

3°) Studiare la seguente funzione:

DISPARI, da 15.00

$$x \rightarrow f(x) = \frac{1-x^2}{e^{3x}}$$

Insieme di definizione  $\mathbb{R}$

$$f(x) > 0 \quad \forall x \in ]-1, 1[$$

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow x \in \{-1, 1\}$$

$$f(x) < 0 \quad \forall x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$$

Intervalli in cui il grafico di  $f$  è al disopra dell'asse delle  $x$   $] -1, 1[$

Punti comuni al grafico di  $f$  ed agli assi coordinati  $(\pm 1, 0), (0, 1)$

Intervalli in cui il grafico di  $f$  è al disotto dell'asse delle  $x$   $] -\infty, -1[ , ] 1, +\infty[$

Limiti significativi per  $f$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

Equazioni degli asintoti del grafico di  $f$ :  $y=0$  as. orizz. dx

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 2x - 3}{e^{3x}} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) > 0 \quad \Leftrightarrow x < \frac{1-\sqrt{10}}{3} \quad \vee \quad x > \frac{1+\sqrt{10}}{3}$$

$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$f'(x) < 0 \quad \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{10}}{3} < x < \frac{1+\sqrt{10}}{3}$$

Punti angolosi o cuspidali del grafico di  $f$

Intervalli in cui  $f$  è strettamente crescente  $] -\infty, \frac{1-\sqrt{10}}{3}[ , ] \frac{1+\sqrt{10}}{3}, +\infty[$

Intervalli in cui  $f$  è costante

Intervalli in cui  $f$  è strettamente decrescente  $[\frac{1-\sqrt{10}}{3}, \frac{1+\sqrt{10}}{3}]$

Punti di minimo o di massimo relativo per  $f$ :  $x_0 = \frac{1-\sqrt{10}}{3}$  (p.to. max rel),  $\frac{1+\sqrt{10}}{3}$  (min)

Punti di minimo o di massimo assoluto per  $f$ :  $x_0 = \frac{1-\sqrt{10}}{3}$   $f(x_0) = \frac{2}{9} e^{\sqrt{10} - (\sqrt{10} - 1)}$

$$f''(x) = \frac{9x^2 - 12x - 7}{e^{3x}}$$

$$f''(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{10}}{3} < x < \frac{3+\sqrt{10}}{3}$$

$$f''(x) = 0 \quad \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$f''(x) < 0 \quad \Leftrightarrow x < \frac{3-\sqrt{10}}{3} \quad \vee \quad x > \frac{3+\sqrt{10}}{3}$$

Intervalli in cui  $f$  è convessa  $[\frac{3-\sqrt{10}}{3}, \frac{3+\sqrt{10}}{3}]$

Intervalli in cui  $f$  è concava  $] -\infty, \frac{3-\sqrt{10}}{3}[ , ] \frac{3+\sqrt{10}}{3}, +\infty[$

Punti di flesso per  $f$   $\frac{3 \pm \sqrt{10}}{3}$

$f$  è biunivoca (iniettiva)? NO

Indicare l'insieme dei valori di  $f$ :  $] -\infty, f(x_0) ] = ] -\infty, \frac{2}{9} e^{\sqrt{10} - (\sqrt{10} - 1)} ]$

Agli ultimi due quesiti conviene rispondere dopo aver tracciato il grafico di  $f$ .