TRACCIA 1

Determ. l'insieme dei punti di acc. per i seg. insiemi

a) $X :=]-\infty, 5[\cup \{6,7\} \cup]3\pi, 20]$

b) $\mathbb{Q}$,

c) $Y := \{x \in \mathbb{R} : |x-1| \geq 2\}$

Scrivere chi sono gli estremi sup ed inf (ed eventualmente il min ed il max) delle funzioni:

a) arccotg b) e^x

Determ. il dominio D_f della funz. $f(x) = \arcsin\left(\frac{3}{x+2}\right)$ e dire se è un insieme aperto e/o chiuso.

TRACCIA 2

Determ. l'ins. dei punti di acc. per i seg. insiemi:

a) $A = \{-1, 0\} \cup]\sqrt{15}, 16] \cup]20, +\infty[$

b) $B := \{x \in \mathbb{R} : |x+1| < 4\}$ c) $\mathbb{Z}$

Dire se il dominio delle seguenti funz. è un insieme aperto:

a) arcsin b) log

Determinare il dominio D_f di $f(x) = \log\left(\left|\frac{4}{x+2}\right| - 1\right)$

e dire chi sono $\sup(D_f)$, $\inf(D_f)$

ed eventualmente $\max(D_f)$ e $\min(D_f)$

$Ac(X) = \{-\infty\} \cup]-\infty, 5] \cup [3\pi, \infty]$

$Ac(\mathbb{Q}) = \hat{\mathbb{R}}$

$|x-1| \geq 2 \iff x-1 \geq 2,\ x-1 \leq -2 \iff x \geq 3,\ x \leq -1$

$Y =]-\infty, -1] \cup [3, +\infty[\implies Ac(Y) = \{-\infty, +\infty\} \cup]-\infty, -1] \cup [3, +\infty$

$\sup(\text{arccotg}) = \pi$, $\inf(\text{arccotg}) = 0$, $\nexists$ min né max

$\sup(e^x) = +\infty$, $\inf(e^x) = 0$, $\nexists$ max, $\nexists$ min

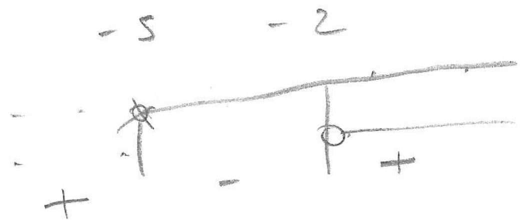
---

$$\begin{cases} x+2 \neq 0 \iff x \neq -2 & (1) \\ -1 \leq \dfrac{3}{x+2} \leq 1 & (2) \end{cases}$$

(2) a) $\dfrac{3}{x+2} \geq -1 \iff \dfrac{3+x+2}{x+2} \geq 0 \iff \dfrac{5+x}{x+2} \geq 0$

$N \geq 0 \iff x \geq -5$

$D > 0 \iff x > -2$

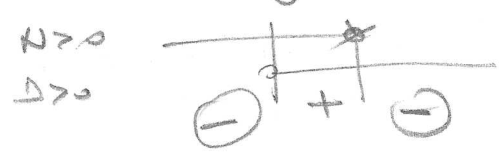


Ris a) $x \leq -5,\ x > -2$

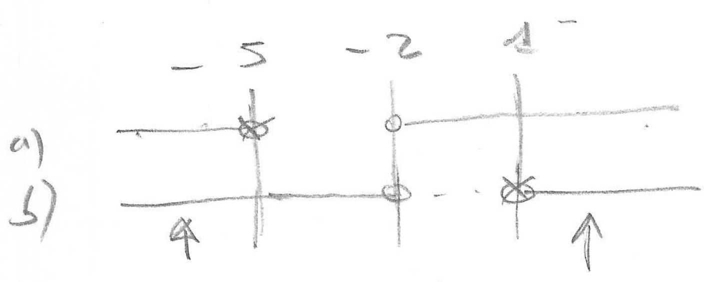
(2) b) $\dfrac{3}{x+2} - 1 \leq 0 \iff \dfrac{3-x-2}{x+2} \leq 0 \iff \dfrac{1-x}{x+2} \leq 0$

$N \geq 0 \iff x \leq 1$

$D > 0 \iff x > -2$



$\boxed{x < -2,\ x \geq 1}$ Ris b)



$D_f =]-\infty, -5] \cup [1, +\infty[$

non è aperto (-5 non è p. int.)

ma è chiuso ($\complement(D_f) =]-5, 1[$ è aperto!)

RIS. TRACCIA 2

$Ac(A) = [\sqrt{15}, 16] \cup [20, +\infty[\cup \{+\infty\}$

$|x+1| < 4 \iff -4 < x+1 < 4 \iff -5 < x < 3 \Rightarrow B =]-5,3[\Rightarrow$

$Ac(B) = [-5,3]$; $Ac(\mathbb{Z}) = \{-\infty, +\infty\}$

Dom (arcsin) = $[-1,1]$ non è aperto, infatti $1 \in [-1,1]$ ma 1 non è punto interno di $[-1,1]$.

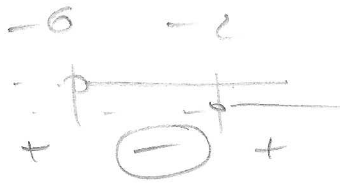
Dom (log) = $]0,+\infty[$ è aperto, poiché $]0,+\infty[= \mathring{\overline{]0,+\infty[}}$

$$\begin{cases} \left|\frac{4}{x+2}\right| - 1 > 0 \iff \left|\frac{4}{x+2}\right| > 1 \iff \frac{4}{x+2} < -1 \ , \ \frac{4}{x+2} > 1 ; \\ x+2 \neq 0 \iff x \neq -2 \end{cases}$$

a) $\frac{4}{x+2} < -1 \iff \frac{4}{x+2} + 1 < 0 \iff \frac{4+x+2}{x+2} < 0 \iff \frac{x+6}{x+2} < 0$;

$N > 0 \iff x > -6$

$D > 0 \iff x > -2$

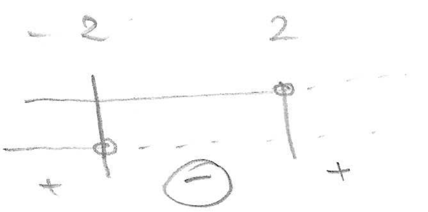


$\underline{-6 < x < -2}$

b) $\frac{4}{x+2} > 1 \iff \frac{4-x-2}{x+2} > 0 \iff \frac{x-2}{x+2} < 0$;

$N > 0 \iff x < 2$

$D > 0 \iff x < -2$



$\underline{-2 < x < 2}$

$D_f =]-6,2[- \{-2\}$ $\quad$ $\sup(D_f) = 2$, $\inf(D_f) = -6$

$\nexists \min(D_f)$, $\nexists \max(D_f)$