

Crescita endogena

Modello AK e modelli con
esternalità (Romer 1986)

Crescita esogena e endogena

- L'assunto fondamentale che distingue i modelli di crescita endogena da quello di Solow è che i fattori accumulabili (o riproducibili) non obbediscono alla legge dei rendimenti marginali decrescenti ma possono essere caratterizzati da rendimenti costanti (o addirittura crescenti).
- la linea di demarcazione tra modelli di crescita esogena ed endogena è che l'accumulazione di capitale è una fonte temporanea di crescita della produttività e il progresso tecnico una fonte persistente di crescita.
- Nelle nuove teorie della crescita endogena (TCEN) entrambi sono fattori permanenti di crescita.

Crescita endogena ed esogena (2)

- Per quel che riguarda il progresso tecnico
- I modelli di crescita endogena cercano di spiegare il tasso di crescita della TFP ossia le determinanti di quel g_A che abbiamo considerato esogeno.
- Spiegare le determinanti economiche di A diventa essenziale per comprendere il processo di crescita.
- I miglioramenti tecnologici si verificano grazie all'azione intenzionale di agenti razionali che rispondono agli incentivi di mercato
- I modelli di CE sono costruiti in un contesto in cui anche le decisioni degli agenti in tema di scelta intertemporale di risparmio (e di consumo) avvengono attraverso processi di massimizzazione dell'utilità (con orizzonti temporali infiniti o finiti) come nei modelli alla Ramsey.
- Gli strumenti da utilizzare per studiare questi modelli sono quelli già analizzati nella lezione precedente.

Cosa conservano i nuovi modelli rispetto al framework tradizionale?

- Molte ipotesi neoclassiche tra cui
- Comportamento ottimizzante
- Concorrenza perfetta nei modelli di tipo AK
- Il nuovo elemento che permette di endogeneizzare la crescita è la conoscenza (PT) che può essere creata attraverso:
 - 1) apprendimento sul posto di lavoro
 - 2) istruzione
 - 3) R&S

- Nel modello AK, come già detto la PMK è costante. Vi sono diversi casi che possono giustificare una **PMK** costante.
- Se, per esempio, durante il processo di accumulazione del capitale gli agenti diventano più abili e scoprono metodi o processi per aumentare la produttività.
- In tal caso i benefici dell'accumulazione di capitale possono essere molto superiori per la società nel suo complesso rispetto a quelli privati (anche se i rendimenti sono decrescenti a livello di singola impresa).
-

- Si creano cioè delle **esternalità positive** che sono assenti nel modello di Solow.
- Diverse tipologie di esternalità sono state considerate nei diversi modelli di crescita endogena.
- Noi presenteremo dapprima il modello più semplice, dal punto di vista didattico, quello di crescita endogena (senza esternalità) conosciuto come modello *AK* in cui i rendimenti di scala del solo fattore accumulabile, il capitale, sono costanti.

Il modello AK è basato sull'accumulazione di capitale

- la crescita sostenuta di lungo periodo si verifica in due condizioni:
- (i) quando esistono rendimenti costanti di scala per i fattori riproducibili,
- (ii) quando lo stock di capitale fisico (e/o umano) è associato all'esistenza di esternalità positive (o spillover).
- .

Altre peculiarità del modello

- I fattori non riproducibili sono assenti
- tutti I fattori sono accumulabili come avviene per il capitale fisico.
- Questo permette di conservare le proprietà dell'equilibrio generale, il comportamento ottimizzante degli individui e la condizione di ottimalità paretiana del sentiero di crescita.
- La presenza di queste proprietà legittimano la definizione di approccio neoclassico che viene attribuito a questo modello semplice di crescita endogena. Formalmente la funzione di produzione viene espressa in termini pro capite e il fattore capitale è inteso in senso ampio in modo tale da includere tutte le tipologie di capitale accumulabile (eventualmente oltre al capitale umano anche il capitale conoscenza). L'agente rappresentativo nell'economia sceglie quanto consumare e risparmiare sulla base di una funzione di utilità del tipo

$$\cdot \quad \max \int u(c_t) e^{-\rho t} dt$$

- Come ricorderete abbiamo già catturato le implicazioni di un modello AK semplificato basandoci sulle ipotesi soloviane. In tale modello si assumeva un tasso di risparmio che non era ottenuto da un processo di massimizzazione della f. di utilità sotto il vincolo delle risorse ma che fosse una frazione proporzionale del reddito
- Utilizzeremo le stesse assunzioni del modello di Solow con **tasso di risparmio costante**
- La f.p è

$$Y_t = A K^\alpha L^{1-\alpha}$$

- se si ipotizza, inoltre, che $\alpha=1$ si ha:

$$Y_t = A K_t$$

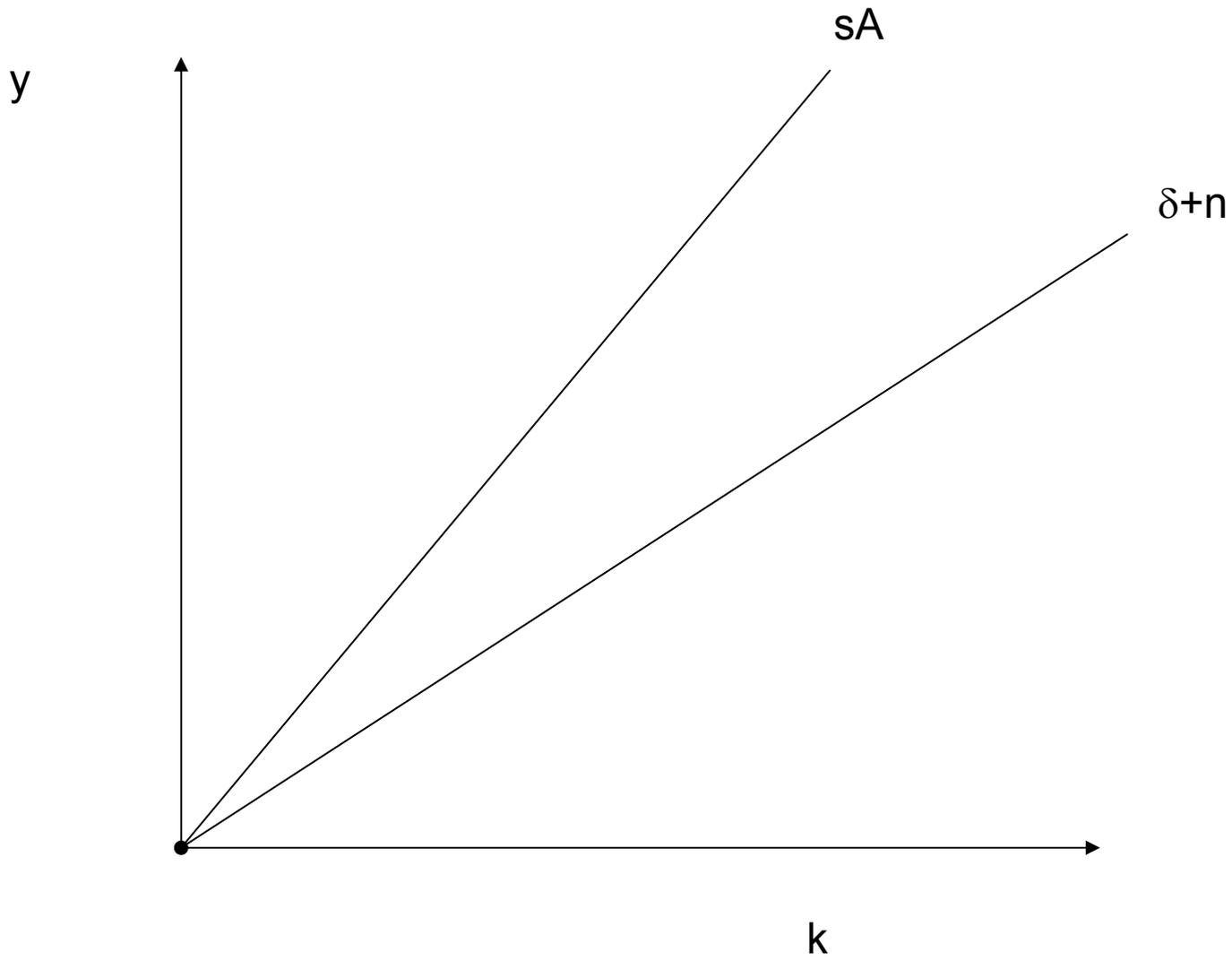
dove la $PMK = A$

Ricordando l'equazione dinamica del capitale ed esprimendo tutto in termini pro capite (lettere minuscole esprimono le variabili in termini pro-capite, es.: $k=K/L$) abbiamo che l'equazione dinamica del capitale è:

$$\Delta k = sf(k) - \delta k = sAk - \delta k$$

- e il tasso di crescita (dividendo per k) è:
- $$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = s A - \delta$$
- L'implicazione fondamentale del modello è che il tasso di crescita del capitale (e dell'output) è costante e dipende dall'accumulazione di capitale (s) e dalla produttività del capitale (A)

- In altre parole si assume che $sA > \delta$ e che il divario tra risparmio e investimento necessario anziché diminuire rimanga costante assicurando una crescita costante del capitale pro capite. In altre parole il risparmio sarà sempre più elevato dell'investimento necessario a mantenere costante il rapporto K/L . Ne consegue che:
- Una politica economica che riesca a stimolare la propensione al risparmio è in grado di determinare un tasso di crescita permanentemente più elevato
- Poiché non vi sono rendimenti decrescenti del capitale non vi è alcuna ragione che le economie convergano a un particolare livello di reddito di stato stazionario. Paesi con un diverso livello di stock di capitale iniziale crescono allo stesso tasso se hanno lo stesso tasso di risparmio e la stessa tecnologia (oltre a n e δ)



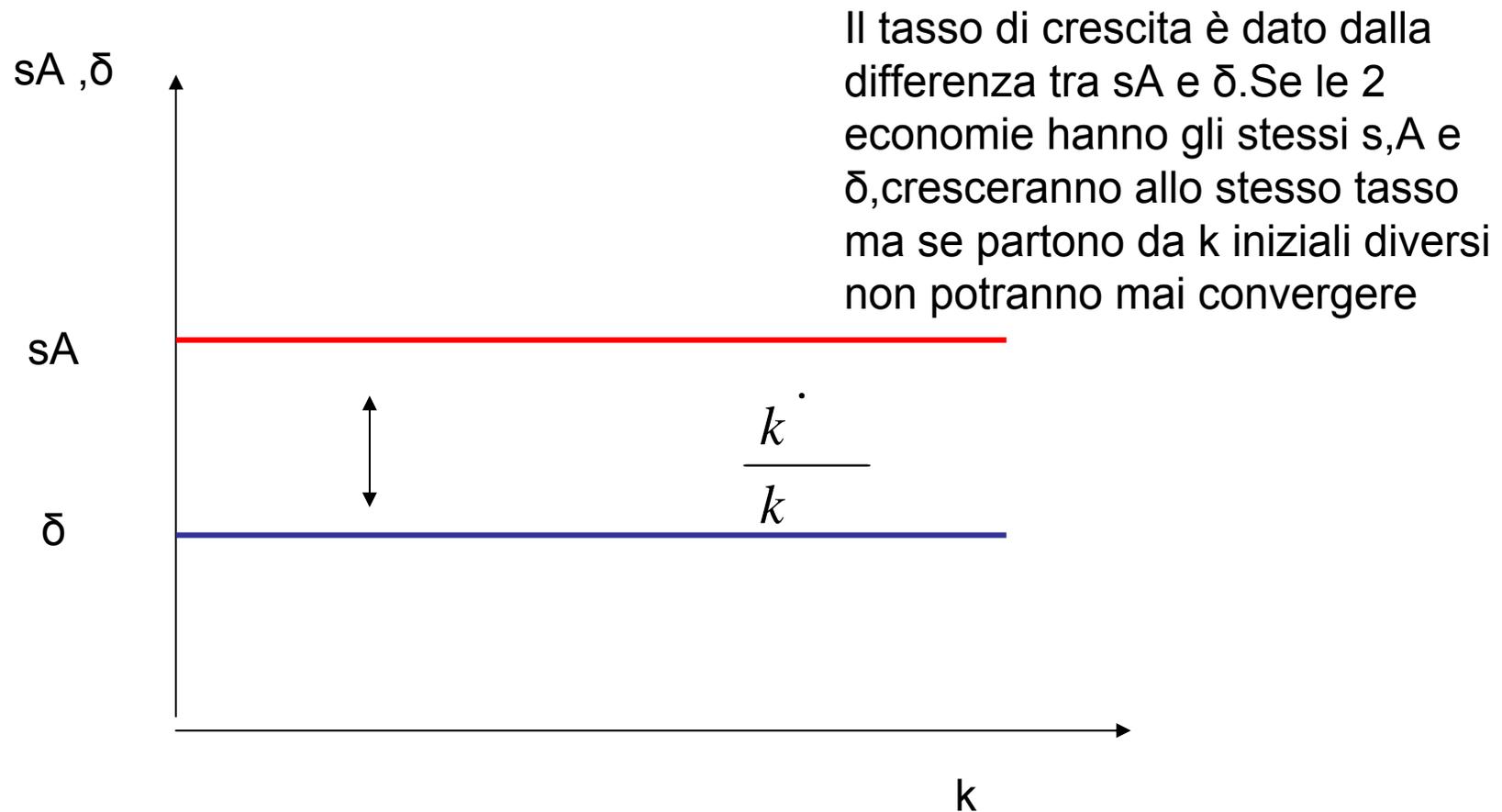
La crescita dipende dalle caratteristiche dei paesi

- L'implicazione più interessante del modello è che la crescita è *country-specific*. Questo significa che A non rappresenta solo la produttività costante del capitale ma un fattore di efficienza che include oltre al livello della tecnologia, la qualità delle politiche di governo e delle istituzioni del Paese.
- La crescita può essere accelerata influenzando, con politiche appropriate, il valore di A . Naturalmente, il modello predice che la crescita sostenuta dipende dal risparmio (investimento) e quindi l'accumulazione del capitale diventa un fattore di crescita di lungo periodo.

LIMITI

- L'implicazione **forte del modello** è che l'accumulazione di capitale è il **solo fattore** di crescita dell'economia.
- Tale interpretazione può ritenersi valida, solo se lo stock di capitale (k) comprende non solo capitale fisico e il capitale umano ma anche il capitale conoscenza (progresso tecnico).
- Da notare che l'equazione del tasso di crescita di k (pari a quello dell'output nello stato stazionario) non dipende dalle condizioni iniziali (iniziale rapporto K/L o Y/L) e quindi il processo di convergenza fra le economie non può avere luogo.
- Sostanzialmente se due paesi hanno gli stessi tassi di risparmio e un identico valore di A cresceranno allo stesso tasso costante indipendentemente dai livelli di reddito iniziale.

Se $sA > \delta$ il tasso di crescita di k
è > 0



Se c'è un gap iniziale in termini di reddito pro capite?

- Immaginando un paese ricco e un paese povero con lo stesso livello di tecnologia (A)- ipotesi eroica- e lo stesso tasso di risparmio, questi due paesi non potranno mai convergere verso lo stesso livello di reddito perché il meccanismo neoclassico (PMK decrescente) è assente (le economie con un più basso K/L non crescono più velocemente delle economie con più elevato K/L). Con gli stessi parametri cresceranno allo stesso tasso ma il divario iniziale del reddito(capitale) permane nel tempo.

Realismo del modello AK

- Il successo di questa classe di modelli di crescita endogena è dovuta più che al loro realismo alla struttura semplificata del modello, adatta ai libri di testo in cui possiamo continuare ad assumere **concorrenza perfetta** e un tasso di crescita ottimale che coincide con il tasso di crescita di un'economia decentralizzata.
- Da una prospettiva di *policy*, anche se il governo con le sue politiche potrebbe incidere sul valore di A , come affermato, in realtà non è richiesto alcun intervento per stimolare la crescita poiché il mercato è in grado di determinare un sentiero di crescita ottimale.

Il modello AK con soggetti ottimizzanti

- Funzione di utilità da massimizzare:

$$U = \int u(c_t) e^{-\rho t} dt$$

- U è l'utilità intertemporale dell'agente rappresentativo, $c(t)$ è il consumo medio nel periodo t e ρ è il tasso di sconto intertemporale che segnala l'impazienza dei soggetti a posporre il consumo (consumare intertemporalmente).
- La funzione di utilità è additiva e separabile nei suoi argomenti. Questo implica che i consumi dei singoli individui entrano nella funzione in modo additivo e che le utilità istantanee dei singoli agenti possono essere sommate tra loro e nei diversi periodi di tempo

Assunzioni sulla f. di utilità

- $u' = dU/dc > 0$ (l'utilità cresce al crescere del consumo)
- $u'' = d/dt(dU/dc) < 0$ (l'utilità marginale è decrescente)
- Condizioni di Inada:

$$\lim_{c \rightarrow 0} U = \infty$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} U = 0$$

Vincolo di bilancio intertemporale

- È rappresentato dall'andamento dei patrimoni individuali nel corso del tempo:

$$\dot{a} = w + ra - c$$

- La variazione del patrimonio del periodo t è dato dalla somma del salario e dei rendimenti del patrimonio investito ra . Quindi le variazioni del patrimonio derivano dal risparmio $=w+ra-c$

- Assumendo che la f. di utilità istantanea del consumo sia :

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

- Questa funzione di utilità è isoelastica (CIES) che ricordiamo ha la proprietà secondo la quale l'elasticità dell'utilità marginale del consumo non dipende dal consumo stesso ma è costante σ . Questa costante è uguale all'inverso dell'elasticità istantanea di sostituzione

- σ quindi è il reciproco dell'elasticità intertemporale di sostituzione del consumo) ovvero

- $$\text{elasticità} = \frac{u'(c)}{cu''(c)} = 1/\sigma$$

- Risolvendo (costruendo l'Hamiltoniana e massimizzando la f. di utilità sotto il vincolo delle risorse) si ottiene il tasso di crescita con risparmio endogeno:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{A - \rho}{\sigma}$$

- Il modello Ak che abbiamo presentato non introduce alcuna esternalità per spiegare la crescita perpetua dell'economia.
- Per questo motivo può ritenere valide le assunzioni di concorrenza perfetta e di ottimalità del sentiero di crescita senza che siano necessari interventi di policy.
- Tuttavia esiste una intera classe di modelli del tipo AK che per spiegare la crescita sostenuta si fondano sul concetto di esternalità (primo modello di Romer, modello di Barro).
- Anche in presenza di esternalità si può ritenere l'assunzione di concorrenza perfetta del modello se l'accumulazione di nuova conoscenza è un risultato accidentale non voluto dall'impresa (by product di altre attività). Ed è su questa ipotesi che si fonda il primo modello di Romer del 1986 che presentiamo.

Tipi di esternalità

- La produttività (nuova conoscenza) può aumentare a causa di:
- (i) rendimenti costanti a livello di impresa con spillover positivi nell'aggregato
- (ii) rendimenti crescenti di scala nella funzione di produzione

L'effetto degli spillover

- Gli spillover possono derivare sia dall'accumulazione dei fattori tradizionali (capitale fisico e umano) sia dal capitale conoscenza.
- Esternalità **del primo tipo** si verificano quando sia gli individui che le imprese accumulano capitale fisico e umano e involontariamente contribuiscono alla produttività del capitale in dotazione delle altre imprese. Se gli spillover sono di una certa entità, anche assumendo rendimenti decrescenti del capitale a livello di singola impresa, la crescita è sostenuta dalla continua accumulazione dell'input che genera le esternalità (le esternalità sopravanzano l'effetto dei rendimenti decrescenti).
- Le esternalità del **secondo tipo** derivano dalla decisione intenzionale delle imprese di accumulare conoscenza impiegando risorse per ottenerla e quindi esse promanano esclusivamente dalle attività dei settori di ricerca in cui si accumula conoscenza in maniera intenzionale. Infatti i rendimenti di scala possono essere crescenti non per l'effetto di ricaduta dell'accumulazione di capitale che genera esternalità quanto per particolari caratteristiche del settore dove si produce conoscenza (nuove tecnologie) caratterizzati da (concorrenza imperfetta) gradi di monopolio (brevetti) o altre forme di appropriazione dell'innovazione tecnologica che ora avviene nel settore privato.

- La presenza di esternalità per spiegare la crescita determina **implicazioni normative** secondo le quali la crescita può essere insufficiente in mancanza di sussidi di governo nei settori che creano le esternalità positive.
- Il primo modello di Romer (1986) è basato sulle esternalità del primo tipo mentre il secondo modello di Romer (1990) nonché quelli di Grossman and Helpman [1991], Aghion and Howitt [1992] si fondano sulle esternalità (rendimenti crescenti di scala) che provengono da settori specifici di R&S.
- Per comprendere la differenza tra le due tipologie di esternalità basti per ora l'osservazione che in caso di esternalità dovute all'accumulazione dei fattori non vi è alcun bisogno di abbandonare l'ipotesi di concorrenza perfetta per trattare i rendimenti crescenti. Se consideriamo il capitale conoscenza si può assumere, infatti, che l'accumulazione di nuova conoscenza è un sottoprodotto di altre attività.

- **Non rivalità** della tecnologia: l'uso di una idea o di un progetto da parte di un individuo (impresa) non impedisce l'uso della stessa idea da parte di un altro individuo (impresa) (se viene creato un nuovo chip per i computer tutte le imprese di computer possono utilizzarlo).
- La non rivalità ha l'implicazione per la crescita perché beni non rivali possono essere accumulati senza limiti in termini procapite.
- I beni non rivali sono anche **non escludibili** e quindi generano spillover positivi che non possono essere catturati dall'inventore

Spillover del primo tipo: Learning by doing

- Secondo questa visione quando gli individui o le imprese accumulano capitale, fisico o umano, essi **involontariamente** contribuiscono alla produttività del capitale detenuto dalle altre imprese.
- La crescita è sostenuta dalla continua accumulazione dell' input che genera l'esternalità positiva. I modelli con Spillover catturano l' idea che la conoscenza è un bene non rivale:
- Capitale conoscenza=idee→non rivalità
→benefici sociali > benefici privati

RCRS (rendimenti crescenti)

- La visione alternativa di rendimenti crescenti è legata invece alle caratteristiche specifiche del progresso tecnico e della sua produzione
- RCRS si verificano quando ci sono specifici settori (o imprese) che con le loro innovazioni nei metodi di produzione determinano lo sviluppo di nuovi beni capitali più produttivi di quelli precedenti che rendono più efficiente la produzione delle imprese che li utilizzano

Diverse forme di creazione di nuova conoscenza

- la conoscenza può essere creata non solo attraverso l'istruzione e la spesa in R&S ma anche attraverso le conoscenze e abilità che i lavoratori acquisiscono sul posto di lavoro.
- L'accumulazione di conoscenza è in questo caso il by product (esternalità) di qualche altra attività come l'accumulazione di capitale. Si ipotizza che il PT dipenda dall'apprendimento o economie di scala dinamiche cioè dal ripetere più volte l'attività produttiva.
- Questo modo di acquisizione e di sviluppo della conoscenza prende il nome di learning by doing ed è la prima forma di creazione della conoscenza studiata nella letteratura da Kenneth Arrow già agli inizi degli anni '60 (precisamente nel '62).
- Nasce dal fatto che i lavoratori si trovano ad affrontare e a risolvere continuamente problemi durante il processo lavorativo. Soprattutto quando le nuove annate di beni capitali incorporano miglioramenti indotti dall'esperienza e dai suggerimenti dei lavoratori rispetto ai beni capitali precedenti. Il PT è misurato dallo stock di capitale

- Più precisamente la conoscenza creata da un'impresa ha un effetto positivo sulla capacità produttiva di altre imprese senza costi.
- Ne risulta che essa può essere introdotta nella fp delle imprese senza che sia il risultato di una specifica scelta (o costo aggiuntivo) da parte dell'impresa stessa (effetto non voluto ma proficuo per tutte le imprese).

Esternalità del primo tipo (primo modello di Romer)

- L'acquisizione di conoscenza è legata all'accumulazione di capitale e all'investimento
- Un indice di conoscenza non è altro che l'investimento cumulativo (capital stock).
- Più formalmente la fp è:

$$Y_{i,t} = F(K_{i,t}, A(t)L_{i,t})$$

- Supponiamo che la conoscenza sia accumulata endogenamente e che sia una funzione del passato investimento di tutte le imprese nell'economia

$$G(t) = \int_{-\infty}^t I(v)dv = \kappa(t)$$

- Arrow assume che lo stato della conoscenza dipende dal passato investimento secondo:

$$A(t) = G(t)^\eta \quad \eta < 1$$

- Ne consegue che la funzione di produzione della singola impresa sarà

$$Y_i = F(K_i, L_i, \kappa) = K_i^\alpha L_i^{1-\alpha} \kappa^\eta$$

- Dove il fattore κ non indicizzato è caratterizzato anch'esso da rendimenti decrescenti.

- Questa fp è una tipica funzione a RCS rispetto a $K(i)$ and $L(i)$ ma crescenti se si considerano tutti e tre i fattori contemporaneamente (la somma è >1).
- Assumiamo che il n. delle imprese sia $=M$ e ciascuna impresa assuma che lo stock di capitale sia dato

$$K = \sum_{i=1}^M K_i = MK_i$$

- Aggregando le imprese la fp è :

$$Y = F(K, L, \kappa) = K^\alpha L^{(1-\alpha)} \kappa^\eta$$

- Dove $K = \sum K_i$ and $L = \sum L_i$. Per lavorare in termini per capita dividiamo entrambi i lati per L :

$$y = k^\alpha \kappa^\eta$$

soluzione

- Le imprese max una f. di utilità CIES già vista sotto il vincolo

- $\dot{k} = k^\alpha \kappa^\eta - c$

$$H = e^{-\rho t} \left[\frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] + \mu [k^\alpha \kappa^\eta - c]$$

FOC

$$\frac{\partial H}{\partial c} = e^{-\rho t} c^{-\sigma} = 0 \Rightarrow e^{-\rho t} c^{-\sigma} = \mu \quad (1)$$

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\mu [\alpha k^{\alpha-1} \kappa^\eta] \quad (2)$$

- Dopo alcuni passaggi si ottengono le due equazioni differenziali fondamentali del modello:

$$\dot{c} = (\alpha A k^{\alpha-1} K^{\eta} - \rho) c^{-\sigma}$$

$$\dot{k} = A k^{\alpha} K^{\eta} - c$$

La soluzione del modello completo di Romer è:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \gamma = \sigma^{-1} [\alpha k^{\alpha-1+\eta} L^\eta - \rho]$$

Confronto con Kass - Koopmans

- La conclusione di endogeneità della crescita sono ottenute agendo sulla PMK: l'introduzione dell'esternalità legata all'accumulazione di conoscenza consente di modificare la PMK.
- Nel modello di Romer via via che il capitale si accumula la sua produttività non subisce deterioramenti grazie all'esternalità delle conoscenze acquisite. Poiché la PMK si mantiene alta essa consentirà incrementi di consumo nel futuro.
- Ogni paese sperimenterà tassi di sviluppo diversi (mancanza di convergenza) legati alle decisioni dei consumatori relativamente a quanto capitale investire per aumentare l'effetto positivo delle esternalità.

Le condizioni per la CE

- Dall'equazione precedente abbiamo visto che il tasso di crescita del consumo (capitale e output) è proporzionale alla differenza tra MPK e il tasso di sconto individuale.
- Nota che il tasso di crescita ha a **scale effect**: un incremento nell'offerta di lavoro L aumenta il tasso di crescita.
- Possiamo ora distinguere sotto quali condizioni le esternalità sono in grado di generare crescita endogena (CE) per effetto dell'accumulazione di conoscenza nella forma di *learning by doing*

Le condizioni per la CE

- Se $\alpha + \eta < 1$ i RCRS non sono sufficienti a generare crescita endogena. L'esternalità dello stock di conoscenza è piccolo e l'economia cessa di crescere. Ciò avviene quando $\alpha k^{\alpha-1+\eta} = \rho$ e il tasso di crescita $= 0$. Pertanto il modello presenta le stesse proprietà del modello Cass-Koopmans (Solow)
- $\alpha + \eta = 1$ In tal caso ponendo $\alpha L^\eta = A^*$ otteniamo il modello Ak e il tasso di crescita $\gamma = \sigma^{-1} (A^* - \rho)$, ovvero si ha crescita positiva, purchè naturalmente $A^* > \rho$.
- Per valori di $\alpha + \eta > 1$ l'esternalità dello stock di conoscenza è sufficiente a generare CE. Tuttavia l'equilibrio (non mostrato) è altamente instabile e il tasso di crescita tende ad infinito

Sintesi (1)

- Il tasso di crescita dipende dai parametri di preferenza e di tecnologia, ovvero σ , ρ e la PMK.
- Quei parametri si comportano sul tasso di crescita essenzialmente come si comportano nel modello AK illustrato precedentemente e cioè σ , ρ abbastanza piccoli aumentano il tasso di crescita dell'economia.
- L'ultimo effetto è che un aumento di L aumenta il tasso di crescita. Se aumenta l'ammontare dei lavoratori un maggior numero di essi potrà attraverso l'effetto di learning by doing contribuire alla crescita di conoscenza e all'aumento di produttività dell'economia.

Sintesi (2)

- In termini di convergenza il modello di Romer non presenta dinamiche di transizione e quindi non predice la convergenza di sistemi economici con condizioni iniziali differenti.
- Le economie tendono a mantenere i vantaggi iniziali similmente a quanto abbiamo visto per il modello AK

Sintesi (3)

- Anche se il modello di Romer rientra in quelli che abbiamo definito con tecnologia AK, occorre tener presente che in presenza di esternalità l'equilibrio competitivo non è socialmente ottimo.
- Pertanto il tasso di crescita di equilibrio anche se in grado di generare CE (nel caso di $\alpha + \eta = 1$) è inferiore a quello socialmente ottimo che abbiamo ottenuto nel modello AK senza esternalità:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{A - \rho}{\sigma} > \frac{A^* - \rho}{\sigma}$$