

# Il capitale umano

Il modello di Solow *umentato*

# La produttività del lavoro

- Tra i fattori di crescita un ruolo rilevante assume l'accumulazione di capitale umano
- La modellizzazione del processo di accumulazione di capitale umano in un modello di crescita endogena avviene ad opera di R. Lucas (1988)
- Solo dopo pochi anni, tuttavia, il capitale umano entra a far parte anche del modello di Solow la cui funzione di produzione viene "aumentata" di un altro fattore.
- Questo fatto avrà implicazioni importanti sul funzionamento del modello di Solow e sulla sua validità in un contesto empirico

# Mankiw-Romer e Weil (1992)

- In un paper che ha avuto molta influenza in economia, i tre economisti summenzionati hanno introdotto il capitale umano nel modello di Solow per valutarne le implicazioni empiriche
- Gli autori mostrano che il modello è coerente con i dati reali ma alcuni valori dei parametri non sono soddisfacenti
- In particolare la stima del coefficiente del capitale è troppo bassa nel modello teorico (circa  $1/3$ ) e molto più alta nei dati empirici.

# Come spiegare questo fatto?

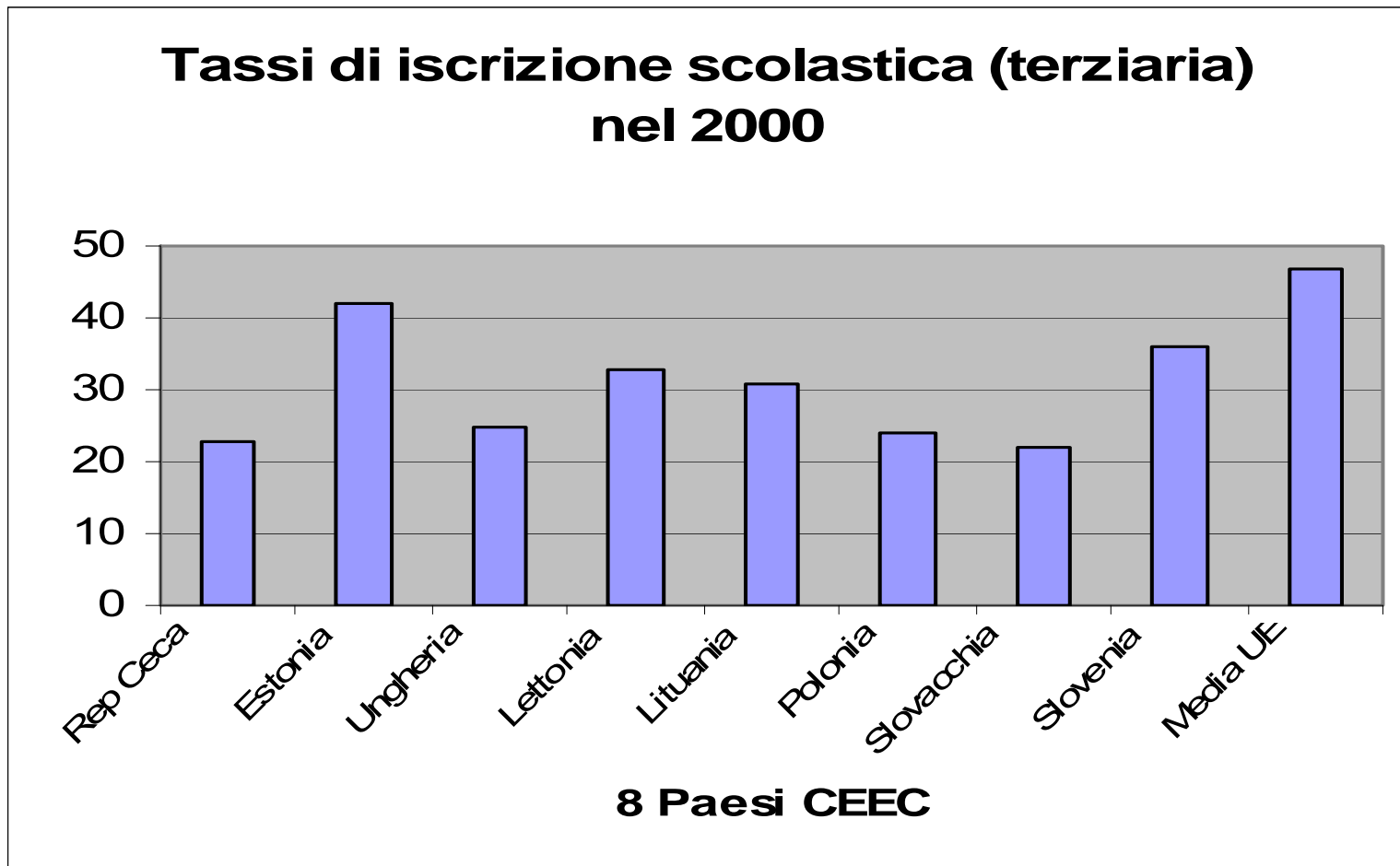
- 1) la tecnologia **Cobb-Douglas non è appropriata** a descrivere la il modo in cui gli input vengono utilizzate e, quindi, sul piano empirico, non fornisce predizioni corrette sulle quote del capitale e del lavoro sul reddito
- **oppure**
- 2) **la stima dell'input di capitale è errata.**
- Gli autori ritengono corretta l'ipotesi 2
- Essi suggeriscono l'introduzione del capitale umano in una funzione Cobb Douglas
- Il risultato è che la stima della fp modificata con l'inclusione del capitale umano spiega i fatti della crescita in maniera soddisfacente
- Ancora più importante **l'introduzione del capitale umano fornisce la spiegazione della mancata convergenza che osserviamo tra paesi**

- Il modello di Solow non riusciva a spiegare le differenze internazionali di reddito procapite e le loro evoluzioni, perché non teneva conto di come le tecnologie vengono adottate dai diversi paesi e quali fattori influenzino l'adozione delle tecnologie.
- Il progresso tecnico era semplicemente un free good e nessuno sforzo da parte di imprese e lavoratori era necessario per incrementare la produttività.
- Con mercati dei capitali globali e con rapida trasmissione della tecnologia, la divergenza dei redditi che il modello di Solow non riesce a spiegare è risolta introducendo il capitale umano a spiegazione delle divergenze nei livelli di reddito pro-capite

# Che cosa è il capitale umano?

- Nei modelli precedenti l'unico fattore accumulabile era il capitale fisico.
- L'introduzione del fattore lavoro sotto forma di capitale umano rende il lavoro (input omogeneo) fattore **accumulabile** e **riproducibile** attraverso un suo processo produttivo e una sua funzione di produzione analogamente al fattore capitale (fisico).
- Infatti l'ammontare di conoscenza e competenze del fattore lavoro può essere "accumulato" attraverso un processo di investimento e riprodotto attraverso una sua funzione di produzione.
- La sua accumulazione richiede un certo ammontare di risparmio che si tradurrà in investimento e questo a sua volta determinerà una maggiore accumulazione del fattore stesso.
- Il fattore può essere accumulato in 2 modi:
  1. Tramite l'istruzione (Lucas)
  2. tramite l'esperienza sul posto di lavoro (Arrow)
  3. Queste due forme di accumulazione avranno effetti rilevanti sulla produttività dei fattori (sia capitale che lavoro) perché possono creare rendimenti crescenti di scala. Questi effetti li analizzeremo successivamente nell'ambito delle teorie della crescita endogena. Il modello di Mankiw-Romer e Weil non è un modello di crescita endogena ma è un modello neoclassico aumentato con capitale umano in cui la fp resta quella neoclassica.

# Convergenza di capitale umano nell'EU-25 (tassi % di iscrizione)



- Cinquanta anni fa l'istruzione universitaria era considerato un **bene di consumo** per le classi d'élite.
- Nella maggior parte dei paesi industrializzati solo il 5% dei giovani al di sopra dei 18 anni si iscriveva all'università.
- Gli avanzamenti nella tecnologia hanno determinato cambiamenti nella domanda di lavoro e nelle qualifiche professionali (skills) richiesti dalle imprese
- In poco più di 50 anni i tassi di iscrizione all'Università in Europa sono saliti mediamente al 40% ma il numero degli studenti che consegue la laurea varia tra i paesi.
- L'Italia non si colloca in buona posizione sia come numero di laureati sia come livello medio degli anni di istruzione della popolazione al di sopra di 25 anni (dati Barro e Lee)



# Anni medi di istruzione della popolazione (25 anni e più) in alcuni paesi europei e in USA nel 2000 (fonte Barro e Lee)

USA	12.25
Norvegia	11.86
Svezia	11.36
Svizzera	10.39
Finlandia	10.14
Danimarca	10.09
Germania Unif	9.75
UK	9.35
Olanda	9.24
Irlanda	9.02
Austria	8.80
Belgio	8.73
Grecia	8.51
Francia	8.37
Spagna	7.25
Italia	7.00
Portogallo	4.91

# Paesi in via di sviluppo

1960	Anni medi di istruzione	%pop Senza istruzione	Istr.sec	Laurea
	2.05	64.1	2.5	0.4
2000	5.13	34.4	4.8	3.0

R.Capolupo\_Appunti

- Come si può notare dalla tabella fornita da Weil (pag.157) il numero medio degli anni di scolarizzazione si è più che raddoppiato in 40 anni
- Il numero di persone che ha completato la scuola secondaria è diventato 6 volte più grande così come coloro che hanno completato gli studi universitari .
- Tuttavia rispetto ai valori visti per i paesi OECD il divario è ancora enorme se si pensa che esiste ancora più del 30% di popolazione adulta senza istruzione

# Perché è importante il capitale umano?

- La differenza più importante che caratterizza il capitale umano rispetto al capitale fisico è la possibilità che crei esternalità.
- Per esternalità intendiamo quegli effetti che incidentalmente si verificano in conseguenza di una certa attività o di una certa azione da parte di un soggetto e che ricadono su altri soggetti che non hanno partecipato all'azione e per i quali non è possibile alcuna compensazione diretta
- Weil riporta che in uno studio sviluppato in Etiopia il beneficio goduto da una persona istruita era minore del beneficio complessivo prodotto dal suo livello di istruzione. In altre parole più della metà dei benefici goduti da un anno in più di istruzione è ricevuta dalla collettività più che dall'individuo stesso. Da alcuni calcoli risulta che i rendimenti dell'istruzione sono del 13,4% per i primi 4 anni, del 10,1 per i successivi 4 anni, e del 6,8 per più di 8 anni di istruzione.

# Perché il capitale umano crea esternalità

- A livello individuale c'è ampia evidenza empirica del fatto che le
- persone più istruite trovano lavoro più facilmente, hanno carriere lavorative
- più stabili e guadagnano salari più elevati. Altrettanto noti sono gli effetti diretti di una forza lavoro più istruita sulla produttività di un paese .A questi si aggiungono gli effetti esterni del capitale umano
- Gli effetti dell'istruzione dei quali l'individuo non riesce ad appropriarsi interamente, che hanno conseguenze a livello aggregato, le cosiddette *esternalità*, o effetti esterni sono molteplici :
- una maggior istruzione della forza lavoro accresce la produttività totale dei diversi fattori della produzione (capitale e lavoro) TFP
- favorisce l'adozione delle innovazioni tecnologiche (nuove idee, prodotti e processi).
- effetti di diffusione della conoscenza tra individui (*knowledge spillover*), perché le persone imparano anche sul posto di lavoro e l'interazione con colleghi più istruiti li rende più produttivi.

# Esternalità(2)

- Infine, le esternalità produttive possono anche essere prodotte dalla complementarità tra capitale fisico e capitale umano.
- Sull'entità dei rendimenti sociali intesi come somma di quelli privati e di quelli pubblici generati dalle esternalità produttive è ancora in corso un intenso dibattito nella letteratura empirica perché difficili da misurare
- Esistono anche altri canali attraverso cui il capitale umano influenza il benessere individuale e collettivo, anche con effetti economici di rilievo ad esempio perché l'istruzione riduce gli incentivi a delinquere, riduce la corruzione, i comportamenti a rischio dal punto di vista della salute, favorisce un maggior grado di democrazia e un migliore funzionamento delle istituzioni in cui il capitale umano è impiegato
- . Questi effetti esterni sono molto importanti perché costituiscono la principale giustificazione dell'intervento pubblico in materia di istruzione, ma sono di difficile quantificazione. Alcune stime le abbiamo già viste e recentemente queste stime sono state fatte anche per l'Italia.

# I rendimenti del capitale umano in Italia

- I risultati di alcuni economisti della Banca d'Italia (Cingano e Cipollone 2010) indicano che il tasso di rendimento privato dell'istruzione in Italia è pari a circa il 9 per cento, un valore superiore a quello ottenibile da investimenti finanziari alternativi (ad esempio in titoli) ed è lievemente superiore nelle regioni meridionali rispetto al Centro-Nord.
- Il rendimento sociale è stimato attorno al 7 per cento. Nelle regioni meridionali esclusi Abruzzo e Molise) esso è prossimo all'8 per cento e sembrerebbe superiore a quello derivante dall'investimento in infrastrutture.
- Recenti lavori empirici sugli effetti dell'istruzione per aspetti della vita sociale quali salute, criminalità e scolarizzazione suggeriscono che nel complesso i rendimenti dal punto di vista della collettività sarebbero di entità ancora maggiore.

# Differenze tra rendimenti privati e sociali

- Pertanto la valutazione del rendimento dell'istruzione dal punto di vista individuale e dal punto di vista collettivo, non necessariamente coincidono.
- Il **rendimento privato** si ottiene dal confronto tra il valore attuale dei benefici individuali (in termini di maggior salario e maggior probabilità di occupazione) con quello dei costi (sia diretti sia in termini di mancato guadagno) associati alla decisione di aumentare il proprio livello di istruzione.
- Il **rendimento sociale**, visto cioè dal punto di vista della collettività, si ottiene invece confrontando i costi (privati e pubblici) e i benefici derivanti da un aumento di un anno dell'istruzione media in una collettività. I benefici sono valutati in termini di maggior produttività aggregata e possono includere gli effetti esterni dell'istruzione individuale sulla produzione.



# Salario in funzione degli anni di istruzione



# Rendimenti (2)

- Secondo i dati dell'Ocse, nella maggioranza dei paesi sviluppati le persone con un titolo di istruzione equivalente alla nostra laurea specialistica guadagnano almeno il 50 per cento in più di quelle che hanno ottenuto il diploma di scuola secondaria .
- I differenziali salariali tra questi ultimi e quelli in possesso della licenza media sono meno accentuati, ma comunque compresi tra il 15 e il 30 per cento.
- In Italia i differenziali salariali per livelli di istruzione sono in linea con la media dell'Ocse e seguono una dinamica temporale simile a quella osservata in altri paesi.

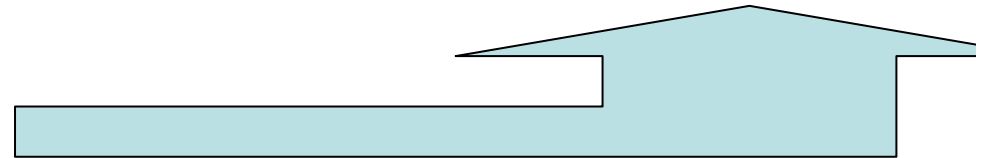
# Un modo per misurare il rendimento sociale

- In particolare, l'effetto dell'istruzione sull'output (rendimento aggregato) si calcola a partire
- dalla stima di una funzione di produzione del tipo
- $q_{it} = a_{it} + \alpha_k k_{it} + \alpha_x x_{it} + \beta hc_{it}$
- in cui  $q_{it}$  misura il (logaritmo della) produttività per lavoratore nel settore  $i$  e nell'anno  $t$ ,  $k$  e  $x$  misurano il (logaritmo dello) stock di capitale fisico e infrastrutturale
- per occupato e  $hc$  il (logaritmo del) numero di anni medi
- d'istruzione della forza lavoro. Infine,  $a$  è il (logaritmo della) produttività totale dei fattori.

# Indici per misurare il capitale umano

- Il primo indice e anche il più semplice usato nelle analisi empiriche è il tasso di iscrizione scolastica (school enrolment rate)
- Esso è dato dal rapporto tra il numero degli individui iscritti a un determinato livello di istruzione  $x$  (scuola primaria, secondaria, università) e gli individui della classe d'età che secondo la legislazione avrebbe dovuto esservi iscritta. Formalmente:
- Dove  $E(x)$  è il numero degli iscritti al livello di istruzione  $x$  e  $POP(x)$  la popolazione relativa alla fascia d'età che dovrebbe frequentare il livello  $x$  secondo la legislazione vigente.
- Questi dati sono forniti dall'UNESCO
- 

$$\textit{enrollment rate}(x) = \frac{E_x}{POP_x}$$



- Il tasso di iscrizione scolastica è una variabile flusso che determina l'accumulazione (variazione) del capitale umano
- Il problema con questa variabile è che non necessariamente il tasso di iscrizione è anche indice di conseguimento del livello di istruzione al momento in cui i gli studenti (non ancora facenti parte) entreranno nella forza lavoro.
- Una variabile più appropriata è dunque quella che tiene conto della variabile flusso (l'iscrizione) e il capitale umano incorporato nella forza lavoro (stock)

## Seconda misura: gli anni medi di istruzione

- Per calcolare gli anni medi di istruzione della popolazione o della forza lavoro si segue, come per il capitale fisico, il metodo dell'inventario perpetuo (perpetual inventory method). Si parte dagli anni totali di scolarizzazione TS:

$$TS = \sum_{t=T-A_h+D_0}^{T-A_l+D_0} \sum_X E_{X,t+X-1} (1 - r_X - d) P_{X,t+X-1}$$

# Average years of schooling

- Nell'espressione precedente  $A_L$  e  $A_H$  rappresentano i livelli di età (più bassa e più alta) della FL (es. 14 e 65 anni),  $D_0$  è l'età di accesso all'istruzione prevista dalla legge (es. 6 anni) e  $E_{x,t}$  è il numero delle iscrizioni del livello  $x$  al tempo  $t$ ,  $r_x$  indica il tasso dei ripetenti per il livello di istruzione  $x$ ,  $d$  è il tasso di abbandono e  $p_x$  la probabilità che l'individuo porti a compimento i suoi studi all'anno  $T$ .
- Dalla formula precedente per ottenere gli anni medi di scolarizzazione basta dividere per la popolazione in età lavorativa:

$$AS = \frac{TS}{P_W}$$

# Metodo censuario e dell'inventario perpetuo : il data set di Barro e Lee

- Nel 1993 e poi nel 2002 i due autori hanno prodotto una serie di dati sul capitale umano che ha permesso alla maggior parte delle indagini empiriche di valutarne gli effetti sulla crescita. I calcoli riguardano i livelli di istruzione di un numero molto ampio di paesi calcolati a intervalli di 5 anni a partire dal 1960.
- Nella suddivisione dei livelli di istruzione della popolazione adulta (superiore a 25 anni) Barro & Lee identificano i seguenti livelli di istruzione sulla base della classificazione dell'UNESCO:
  - Nessuna istruzione
  - Primaria incompleta
  - Primaria completa
  - Secondaria incompleta
  - Secondaria completa
  - terziaria



## Trend degli anni medi di istruzione per aree geografiche (dati Barro & Lee, 2002)

	WORLD (109)	ALL DEVELOPI NG (73)	LATIN AMERICA (23)	EAST ASIA (PACIFIC) (10)	ADVANCED (23)	TRANSITION ECONOMIES (13)
1960	4.61	1.79	3.13	2.26	6.97	7.17
1970	5.08	2.30	3.49	3.29	7.50	8.18
1980	5.77	3.08	4.07	4.39	8.67	8.65
1990	6.43	3.97	4.97	5.35	9.25	10.02
1995	6.49	4.47	5.38	6.03	9.57	9.72
2000	6.72	4.89	5.73	6.50	9.80	9.95

## Misure **qualitative** del capitale umano

- I dati quantitativi sono importanti perché vengono utilizzati nelle analisi empiriche e forniscono una misura dell'impatto del capitale umano sulla crescita.
- Purtroppo la maggior parte dei risultati non sono soddisfacenti. Questo non significa che il capitale umano non sia rilevante per la crescita.
- Occorre trovare misure che oltre a valutare quantitativamente gli anni di istruzione della forza lavoro (i dati riguardano la popolazione adulta) valutino in qualche misura anche la qualità dell'istruzione.
- Alcune proxy per misurare la qualità dell'istruzione utilizzate nella letteratura sono:
  - La spesa in istruzione
  - Rapporto studenti/insegnanti
  - la spesa in salari per gli insegnanti

# Test internazionali

- Una modalità più efficace ma anche più complessa per valutare la qualità del capitale umano è quella di misurarla attraverso test sulle capacità acquisite dagli studenti nelle diverse fasce d'età.
- La critica che viene mossa a questo tipo di indagini è che ci sono discontinuità nell'effettuare le indagini, il numero di paesi coinvolti è ancora esiguo, e inoltre hanno lo scopo di accertare non le capacità della forza lavoro ma quella degli studenti.

# TEST PISA

- PISA (Programme for International Student Assessment ) è un'indagine campionaria internazionale promossa dall'OCSE che dal 2000 coinvolge 32 paesi europei ed extraeuropei e che mira a valutare in quale misura gli studenti di 15 anni, al termine della scuola dell'obbligo, possiedano le conoscenze e le competenze necessarie per inserirsi in modo attivo nella società.
- La valutazione viene attuata attraverso la verifica dei livelli raggiunti nelle abilità di lettura, matematica e scienze. Ogni tre anni, a rotazione, il focus dell'indagine viene posto su una delle tre aree.
- Nella prima edizione, [PISA 2000](#), il principale ambito di accertamento è stata la lettura, nella seconda edizione, [PISA 2003](#) è stata la matematica e nella terza edizione, [PISA 2006](#) le scienze, mentre nel 2009 il fulcro dell'attenzione è nuovamente sulla lettura.
- Vedi OCSE per i dati internazionali e INVALSI per i dati italiani

# RISULTATI INDAGINE PISA

- Su 32 Paesi partecipanti gli studenti italiani
- Sono risultati ventunesimi nella lettura (comprensione di un testo non specialistico),
- ventitreesimi nelle prove scientifiche
- ventiseiesimi in matematica
- I dati migliori riguardano i quindicenni dei paesi Australia, Canada, Finlandia, Nuova Zelanda e Regno Unito (competenze alte per il 15-20% dei ragazzi).
- Per l'Italia appena il 5 per cento dei nostri ragazzi dimostra conoscenze e competenze alte. La situazione è peraltro anche sconcertante per quanto riguarda la percentuale dei ragazzi che in ciascun Paese si collocano al di sotto della media. Un paragone è significativo: in Finlandia sono il 7 per cento, in Italia salgono al 19 per cento.

# Il modello semplice MRW

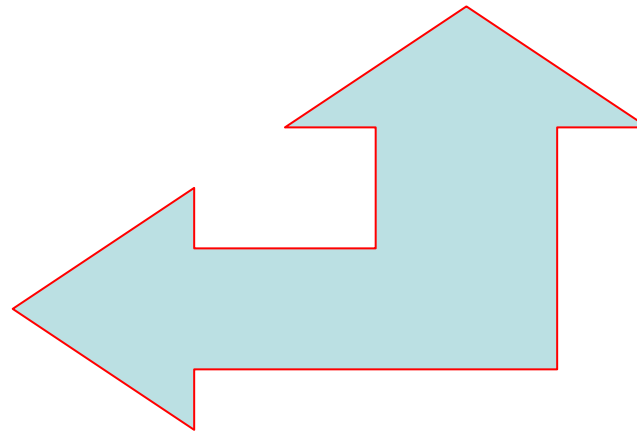
- L'output è ottenuto dalla seguente:

$$Y = K^\alpha (AH)^{1-\alpha}$$

- Il capitale umano è ottenuto:

$$H = e^{\psi u} L$$

Dove  $u$  è il tempo dedicato ad accumulare capitale umano e  $L$  è l'ammontare totale di lavoro. Se  $u=0$  allora  $H=L$  cioè tutto il lavoro è unskilled



# Cosa è $\psi$

- Prendendo log e calcolando la derivata dell'equazione precedente:
- Che indica come varia il capitale umano per effetto di una piccola variazione di  $u$  (produttività)
- Il capitale fisico è accumulato alla maniera usuale:

$$\frac{d \log H}{du} = \psi$$

$$\dot{K} = s_K Y - \delta K$$

dove  $s_k$  è la propensione a investire (risparmio) in capitale fisico

- Dividendo per L (unskilled labour) la funzione di produzione è:

$$y = k^\alpha (Ah)^{1-\alpha}$$

- Ricordando che

$$h = e^{\psi u}$$

- Ed essendo costante possiamo dividere per Ah e riscrivere la funzione di produzione

- 

$$\hat{y} = \hat{k}^\alpha$$



# L'accumulazione del capitale fisico

$$\dot{\hat{k}} = s_k \hat{y} - (n + g + \delta) \hat{k}$$

- I valori di stato stazionario sono ottenuti ponendo

$$\dot{\hat{k}} = 0$$

$$\frac{\hat{k}}{\hat{y}} = \frac{s_k}{n + g + \delta}$$

# Sostituendo nella fp

$$\widehat{y}^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

- E riscrivendo in termini di output per lavoratore si ha che il livello del reddito è proporzionale al capitale umano offerto da ciascun lavoratore:

$$y^* = \left( \frac{s_k}{n + g + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} hA(t)$$

# L'equazione precedente spiega

- Perché alcuni paesi sono ricchi e altri sono poveri.
- Sono ricchi i paesi che hanno un più elevato  $s_k$  bassi tassi di crescita della popolazione, alti livelli di tecnologia e alti livelli di accumulazione di capitale umano

$$h = e^{\psi u}$$

# Il confronto empirico

- Si definisca il reddito di un paese relativamente a quello USA con una barra:

$$\bar{y}^* = \frac{y^*}{y_{US}}$$

- E sapendo che  $y^*$  è dato da:

$$\bar{y}^* = \left( \frac{\bar{s}_k}{\bar{n} + \bar{g} + \bar{\delta}} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \bar{h}\bar{A}(t)$$

# Quanto sono ampie le differenze tra paesi a causa di diverse dotazioni di capitale umano?

- Supponiamo che due paesi  $i$  e  $j$  abbiano gli stessi parametri,  $s$ ,  $n$ ,  $\delta$  e  $g$  per cui il rapporto tra i due redditi di stato stazionario è:

$$y_{SS} = \frac{h_i \times \left[ \left( \frac{s_k}{n + \delta + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]}{h_j \times \left[ \left( \frac{s_k}{n + \delta + g} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \right]} = \frac{h_i}{h_j}$$

# I redditi relativi dipenderanno:

- Dai diversi livelli di  $n$ ,  $s_K$ ,  $g$  e  $\delta$ , (rispetto a quelli USA indicati con barra nell'equazione precedente) dimostrano che le differenze dei redditi di stato stazionario sono dovuti solamente a variazioni del capitale umano.
- In realtà non abbiamo considerato il valore iniziale del progresso tecnico  $A$  che può influenzare i valori di stato stazionario nei due paesi.
- Se questi paesi divergono in  $A$  e  $h$  essi non saranno in grado di convergere verso lo stesso stato stazionario pur avendo gli stessi altri parametri uguali.
- L'assunzione che nello stato stazionario i redditi relativi siano costanti richiede l'ulteriore assunzione che  $g$  (oltre a  $n$ ,  $s(k)$ , e  $\delta$ ), sia lo stesso tra paesi. Se  $g$  diverge anche il gap nei livelli di reddito diventerà sempre più ampio.
- Il modello di MRW assume che il livello di tecnologia  $A$  può divergere tra paesi.
- E che il livello di  $h$  possa divergere tra paesi
- Questo spiega la mancata convergenza nei livelli di reddito procapite.

- Mankiw et al (p.417) mostrano che allorquando si introduce anche il lavoro unskilled la fp è :

$$Y = K^{\alpha_K} H^{\alpha_H} [AL]^{1-\alpha_K-\alpha_H}$$

- Dividendo per AL si ottiene:
- $y = k^{\alpha_k} h^{\alpha_h}$
- Entrambi gli stock di capitale crescono se il risparmio è superiore all'investimento di sostituzione (deprezzamento)

- Si dimostra che l'elasticità dell'output rispetto al capitale fisico  $\alpha_K = 1/3$ , quello riferito al capitale umano  $\alpha_H = 1/3$  e il coefficiente del lavoro unskilled  $1 - \alpha_K - \alpha_H = 1/3$ .
- Il coefficiente del capitale umano è stato ottenuto considerando il salario minimo dei lavoratori nel settore industriale come il rendimento del lavoro senza capitale umano (row-labour) che è all'incirca pari a un valore compreso tra  $1/3$  e  $1/2$  del salario medio.



# Il tasso di convergenza

- L'inclusione del capitale umano modifica l'equazione di convergenza che diventa:  $\beta \equiv (1 - \alpha_K - \alpha_H)(n + \delta + g)$
- Attribuendo valori plausibili ai parametri ( $n=0.01$ ,  $\delta=0.04$  e  $g=0.02$ ) si deduce che il tasso di convergenza è pari all'incirca al 2% all'anno
- Tale valore è riportato nella maggior parte delle ricerche empiriche

# Approfondimento

- Si consideri la fp:

$$Y(t) = K(t)^{\alpha_K} H(t)^{\alpha_H} [A(t)L(t)]^{1-\alpha_K-\alpha_H}$$

- Dove come in precedenza H è il capitale umano e i parametri dei due tipi di capitale sono indicati con  $\alpha_K$  e  $\alpha_H$
- Il tasso di crescita della produttività è  $g_A$  e quello del lavoro è  $g_N$

- Le equazioni di accumulazione dei due tipi di capitale in unità di lavoro effettivo (dividendo per  $A(t)L(t)$ ) sono:

$$\dot{k} = s_K y - (n + \delta)k$$

$$\dot{h} = s_H y - (n + \delta)h$$

- Il modello possiede uno steady state in cui

$$\dot{k}(t) = \dot{h}(t) = 0 \quad e \quad k(t) = k^*; h(t) = h^*$$

- Usando le due equazioni di accumulazione e ponendoli = 0 nello steady state si ottengono

# I valori di $k$ e $h$ di stato stazionario

$$k^* = \left( \frac{s_K^{1-\alpha_H} s_H^{\alpha_H}}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_K-\alpha_H}}$$

$$h^* = \left( \frac{s_K^{\alpha_K} s_H^{1-\alpha_K}}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_K-\alpha_H}}$$

# Implicazioni

- Come è facile verificare i livelli di stato stazionario del capitale fisico e del capitale umano dipendono sia dalla quota di investimento in capitale fisico sia dalla quota di investimento in capitale umano.
- Una maggiore quota di investimento in capitale fisico conduce sia a una maggiore accumulazione di capitale fisico che di capitale umano e viceversa
- Ciò è dovuto alla forte complementarità esistente tra i due tipi di investimento

- Ricordando la fp

$$Y(t) = K(t)^{\alpha_K} H(t)^{\alpha_H} [A(t)L(t)]^{1-\alpha_K-\alpha_H}$$

Riscrivendola in termini procapite:

Otteniamo:

$$\frac{y_t}{A_t} = \left(\frac{k_t}{A_t}\right)^{ak} \left(\frac{h_t}{A_t}\right)^{ah}$$

- Applicando i logaritmi e riordinando i termini si ottiene:

$$\log y_t = \alpha_k \log k_t + \alpha_h \log h_t + (1 - \alpha_k - \alpha_h) \log A$$

- dalla quale derivando rispetto al tempo si ha:

$$\frac{\dot{y}_t}{y_t} = \alpha_k \frac{\dot{k}}{k} + \alpha_h \frac{\dot{h}}{h} + (1 - \alpha_k - \alpha_h) \frac{\dot{A}}{A}$$

- Dall'espressione precedente si evince che il tasso di crescita del prodotto procapite cresce al tasso di crescita del progresso tecnico  $g$  (esogeno)
- Infatti poiché  $k$  e  $h$  crescono al tasso  $g$  anche  $y$  cresce allo stesso tasso
- Ricordate che  $K$ ,  $H$  e  $Y$  crescono invece al tasso  $g+n$



# Inserendo tali valori nella fp

- Si ottiene il valore dell'output procapite lungo il sentiero di crescita bilanciata (espresso in log)

$$\log[Y(t)/L(t)] = \log A(0) + g_A - \left( \frac{\alpha_K + \alpha_H}{1 - \alpha_K - \alpha_H} \right) \log(n + \delta) \\ + \left( \frac{\alpha_K}{1 - \alpha_K - \alpha_H} \right) \log s_K + \left( \frac{\alpha_H}{1 - \alpha_K - \alpha_H} \right) \log s_H$$

# CONCLUSIONI

- In questo capitolo abbiamo :
- Definito il capitale umano
- Descritto alcuni indici per la sua misurazione
- Introdotto il capitale umano nel modello tradizionale di crescita
- La principale conclusione è che le divergenze osservate nei redditi procapite possono essere causate da diverse dotazioni e tassi di accumulazione di capitale umano tra i paesi.