>0) il fenomeno.
- MSE e MAE rendono positivi i singoli addendi della sommatoria. Per la presenza dell'esponente, MSE è meno agevole da interpretare da persone non specialiste.
- I tre indici ME, MSE e MAE forniscono un valore che dipende dall'unità di misura della serie. Il MAPE elimina questo problema in quanto l'errore viene relativizzato dividendolo per il valore osservato. Il MAPE può però essere usato solo se il fenomeno è misurabile su scala a rapporto. Per il calcolo del MAPE sorgono difficoltà quando la serie osservata contiene valori nulli o molto prossimi a zero.

Esempio metodo di previsione

. I dati fino a *t=24* (*training* sample) della vendita di birre, sono utilizzati per la stima del modello di previsione; i dati del 2001 (*test sample*) sono impiegati per la verifica della capacità previsiva del metodo che consiste nel prevedere il dato del mese *j* (*j=1,...,*12) del 2001, mediante la media aritmetica semplice dei valori dello stesso mese *j* nei due anni precedenti.

Esempio: Vendite mensili di bottiglie di bibita

Mese	y_t	F_t	f_t	
1	298	217	82	
2	378	263	116	
3	373	284	89	
4	443	330	114	*ME=171,2*
5	374	287	88	*MSE=36614,2*
6	660	494	167	*MAE=171,2*
7	1004	746	259	*MAPE=25,5%*
8	1153	869	285	
9	1388	1034	355	
10	904	686	218	
11	715	546	169	
12	441	324	117	

In questo caso ME=MAE poiché tutti gli errori di previsioni sono positivi. Questi indici possono presentare delle difficoltà interpretative innanzi tutto perché non abbiamo un valore di riferimento per decidere se il metodo di previsione è soddisfacente o no. Non c'è dubbio qui che un MAPE pari a 25% è inaccettabile.

Metodo Naive

Un procedimento molto semplice consiste nel confrontare i valori ottenuti col metodo M1 con quelli derivanti dall'impiego di un metodo cosidetto *naive.* Un metodo *naive* è, ad esempio, il seguente: prendere come previsione per il periodo *t* il dato del periodo *t-1*. La previsione per il mese di gennaio 2001 è uguale al valore della serie in corrispondenza di dicembre 2000, e così via.

Mese	y_t	F_t	f_t	
1	298	371	-73	
2	378	298	80	
3	373	378	-5	
4	443	373	70	*ME=5,8*
5	374	443	-69	*MSE=53668,8*
6	660	374	286	*MAE=188,2*
7	1004	660	344	*MAPE=27,6%*
8	1153	1004	149	
9	1388	1153	235	
10	904	1388	-484	
11	715	904	-189	
12	441	715	-274	

Problemi di interpretazione delle misure di *Adattamento/Previsione*

- Un problema interpretativo concerne il fatto che questi indici esprimono funzioni di *distanza,* fra valori osservati e previsti, che sono molto diverse fra loro e che possono essere anche discordanti (nell'esempio sopra riportato abbiamo visto un ME più basso per il metodo *naive* rispetto a M1, e valori più elevati per gli altri indici). Occorre quindi decidere in via preliminare l'indice da usare per misurare l'accuratezza della previsione.
- Al fine di valutare le prestazioni del metodo di previsione, è buona regola condurre anche analisi grafiche degli errori, per esaminare il loro andamento rispetto al tempo.

Tipi di *pattern* sistematico

Molti metodi di previsione si basano sul fatto che, se esiste un *pattern* sistematico (rispetto al tempo), questo possa essere individuato e **separato** da eventuali oscillazioni accidentali, mediante metodi di perequazione o smussamento (lisciamento, *smoothing*) dei dati della serie storica.

L'effetto dello smussamento è quello di **eliminare** disturbi casuali cosicché, una volta individuato il *pattern* sistematico, questo possa essere proiettato nel futuro per produrre la previsione.

I metodi detti **di scomposizione** tendono, di norma, a individuare **due** *pattern*: il *trend-ciclo* e la *stagionalità*.
Il *trend-ciclo* può essere scomposto, a sua volta, in componente di fondo (*trend*) e oscillazioni congiunturali (*ciclo*).

Un metodo **di scomposizione,** di per sé, produce una **descrizione** dei dati storici (passati) e non una **previsione**.

N.B. → nel seguito, consideriamo il CICLO non presente o compreso nel trend (si parla allora di *trend-ciclo)*

Modelli di composizione

Modello additivo $y_t = T_t + S_t + E_t$

Modello moltiplicativo $y_t = T_t \times S_t \times E_t$

$$\log(y_t) = \log(T_t) + \log(S_t) + \log(E_t)$$

Noi consideriamo la forma additiva che può essere applicata sia alla serie originale sia a quella trasformata mediante il log.

Smussamento della serie: la media mobile

La media mobile è un procedimento che consente di **lisciare** la serie e quindi di eliminare le oscillazioni tipo quelle **stagionali** e **erratiche**.

Vedremo in questi lucidi:

- media mobile semplice
- media mobile ponderata

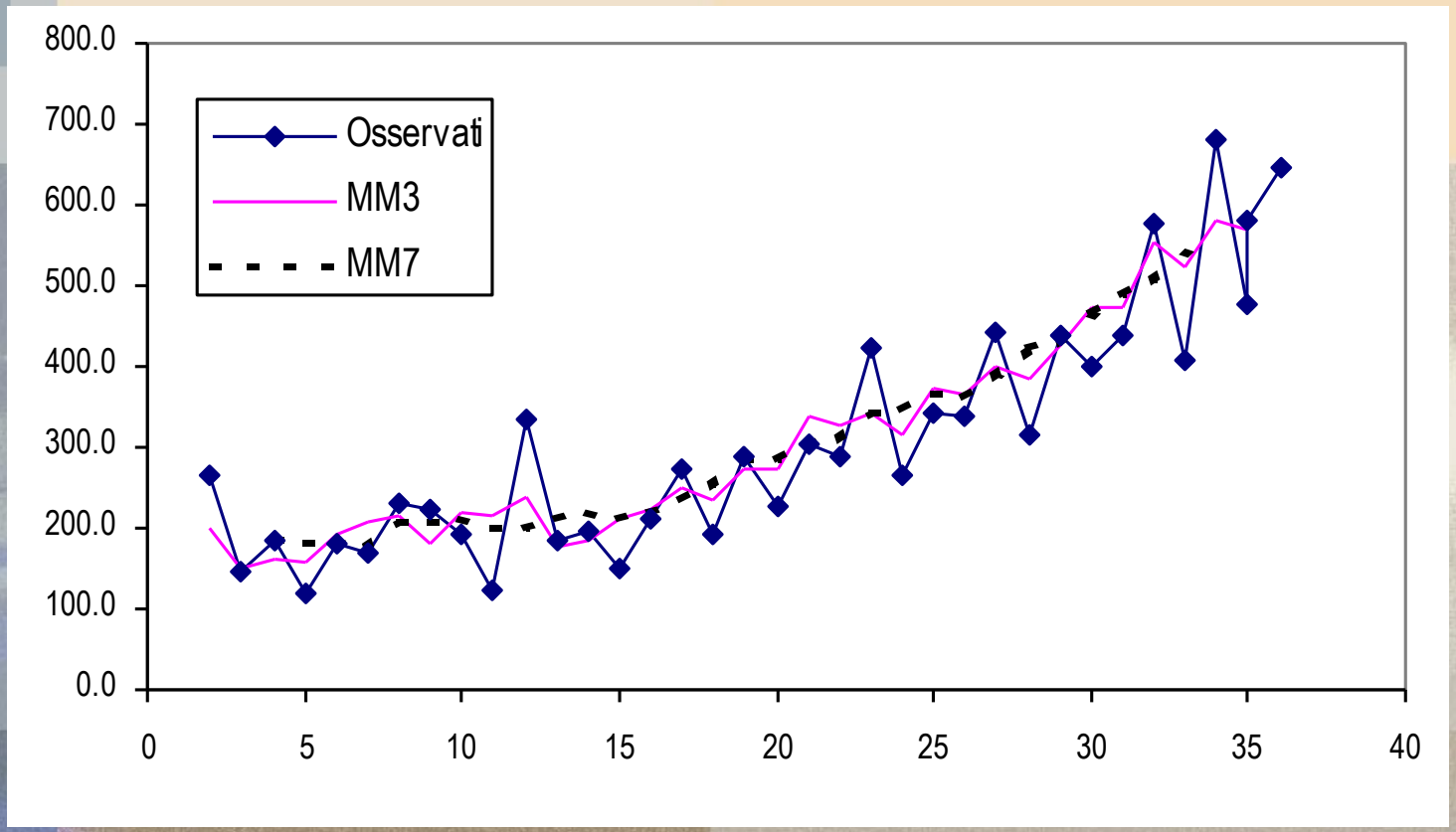
Consideriamo la seguente serie mensile

	Mese											
Anno	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	266.0	145.9	183.1	119.3	180.3	168.5	231.8	224.5	192.8	122.9	336.5	185.9
2	194.3	149.5	210.1	273.3	191.4	287.0	226.0	303.6	289.9	421.6	264.5	342.3
3	339.7	440.4	315.9	439.3	401.3	437.4	575.5	407.6	682.0	475.3	581.3	646.9

Media mobile a 3 e 7 termini

$$y_t(3)=(y_{t-1}+y_t+y_{t+1})/3, \qquad t=2,\ldots,n-1$$

$$y_t(7)=(y_{t-3}+y_{t-2}+y_{t-1}+y_t+y_{t+1}+y_{t+2}+y_{t+3})/7, \qquad t=4,\ldots,n-3$$



Media mobile a *k* termini con *k* dispari

$$y_t(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=-m}^{m} y_{t+j}, \quad m = (k-1)/2$$

$$y_t(k) = (y_{t-(k-1)/2} + y_{t+1-(k-1)/2} + \ldots + \mathbf{y_t} + \ldots + y_{t-1+(k-1)/2} + y_{t+(k-1)/2})/k$$

La media mobile è il dato aggiustato della serie nel punto *t.*

Tempo t:

Dato osservato: $\boldsymbol{y_t}$

Dato aggiustato mediante media mobile a *k* termini: $\boldsymbol{y_t(k)}$

Media mobile a *k* termini con *k* pari.

$$y_t(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=-m}^{m} y_{t+j}, \quad m = k/2$$

$$y_t(k) = (y_{t-k/2} + y_{t+1-k/2} + \ldots + \mathbf{y_t} + \mathbf{y_{t+1}} \ldots + y_{t-1+k/2} + y_{t+k/2})/k$$

Con k pari, la media mobile viene a posizionarsi fra il tempo *t* e il tempo *t+1* che non corrisponde ad un **effettivo** punto temporale di osservazione.

E' necessario centrare la media mobile

Media mobile a *k* termini con *k* pari. Le medie mobili centrate.

La media mobile centrata a *k* termini (ovviamente qui *k* è pari **!**) è calcolata come **media mobile di 2 successive medie mobili a *k* termini.**

$$y_t(k) = \frac{1}{k}\sum_{j=-m}^{m} y_{t+j} \qquad y_{t+1}(k) = \frac{1}{k}\sum_{j=-m}^{m} y_{t+1+j}, \quad m = k/2$$

$$_c y_t(k) = (y_t(k) + y_{t+1}(k))/2$$

Media mobile a *k* termini. Quanto deve essere *k?*

La determinazione di *k* è un' importante operazione nei procedimenti di scomposizione delle serie storiche.

-Un *k* elevato contribuisce a eliminare le oscillazioni erratiche

- Un *k* elevato fa perdere *(k-1)/2* valori all' inizio e *(k-1)/2* valori alla fine della serie.

- Un *k* troppo elevato può annullare oscillazioni sistematiche di interesse

- Un *k* troppo elevato rispetto al periodo stagionale può introdurre a sua volta nuove oscillazioni.

- La lunghezza della m.m. dipende anche dal grado di casualità *(randomness)*: più alto è questo e un maggior numero di termini è richiesto.

Media mobile ponderata

$$y_t(k) = \sum_{j=-m}^{m} a_j \, y_{t+j}, \quad m = (k-1)/2$$

a_j è il peso dell'elemento y_{t+j}

La scelta di opportuni pesi fa sì che l'effetto di smussamento sia più efficace della media mobile semplice.

In genere, i pesi non sono scelti arbitrariamente, ma in modo che il risultato sia soddisfacente.

Nella m.m. semplice una osservazione o c'è o non c'è (quando si *muove* la media); nella m.m. ponderata i pesi sono scelti in modo che una osservazione ha meno importanza se è più distante dal punto di centratura della media.

Scomposizione classica

I metodi di scomposizione classica assumono principalmente due modelli alternativi

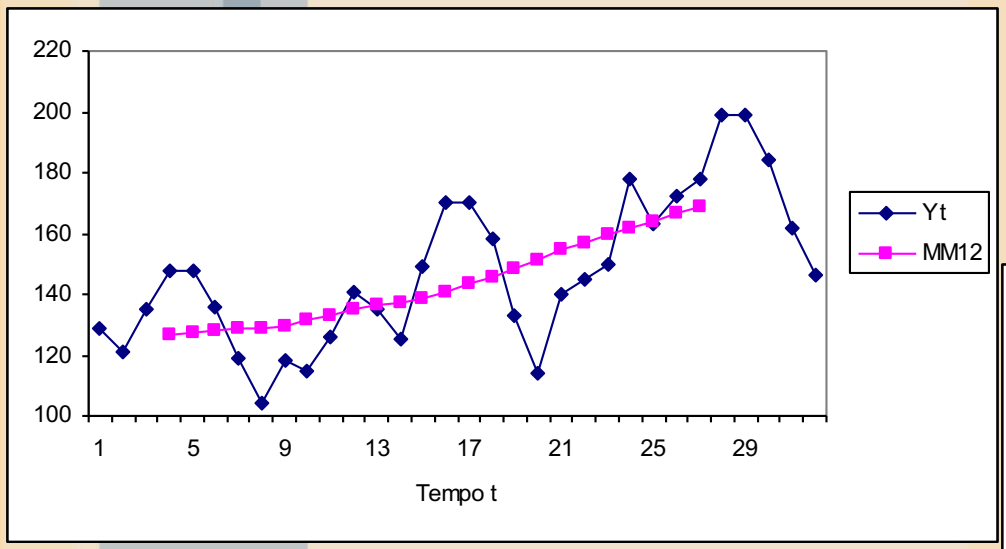
Additivo $y_t = \boldsymbol{T_t} + \boldsymbol{S_t} + E_t$

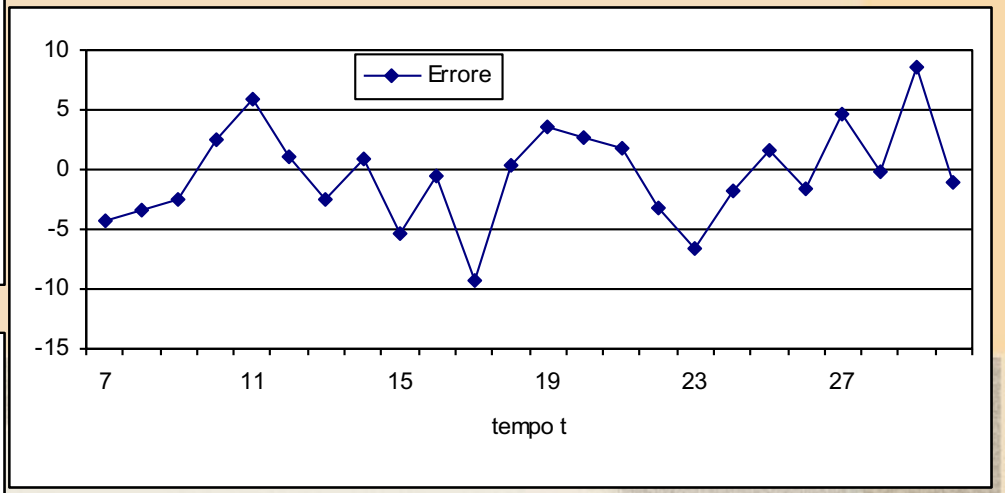
Moltiplicativo $y_t = \boldsymbol{T_t} \times \boldsymbol{S_t} \times E_t$

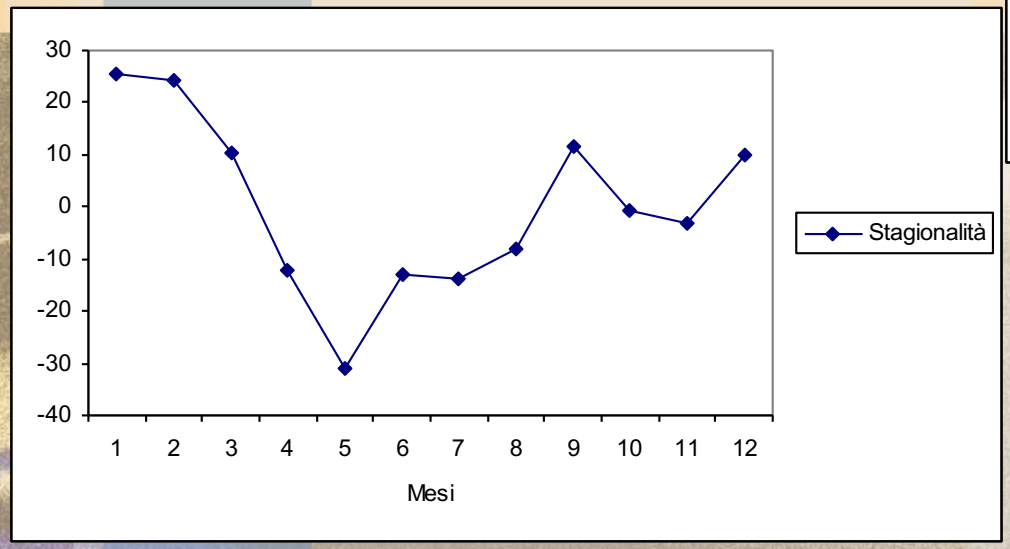
dove: T_t è il trend (o trend-ciclo), S_t è la stagionalità, E_t è la componente irregolare (abbiamo indicato in grassetto la componente sistematica).

Con la diffusione dei mezzi di calcolo automatico, i metodi di scomposizione sono stati perfezionati e modificati rispetto alla versione originaria che, tuttavia, rimane la base concettuale per la maggior parte degli algoritmi di scomposizione.

Modello additivo







Scomposizione: modello additivo

$y_t = T_t + S_t + E_t$ **dati mensili**

1. Si calcola il *trend-ciclo* $T_{(1)t}$ **di prima approssimazione**, mediante media mobile **centrata** a **12** termini.

2. La serie priva di *trend-ciclo* (*detrendizzata)* è calcolata come:

$$y_t - T_{(1)t} = (S + E)_t.$$

3. Sui dati del punto 2, viene stimata la componente stagionale. Poiche' si ipotizza che (stagionalità costante):

$$S_t = S_{t+12} = S_{t+24} = \ldots..$$

I' **indice di stagionalità** per il mese k ($k=1,\ldots,12$) è calcolato come **media aritmetica** dei valori detrendizzati riferiti al mese k.

…. *Continua ……*

Scomposizione: modello additivo

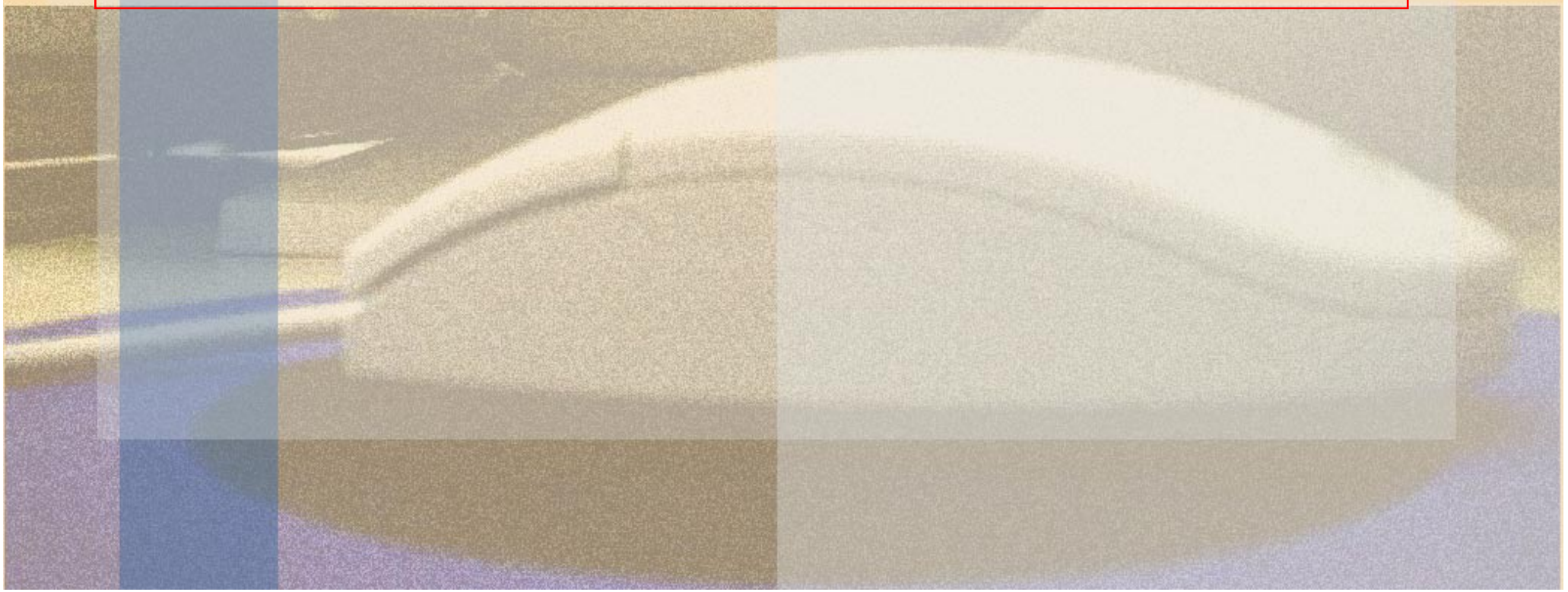
4. Viene ottenuto il dato **destagionalizzato** sottraendo al dato originario il coefficiente di stagionalità stimato al punto 3. Si ottiene un misto fra ciclo-trend ed errore.

$$D_t = y_t - S_t = (T + E)_t.$$

5. Sui dati destagionalizzati, si stima il *trend-ciclo* mediante una media mobile oppure (se c'è solo il trend) adattando un modello analitico ai dati (es. una retta).

6. Si sottraggono i dati destagionalizzati per la stima finale del *trend-ciclo* (v. punto 5) ottenendo la componente irregolare.

Metodo classico mediante medie mobili e previsioni

I metodi di scomposizione delle serie storiche basati su questo timo di medie mobili, sono utili soprattutto per scoprire le componenti della serie nel senso descrittivo: cioè conoscere le caratteristiche evolutive della serie passata.

Di per sé il metodo classico non consente previsioni se non inserendo alcune varianti come, ad esempio, la stima del trend mediante **funzione analitica**.