Il modello di Lucas

Con capitale umano

Come si è già ricordato:

- La qualità della forza lavoro si indica con l'espressione capitale umano
- Il capitale umano è un fattore produttivo accumulabile ottenuto come risultato di un'attività di investimento da parte degli individui che dedicano il loro tempo all'acquisizione di abilità professionali.
- Rientrano tra le componenti del capitale umano:
- Human capital skills (risultato dell'istruzione)
- Entrepreneurship e talento naturale
- Stock di conoscenze accumulate (esperienza)
- Pertanto il capitale umano è l'insieme delle capacità (skills) delle conoscenze e delle abilità incorporate negli individui in grado di arrecare un vantaggio agli individui e alla società.

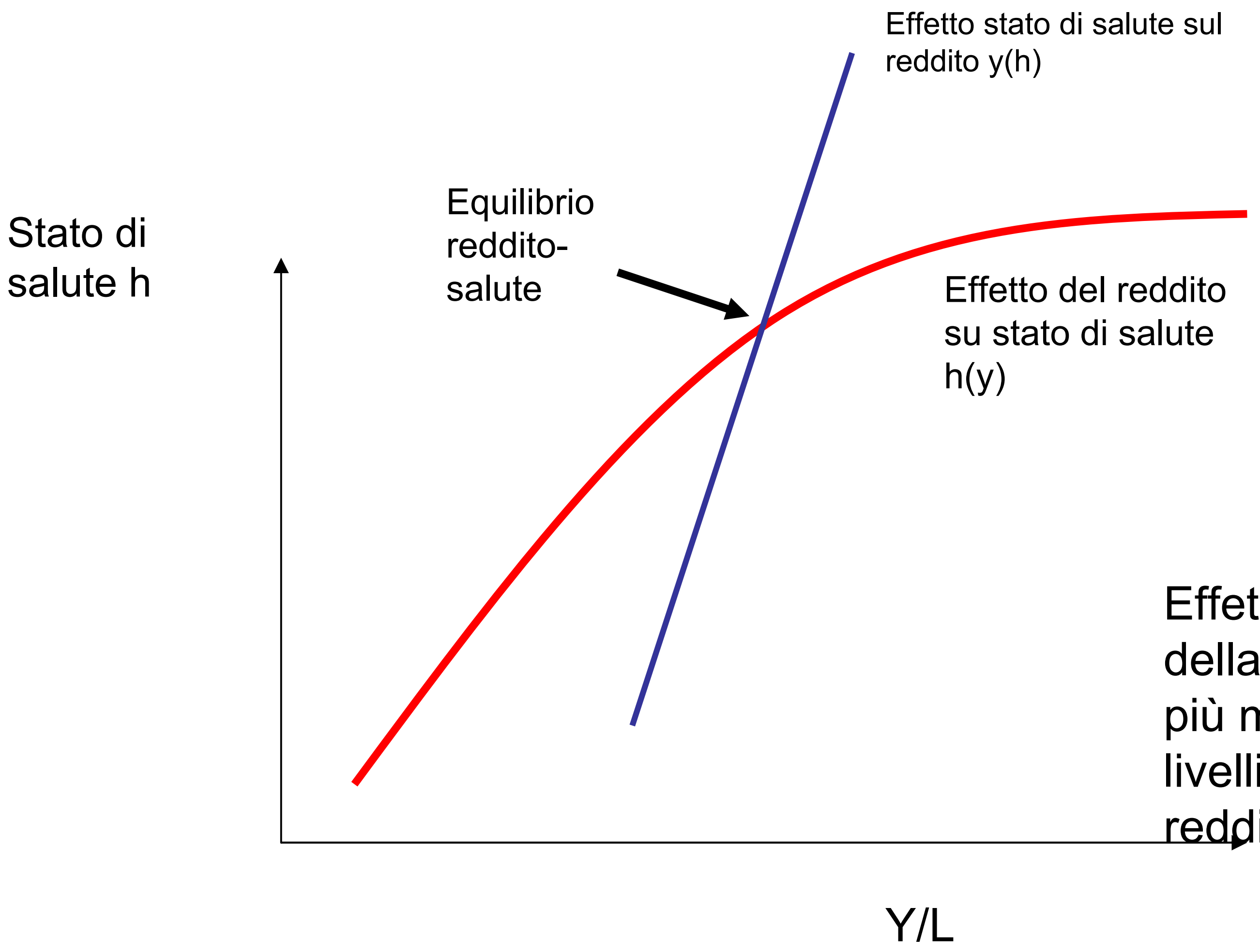
Prima di Lucas

- I primi studi che si occuparono del capitale umano si ebbero negli anni sessanta e sono rappresentati dai lavori di Becker (1964) e Schultz (1963)
- Nell’ambito della crescita a utilizzare il concetto è stato Uzawa (1965) ma a rilanciare il concetto e renderlo capace di generare crescita endogena (crescita che dipende dalle decisioni degli individui) è stato Lucas (1988).
- Le analisi sul capitale umano si sono moltiplicate nel corso degli ultimi anni e accanto alle definizioni già date esistono altre spiegazioni sugli effetti economici del capitale umano. A titolo di esempio si veda il capitolo di Weil sul capitale umano , gli effetti sullo stato di salute e le ricadute su Y/L

Capitale umano come stato di salute

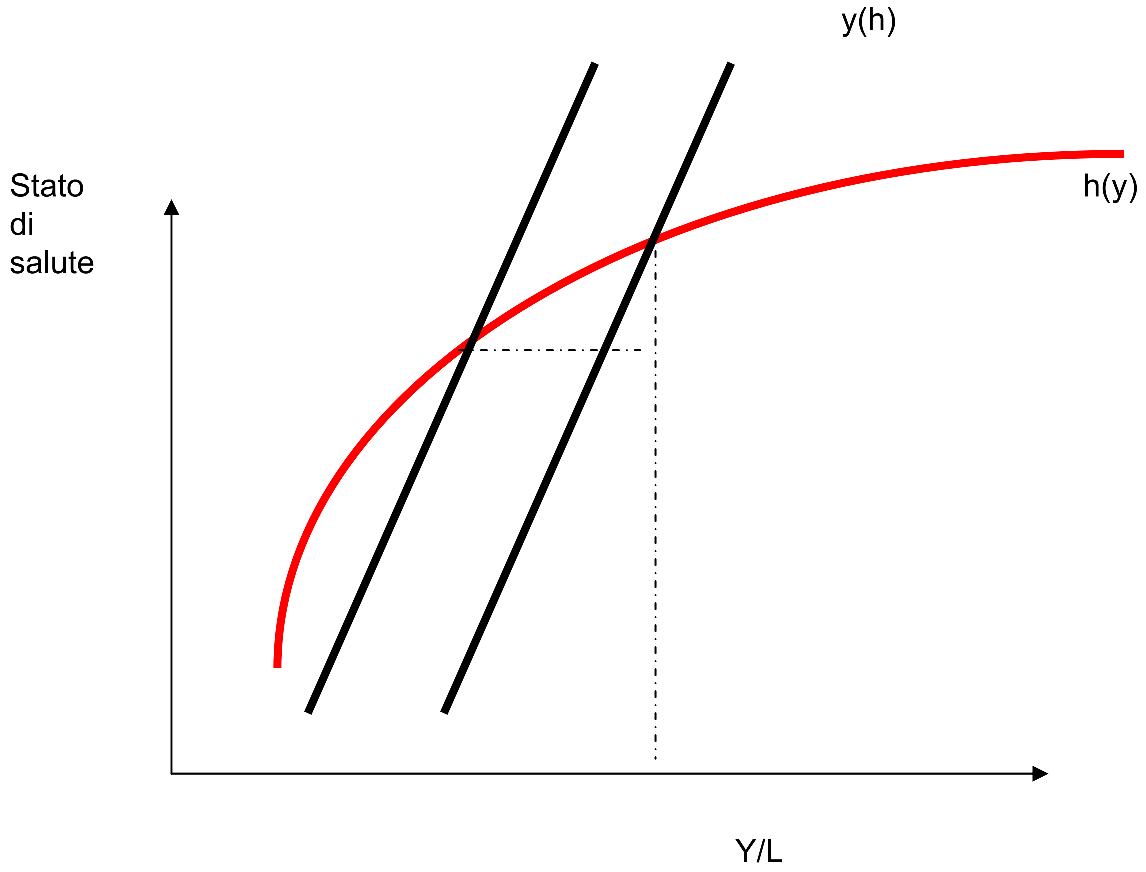
- Un tempo, sebbene l' ipotesi è ancora valida per i paesi sottosviluppati dove il lavoro richiede ancora molta fatica fisica, i lavoratori più produttivi erano quelli più robusti fisicamente.
- Anche se in modo diverso la salute dei lavoratori è sicuramente anche indice della qualità e della produttività del lavoro.
- Una persona sana può lavorare meglio e più a lungo.
- Anche per l'apprendimento, allorché il capitale umano è misurato dal livello di istruzione o di apprendimento, possiamo affermare che gli studenti più sani sono anche quelli che apprendono meglio . Quindi la migliore condizione fisica accresce il livello del reddito di un paese.
- Ne risulta che parte dei differenziali di reddito che riscontriamo tra paesi può in parte essere spiegato dalle condizioni di vita e dal diverso stato di salute della forza lavoro.
- Si guardi per esempio alle aspettative di vita della popolazione dei paesi avanzati rispetto a quella dei paesi in via di sviluppo
- Chi è sottoposto a condizioni di denutrizione ,per esempio , versa in peggiori condizioni di salute e la malnutrizione è anche causa di una minore capacità lavorativa.

Interazioni tra y(h) e h(y)



Effetti benefici della salute sono più marcati per livelli bassi di reddito

Capitale umano come stato di salute



Effetto moltiplicatore sul reddito

spiegazione

- Si supponga che per qualche causa esogena (miglioramenti tecnologici) i lavoratori possono produrre di più per ogni stato di salute (la retta y(h) si sposta). L'incremento di produzione corrisponde a un incremento di produttività.
- Ma l'aumento del reddito migliora ulteriormente lo stato di salute e l'equilibrio si sposta verso dx inglobando l'effetto motiplicatore (nuovo equilibrio reddito-salute)

Lo stesso vale per spostamenti di h(y)

- La figura precedente può essere usata anche per spiegare spostamenti della h(y) per effetto di miglioramenti tecnologici che migliorano la salute degli individui (nuovi vaccini etc..)
- Questi miglioramenti sposteranno la curva h(y) verso l'alto (per ogni livello di reddito la salute migliora).
- Questa variazione esogena produce anch'essa un effetto moltiplicatore così come accade per un incremento della produttività.

Il capitale umano come istruzione

- Si riferisce alle capacità intellettuali dell’individuo di gran lunga più importante di quella fisica del determinare il reddito procapite e aggregato.
- Pertanto, l’investimento che migliora le capacità intellettuali di una persona , ossia l’istruzione, è diventata la forma più importante per accrescere il capitale umano.

La concettualizzazione di Uzawa

- Uzawa formalizzò l'idea che il progresso tecnico (labour augmenting) non è "manna che cade dal cielo" ma è il risultato dell'azione intenzionale degli agenti economici che impiegano risorse scarse per migliorare lo stato delle conoscenze tecnologiche .Pertanto tutto il progresso tecnico è incorporato nel lavoro
- **Il settore che produce progresso tecnico è il settore dell'istruzione**

$L(t) = L_E(t) + L_p(t)$

Il progresso tecnico si produce nel settore dell'istruzione

$$\dot{A}_L / A_L = \psi\left(\frac{L_E(t)}{L(t)}\right)$$

- In questa economia ci sono due stock che possono essere accumulati: il capitale fisico e il livello di conoscenza
- Uzawa dimostra che un pianificatore sociale deve scegliere questi stock in maniera ottimale massimizzando una funzione di utilità lineare $U[c(t)] = c(t)$
- Il trade off che il pianificatore deve fronteggiare è l'allocazione del tempo dei lavoratori tra produzione di beni finali e settore dell'istruzione. Se si aumenta il numero dei lavoratori nel settore dell'istruzione la conoscenza aumenta ma la produzione di beni (e quindi il tasso di investimento) diminuisce

La prima modifica di Lucas

- Come vedremo l'idea di Uzawa è molto simile a quella utilizzata da Romer (1990) nel suo modello in cui l'interazione progresso tecnico-capitale umano è il motore fondamentale della crescita. Non è possibile aumentare il livello di conoscenza senza l'utilizzo di capitale umano.
- Lucas adotta una specificazione più restrittiva di capitale umano. Utilizzando la notazione di Uzawa si può interpretare $A_L(t)$ esclusivamente come livello di istruzione H(t) ossia:

$$\frac{\dot{H}(t)}{H} = \psi_E\left(\frac{L_E(t)}{L(t)}\right.$$

La seconda modifica attuata da Lucas

- La funzione di utilità non è lineare ma è data da :

$$U(0) = \int_0^{\infty} \left[\frac{C(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] e^{-\rho t} dt$$

- Dove σ è il reciproco dell'elasticità di sostituzione intertemporale e ρ e il tasso di sconto (preferenza intertemporale), $e^{-\rho t}$ il fattore di sconto

Terza modifica di Lucas

- Non necessariamente vi sono rendimenti decrescenti nell’accumulazione di capitale umano
- Mentre in Uzawa $\Psi'>0$ e $\Psi''<0$
- Lucas sostiene che l’evidenza empirica è consistente con una funzione di produzione lineare dell’accumulazione di capitale umano la cui produttività (marginale e media è costante)
- Ossia $\Psi>0$ = costante

$$\frac{\dot{H}(t)}{H}=\psi_E\left(\frac{L_E(t)}{L(t)}\right)$$

Altre Ipotesi del modello

- Economia chiusa
- Il sistema è composto da individui razionali identici che max l'utilità
- Il modello è a due settori (il settore del capitale fisico e umano utilizzano funzioni di produzione diverse) In particolare il settore che produce capitale umano è intensivo solo di capitale umano
- Le decisioni di risparmio si traducono in decisioni di investimento automaticamente
- La popolazione cresce a tasso costante
- Nell'economia ci sono N lavoratori con livello di specializzazione pari a h con 0<(=)h<(=) 1

Come impiegare il tempo?

- Un lavoratore con una dotazione di tempo =1 può decidere di:

1. Impiegare la frazione di tempo u per la produzione di output finale
2. Impiegare la frazione (1-u) per l'acquisizione di nuove abilità

Si ha quindi che l'ammontare di capitale umano **nella produzione** è definito da:

$$H = \int_0^\infty uNh \qquad dh$$

L'equazione ci dice:

- Che l'effettiva forza lavoro nella produzione dipende dalla somma delle ore di lavoro specializzato u che va moltiplicato per Nh che rappresenta il numero dei lavoratori N con abilità h).
- Nella fp occorrerà sostituire al posto del lavoro il capitale umano H
- Y= F(K,H)

Differenze tra capitale umano e creazione di conoscenza

- Il capitale umano è incorporato negli individui e l'uso delle loro capacità in un'attività preclude l'uso in altre atttività (**bene rivale)**
- Gli individui possiedono diritti di proprietà sui loro skills e quindi h è anche **escludibile** (gli altri non possono usarlo)

Supponendo che la fp sia Cobb-Douglas:

$$Y = AK(t)^{\alpha}[u(t)h(t)N(t)]^{1-\alpha} h_a(t)^{\gamma}$$

- A= livello di tecnologia
- K= stock di capitale
- uhN= capitale umano
- h_a^{γ}= capitale umano medio disponibile per tutte le imprese che provoca effetti esterni positivi per l'economia in generale (misurati da γ che ne misura l'intensità). In particolare:

NB: doppia presenza di h esprime il duplice effetto:

- Effetto interno di aumento di produttiviità
- Effetto esterno miglioramento della produttività dell'intero sistema

$$h_a = \frac{\int_0^{\infty} hN(h)\,dh}{\int_0^{\infty} N(h)\,dh}$$

L’esternalità non è necessaria

- Per avere crescita endogena nel modello di Lucas non è necessario introdurre l’esternalità .La crescita è assicurata dalla funzione lineare con cui si produce capitale umano con produttività marginale costante (h elevato all’unità) e non dipende dal capitale umano accumulato fino a quel momento.
- Per la produzione dell’output la fp esibisce rendimenti decrescenti rispetto a ogni singolo fattore e rendimenti costanti rispetto ai due fattori capitale fisico e umano.
- Lucas tuttavia introduce ugualmente l’esternalità intesa come livello medio di istruzione (capitale umano) posseduto dalla FL

Se tutti i lavoratori possiedono lo stesso livello medio di

capitale umano $h_a = h$

- Lucas ipotizza che il tasso di crescita di h dipenda proporzionalmente dal tempo che i lavoratori dedicano all'istruzione (non capitale fisico per la sua produzione)
- L'equazione di accumulazione di h:

$$\dot{h} = h\delta(1 - u)$$

- Dove δ rappresenta il tasso (costante) di creazione di capitale umano. Naturalmente se tutto il tempo viene dedicato alla produzione u=1 non c'è accumulazione di capitale umano. Se u=0 tutto il tempo viene dedicato all'accumulazione di h che cresce al tasso δ.

Il tasso di crescita di h

- Dalla equazione di accumulazione precedente (dividendo per h) si ha **: $g_H = \delta\,(1\text{-}u^*)$**
- Dove u* è l'allocazione ottimale del tempo da parte degli individui tra produzione e istruzione.
- Si dimostra che l'education effort $(1-u^*)$ dipende
- **negativamente** dal tasso di preferenza intertemporale (ρ) e dal coefficiente di avversione al rischio (σ)
- **Positivamente dalla produttività dell'istruzione misurata da δ**

Analisi formale del modello

- Max la Funzione di utilità:

$$U_0 = \int_0^{\infty} \left[\frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] e^{-\rho t} N(t) dt$$

- Sotto i due vincoli delle equazioni di accumulazione:

$$\dot{K} = Y - cN = AK^{\alpha}[uhN]^{1-\alpha} h_a^{\ \gamma} - cN$$

$$\dot{h} = h\delta(1-u)$$

- Per risolvere il problema di ottimizzazione, Lucas procede determinando prima il sentiero di crescita equilibrata (equilibrio competitivo) e poi quello ottimale. La presenza di esternalità crea divergenza tra i due equilibri.
- Per avere un sentiero ottimale di crescita è necessario scegliere valori di k, h, h_a e u che max la funzione di utilità tenendo presenti i vincoli esposti prima e il fatto che $h_a = h$
- Lo studio del sentiero di crescita equilibrata prevede che h_a sia dato. Occorre quindi scegliere i valori di k, h, e u ma con h_a dato esogenamente, con k(0) dato,h(0) dato.

Per risolvere il modello di ottimizzazione dinamica bisogna costruire l'Hamiltoniano del problema che espresso in valore corrente è

$$H(k,h,\mu_1,\mu_2,c,u,t) = e^{-\rho t}\left(\frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}\right)N + \mu_1[Ak^{\alpha}(uhN)^{1-\alpha}h^{\gamma} - cN]$$

$$+\mu_2[\delta h(1-u)]$$

- Dove oltre alle variabili già note figurano μ_1 e μ_2 che rappresentano le variabili di costato ovvero i prezzi ombra usati per calcolare gli incrementi rispettivamente del capitale fisico e del capitale umano.

- L'espressione precedente rappresenta l'utilità del periodo corrente che dipende dal tasso di aumento del capitale fisico e del capitale umano valutati ai prezzi ombra
- Le due variabili decisionali sono c (consumi) e u (tempo da dedicare alla produzione) ed è rispetto a queste variabili che bisogna risolvere l'Hamiltoniano.

I prezzi ombra

- Le due variabili di costato (perché due sono le equazioni di accumulazione e i settori dell'economia) che come abbiamo visto sono delle variabili di riferimento per risolvere il problema di ottimo (simili ai moltiplicatori di Lagrange) hanno anche un significato economico.
- Nel nostro problema i due vincoli rappresentano rispettivamente i valori dell'investimento in capitale fisico e in capitale umano valutati ai loro prezzi ombra (prezzo di equilibrio concorrenziale) (μ_1 e μ_2). Il prezzo ombra ci dice come una variazione marginale della variabile di stato (k o h) influisce sul valore della funzione obiettivo (f.di utilità).

Se l’Hamiltoniano è differenziabile in ogni punto

- Le condizioni di primo ordine e le condizioni di trasversalità ci assicurano che è possibile max la funzione obiettivo.
- Pertanto le condizioni necessarie per l’esistenza di un sentiero temporale delle variabili (k,c,u, t) che risolva il problema di controllo ottimale rispettando i vincoli è che esista un sentiero temporale delle variabili di costato che soddisfino il principio di massimo, la equazione di Eulero e le condizioni di trasversalità.

Condizioni di primo ordine:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = e^{-\rho t} c^{-\sigma} N - \mu_1 N = 0 \Rightarrow e^{-\rho t} c^{-\sigma} = \mu_1$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \mu_1 (1-\alpha)\left[A K^{\alpha} u^{-\alpha} (hN)^{1-\alpha} h^{\gamma} - \mu_2 \delta h \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\mu_1 (1-\alpha)\left[A K^{\alpha} u^{-\alpha} (hN)^{1-\alpha} h^{\gamma} \right] = \mu_2 \delta h$$

- Dalla prima espressione si deduce che l’utilità marginale del consumo deve essere uguale al prezzo ombra dell’investimento (al margine le due attività consumo e il capitale fisico devono avere lo stesso valore)
- Anche dalla seconda espressione si evince come il tempo disponibile deve avere utilità uguali nei suoi due usi: accumulazione di capitale fisico e di capitale umano

Le variazioni dei prezzi ombra saranno dati da

$$\dot{\mu}_1 = -\frac{\partial H}{\partial K} = -\mu_1 \alpha \left[AK^{\alpha-1} (uhN)^{1-\alpha} h^{\gamma} \right]$$

- Per il prezzo ombra del capitale umano si ha:

$$\dot{\mu}_2 = -\frac{\partial H}{\partial h} = -\mu_1 (1-\alpha+\gamma) \left[AK^{\alpha} (uN)^{1-\alpha} h^{-\alpha+\gamma} \right]$$

$$-\mu_2 \delta (1-u)$$

Queste equazioni insieme alle condizioni di trasversalità:

$$\lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \mu_{1t} K_t = 0 \quad e \quad \lim_{t \to \infty} e^{-\rho t} \mu_{2t} h_t = 0$$

- (Alla fine dell'orizzonte temporale gli agenti non vogliono detenere alcuna attività)
- Dall'elaborazione del sistema di condizioni descritte occorre ottenere un sentiero di crescita bilanciata per le variabili di interesse

Abbiamo ora tutti gli ingredienti del modello per caratterizzare il sentiero di crescita bilanciata (SCB)

- Lungo un SCB il tasso di crescita del consumo, del capitale fisico, del capitale umano e dell'output crescono tutti allo stesso tasso costante
- La frazione del lavoro usato per accumulare capitale umano è costante e quindi anche u
- I prezzi ombra declinano a tassi costanti
- Definiamo il tasso di crescita di una variabile γ_x o

$$\frac{\dot{x}}{x}$$

- Per determinare il SCB non consideriamo l'esternalità h_a^γ
- Mentre il pianificatore deve considerare gli effetti dell'esternalità gli agenti privati nello scegliere i sentieri del consumo, di h e di k assumono come dato h_a^γ
- Ne consegue che nella determinazione del prezzo ombra del capitale umano non è necessario derivare rispetto a h_a^γ (che gli agenti considerano dato).
- Assumendo che h_a^γ =h l'equazione per μ_2 diventa:

$$\dot{\mu}_2 = -\mu_1(1-\alpha)\left[AK^{\alpha}(uN)^{1-\alpha}h^{-\alpha}\right] -$$

- $\mu_2\delta(1-u)$

Da cui si ottiene

- Tasso ottimale di crescita del capitale umano: $$v^* = \sigma^{-1}\left[\delta - \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\gamma}(\rho - n)\right]$$
- il tasso di crescita di equilibrio

$$v = \left[\sigma(1-\alpha+\gamma)\right]^{-1}\left[(1-\alpha)(\delta-\rho+n)\right]$$

Quando i due tassi di crescita coincidono?

- La differenza tra v e v* dipende dalla diversa visione che il pianificatore sociale e i privati hanno nel considerare le esternalità generate dall'istruzione
- Mentre i privati non ne tengono conto il pianificatore deve considerarne gli effetti sull'economia nel suo complesso

Impostazione per la soluzione centralizzata

- Il pianificatore deve tener conto dell'esternalità . h_a è uguale per tutti gli individui e quindi =h.
- La fp è:

$$y = k^{\alpha} u^{1-\alpha} h^{1-\alpha+\gamma}$$

La funzione Hamiltoniana per la soluzione centralizzata

$$H(k,h,\mu_1,\mu_2,c,u,t)=\left(\frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}\right)N+\mu_1[Ak^{\alpha}u^{1-\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}N^{1-\alpha}-cN]$$

$$+\mu_2[\delta h(1-u)]$$

Dalla quale occorre di nuovo ricavarsi le condizioni di massimo del primo ordine e risolvere per il tasso di crescita ottimale

- Dal punto di vista analitico basta porre =0 le esternalità (cioè γ=0) e i due tassi di crescita diventano:

$$v^* = \sigma^{-1}\left[\delta - \frac{1-\alpha}{1-\alpha}(\rho - n)\right] = \frac{1}{\sigma}(\delta - \rho + n)$$

$$v = \frac{1}{\sigma(1-\alpha)}(1-\alpha)(\delta - \rho + n) = \frac{1}{\sigma}(\delta - \rho + n)$$

IMPLICAZIONI

- Lungo il SCB v dipende da δ e ρ
- Mentre il primo effetto positivo è semplice da comprendere, l'effetto negativo di ρ significa che:
- All'aumentare del tasso di sconto ρ gli agenti dedicano meno tempo all'accumulazione di capitale umano e nel contempo aumentano il consumo presente (si riduce il risparmio) rispetto al consumo futuro.
- Il tasso di crescita dell'economia dipende quindi crucialmente dalle decisioni degli individui (conferma del carattere endogeno della crescita)
- Il modello non prevede alcuna convergenza in y

IMPLICAZIONI (2)

- La crescita endogena è indipendente dalle esternalità (con γ=0 il tasso di crescita è positivo se $\delta > \rho + n$)
- La variabile fondamentale resta la scelta tra tempo da dedicare all'istruzione (1- u) e naturalmente la produttività del settore in cui si forma il capitale umano. La crescita è sostenuta anche senza progresso tecnico
- I tassi di rendimento di k nei paesi poveri non necessariamente sono più elevati rispetto ai paesi ricchi:

Basso y → Basso k ⇒ Alto tasso di rendimento in k

Basso y → Basso h ⇒ Basso tasso di rendimento in k

CRITICHE

- Il capitale umano si accumula non solo attraverso l'istruzione scolastica ma anche acquisendo abilità sul posto di lavoro (learning by doing e training on the job)
- Utilizzando la stessa funzione lineare di Lucas si ha:

$$\dot{h}_i(t) = h_i(t)\delta u_i(t)$$

- Dove u_i rappresenta lo sforzo impiegato nella produzione del bene i.
- Il tasso di crescita è

$$\dot{h}_i(t) / h_i(t) = \delta u_i(t)$$

L’evidenza empirica

- Un aspetto interessante delle recenti ricerche riguarda la verifica empirica del modello di Lucas
- A livello teorico esiste una relazione positiva tra capitale umano e crescita economica
- Le indagini empiriche, tuttavia, non hanno mostrato in modo inequivoco tale relazione. Sono emersi coefficienti per il capitale umano non significativi e spesso negativi

Una regressione di crescita

- Partendo da una f. di produzione tradizionale aumentata per il capitale umano:

$$Y = K^{\alpha} L^{\beta} H^{\gamma}$$

- La specificazione econometrica in termini di tassi di crescita è:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \alpha \frac{\Delta K}{K} + \beta \frac{\Delta L}{L} + \gamma \frac{\Delta H}{H} + \varepsilon$$

Altre variabili di controllo

- Generalmente oltre alle determinanti della crescita viste si inseriscono nella regressione altre variabili di policy che controllano per lo stato stazionario (vettore di variabili X)
- Inoltre nelle regressioni di crescita si vuole stimare il tasso di convergenza dei redditi procapite verso lo stato stazionario.
- Pertanto si inserisce il livello del reddito procapite iniziale , il cui coefficiente (negativo) spiega se è in atto un processo di convergenza (le economie più povere crescono più velocemente)
- In simboli:

$$g_Y = F\left(y_0; \quad h; \quad X_t\right)$$

Risultati di una regressione tipica: Variabile dipendente tasso di crescita del PIL procapite (risultati Barro et al.)

regressori	**coefficiente**
Y(1960)	– 0.025 (0.0028)
Istruzione secondaria (maschile)	0.0134 (0.0056)
Istruzione secondaria femminile	– 0.0551 (0.0068)
Capitale umano (anni medi di istruzione)	–0.315 (0.097)
G/Y	– 0.06 (0.023)
I/Y	0.074 (0.02)
Instabilità politica	–0.0286 (0.0094)
G edu/Y	0.062 (0.085)

- Il coefficiente negativo degli anni medi di istruzione (oltre a quello relativo all’istruzione secondaria delle donne) è stato giustificato sulla base di varie ipotesi.
- Errata rilevazione vista la specificità del fattore da misurare (istruzione scolastica, professionale ma anche qualità innate degli individui)
- La persistenza e la scarsa variazione del capitale umano nel corso del periodo al quale le indagini econometriche si riferiscono
- Difficoltà di trovare una proxy adeguata che incorpori in modo appropriato anche la qualità del capitale umano
- Molti lavori nella costruzione della variabile vanno in questa direzione.

Il futuro del capitale umano

- Il capitale umano ha molte affinità con il capitale fisico (accumulabilità, stessa quota sul reddito nazionale) ma anche caratteristiche specifiche che lo differenziano dal capitale fisico. Quest'ultimo può essere accumulato all'infinito ed è scorporato dall'individuo che lo possiede.
- Il capitale umano è incorporato nell'individuo e non può essere accumulato all'infinito. Se non altro perché ci dovrà essere il tempo per lavorare e quindi il tempo dedicato all'istruzione si riduce nel corso di vita dell'individuo.
- Molti studiosi tra cui Weil ritengono che il capitale umano ha avuto un ruolo rilevante nella crescita del secolo passato ma questo ruolo sarà più limitato nel corso di questo e dei prossimi secoli.
- Nei paesi sviluppati tra il 1960 e il 1980 il tasso di accumulazione del capitale umano è stato molto alto: il livello medio di istruzione è cresciuto nello stesso periodo di due anni.
- Dal 1980 al 2000 gli anni medi di istruzione in quegli stessi paesi è cresciuto solo di 0,9 anni.
- Rimane quindi il dubbio se il capitale umano da solo può essere fonte di crescita permanente.
- Un modello di crescita più realistico deve tener conto dell'interazione tra capitale umano e progresso tecnico (modello di Romer 1990).