

RISCHIO E RENDIMENTO DEGLI STRUMENTI FINANZIARI

Docente: Prof. Massimo Mariani

SOMMARIO

- Il rendimento di un'attività finanziaria: i parametri rilevanti
- Rendimento totale, periodale e medio
- Il market risk premium (o premio per il rischio di mercato)
- Il rischio in finanza
- Le principali tipologie di rischio
- Rischio e diversificazione
- Parametri per la misurazione del rischio: la varianza
- Parametri per la misurazione del rischio: lo scarto quadratico medio

SOMMARIO

- Obiettivo: diminuire il rischio
- Gli effetti della diversificazione di portafoglio
- Rischio specifico e rischio sistematico
- Il rendimento di un portafoglio di strumenti finanziari
- L'analisi di un portafoglio di strumenti finanziari:
la covarianza
- La varianza di un portafoglio
- Il contributo dei singoli titoli al rischio di portafoglio
- L'analisi della frontiera efficiente

INTRODUZIONE

OBIETTIVO



**DETERMINARE IL TASSO DI ATTUALIZZAZIONE PER LA VALUTAZIONE
DI PROGETTI IN CONDIZIONI DI INCERTEZZA**



I PARAMETRI RILEVANTI

IL RENDIMENTO TOTALE DI UN'ATTIVITA' FINANZIARIA
SI COMPONE DI DUE ELEMENTI:



DIVIDEND YIELD

*Remunerazione
periodica del capitale*

$$\text{Dividend yield} = \frac{\text{Div}_{t+1}}{(P_t)}$$



CAPITAL GAIN

*Eventuale apprezzamento del
valore del titolo sul mercato*

$$\text{Capital gain} = \frac{P_{t+1} - P_t}{(P_t)}$$

I PARAMETRI RILEVANTI

IL RENDIMENTO TOTALE è dato dalla somma dei due elementi

$$R_{t+1} = \frac{Div_{t+1}}{(P_t)} + \frac{P_{t+1} - P_t}{(P_t)}$$



Il calcolo può essere ripetuto per un numero indefinito di periodi, dando così luogo a una serie storica di rendimenti.

RENDIMENTO PERIODALE θ (holding period return su T anni)

Il rendimento complessivo lungo l'orizzonte periodale di investimento

$$(1 + R_1) \times (1 + R_2) \times \dots \times (1 + R_t) \times \dots \times (1 + R_T)$$

I PARAMETRI RILEVANTI

RENDIMENTO MEDIO

Quando si hanno a disposizione molti periodi sui quali sono stati calcolati i rendimenti annuali può essere utile disporre di una modalità per sintetizzare i dati in poche informazioni, che forniscono però una rappresentazione esaustiva dei titoli azionari;

$$\bar{R} = \frac{(R_1 + \dots + R_T)}{T}$$

Dove:

- R: è il rendimento delle attività finanziarie*
- T : è il numero totale delle osservazioni*

IL MARKET RISK PREMIUM

$$\bar{R}_M = R_F + \text{Premio per il rischio}$$

COSTITUISCE IL MAGGIOR RENDIMENTO RISCHIATO DALL'INVESTITORE PER INVESTIRE IN UN TITOLO PIU' RISCHIOSO (TITOLO AZIONARIO) RISPETTO CHE AD UN TITOLO PRIVO DI RISCHIO (TITOLO DI STATO) CARATTERIZZATO DA RENDIMENTI MINORI MA STABILI NEL TEMPO

IL RISCHIO

In Finanza, le misure di variabilità dei rendimenti definiscono il rischio degli strumenti finanziari;

**... ESPRIME LA VARIABILITA' DEI RENDIMENTI RISPETTO
ALLE ASPETTATIVE DEGLI INVESTITORI
E NON HA VALENZA ESCLUSIVAMENTE NEGATIVA
POICHE' LE FLUTTUAZIONI DEI RENDIMENTI EX POST
POSSONO ASSUMERE ANCHE SEGNO POSITIVO**

- ❖ *RISCHI COMMERCIALI*
- ❖ *RISCHIO DI INSOLVENZA*
- ❖ *RISCHIO DI LIQUIDITA'*
- ❖ *RISCHIO DI COMPORTAMENTI
OPPORTUNISTICI*
- ❖ *RISCHIO NORMATIVO*
- ❖ *RISCHI NATURALI*
- ❖ *RISCHIO DI CAMBIO*

- ❖ *RISCHIO DI TASSO*
- ❖ *RISCHIO POLITICO*
- ❖ *RISCHIO DI INFLAZIONE*
- ❖ *RISCHIO CONGIUNTURALE*

MISURARE IL RISCHIO: LA VARIANZA

IN STATISTICA:

LA VARIANZA (σ^2) E' UN INDICE DI DISPERSIONE CHE MISURA LA DISTANZA DEI VALORI DI UN DETERMINATO PARAMETRO RISPETTO AL VALORE MEDIO

IN FINANZA:

LA VARIANZA (σ^2) INDICA LA DISPERSIONE O LA DISTANZA DEI RENDIMENTI GARANTITI DA UN'ATTIVITA' FINANZIARIA RISPETTO ALLA MEDIA DEI RENDIMENTI MEDESIMI

LA VARIANZA

Quanto maggiore è la varianza associata ai rendimenti di un'attività finanziaria, quanto più alto è il rischio a essa associato;

$$\begin{aligned}(\sigma^2) &= \frac{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + \dots + (R_t - \bar{R})^2}{T - 1} \\ &= \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2}{T - 1}\end{aligned}$$

LO SCARTO QUADRATICO MEDIO

Lo scarto quadratico medio o deviazione standard (σ), radice quadrata della varianza, consente di quantificare la dispersione dei rendimenti di un'attività finanziaria intorno alla media nella medesima unità di misura dei valori analizzati.

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}}$$

E' l'indice statistico usato con maggiore frequenza per misurare la dispersione di un campione.

*Per fornire un'interpretazione è opportuno considerare le proprietà che caratterizzano la distribuzione normale **

** In una distribuzione normale i rendimenti sono simmetrici rispetto alla propria media, e la curva ha una forma regolare che ricorda quella di una campana.*

ESEMPIO:

Vogliamo acquistare un'azione di una società, pagando un prezzo di € 10.

Quale sarà il rendimento in futuro?

Se alla fine dell'anno la società distribuisce €1 di dividendo per ogni azione e il prezzo è salito a € 12, in totale il nostro investimento avrà fruttato:

$$(1 + 12) - 10 = 3 \text{ €}$$

Il rendimento, peraltro elevato, conseguito nell'anno è pari a:

$$\frac{(12 - 10 + 1)}{10} = 30\%$$

All'inizio dell'anno, però, quando abbiamo acquistato l'azione, il rendimento atteso poteva essere anche molto diverso dal 30 % e assestarsi, al livello del 15 %.

ESEMPIO:

Il rendimento medio annuo che l'investimento ha fruttato lungo il periodo analizzato è calcolabile; esso infatti è la media aritmetica dei rendimenti annuali:

ANNO	RENDIMENTO
2006	10%
2007	15%
2008	11%
2009	9%
2010	30%

$$\frac{10\% + 15\% + 11\% + 9\% + 30\%}{5} = 15\%$$

Il risultato ottenuto è il frutto di valori annuali diversi tra loro; siamo in grado di trovare un indicatore che dia qualche informazione sulla variabilità dei rendimenti?

ESEMPIO:

Proviamo a calcolare la varianza (var e σ^2) dei rendimenti delle azioni della società.

La varianza è ottenuta così:

$$(\sigma^2) = \frac{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + \dots + (R_5 - \bar{R})^2}{T - 1} =$$

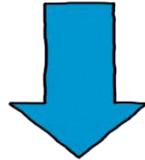
$$\frac{(10\% - 15\%)^2 + (15\% - 15\%)^2 + (11\% - 15\%)^2 + (9\% - 15\%)^2 + (30\% - 15\%)^2}{4} = 0.00755$$

Dalla varianza è immediato calcolare lo scarto quadratico medio, che ne è la radice quadrata:

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}} = \sqrt{0.00755} = 0.0869 = 8.69\%$$

MINIMIZZARE IL RISCHIO

OBIETTIVO



**MANTENERE ELEVATI LIVELLI DI RENDIMENTO CONTENENDO
I LIVELLI DI RISCHIO**

DECISIONI DI PORTAFOGLIO DI MARKOWITZ

Combinando opportunamente due o più investimenti, è possibile ottenere un risultato totale di uguale rendimento medio, ma caratterizzato da maggiore stabilità e un grado di rischio inferiore;

RISCHIO E DIVERSIFICAZIONE

LA DIVERSIFICAZIONE MINIMIZZA O ELIMINA IL RISCHIO LEGATO AD UNO SPECIFICO INVESTIMENTO



In un portafoglio ben diversificato ciascun progetto incide in maniera non rilevante sulla redditività complessiva delle risorse impiegate

Si determineranno effetti compensativi capaci di contenere l'impatto del rischio di impresa sul valore del portafoglio

LA DIVERSIFICAZIONE DI PORTAFOGLIO

NEL LUNGO TERMINE UN PORTAFOGLIO OPPORTUNAMENTE DIVERSIFICATO E' INFLUENZATO SOLO DAL RISCHIO NON DIVERSIFICABILE

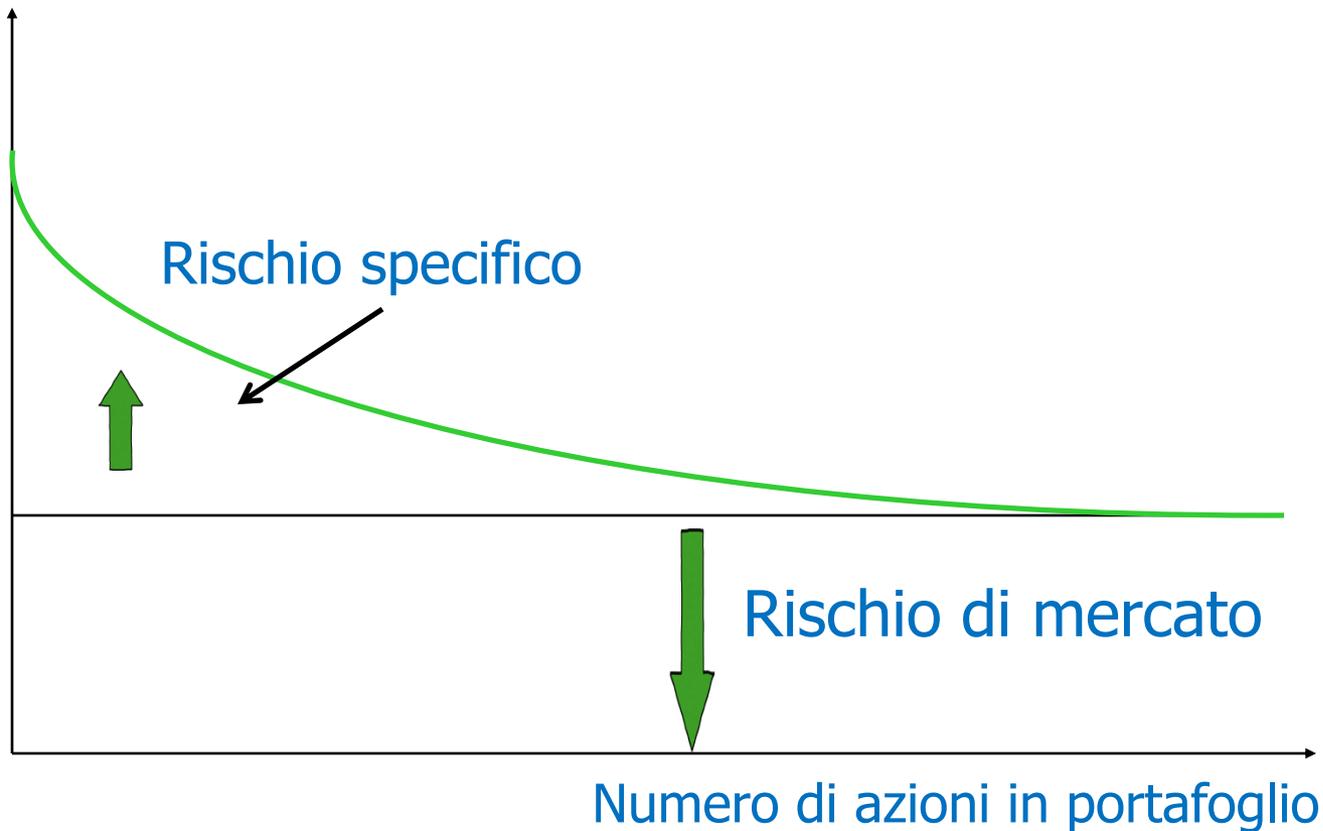
È possibile annullare totalmente il rischio solo in presenza di titoli perfettamente indipendenti tra loro e con andamento non correlato;

Esistono fattori di rischio specifici, in quanto correlati alle singole attività finanziarie, è definito rischio specifico ed è diversificabile;

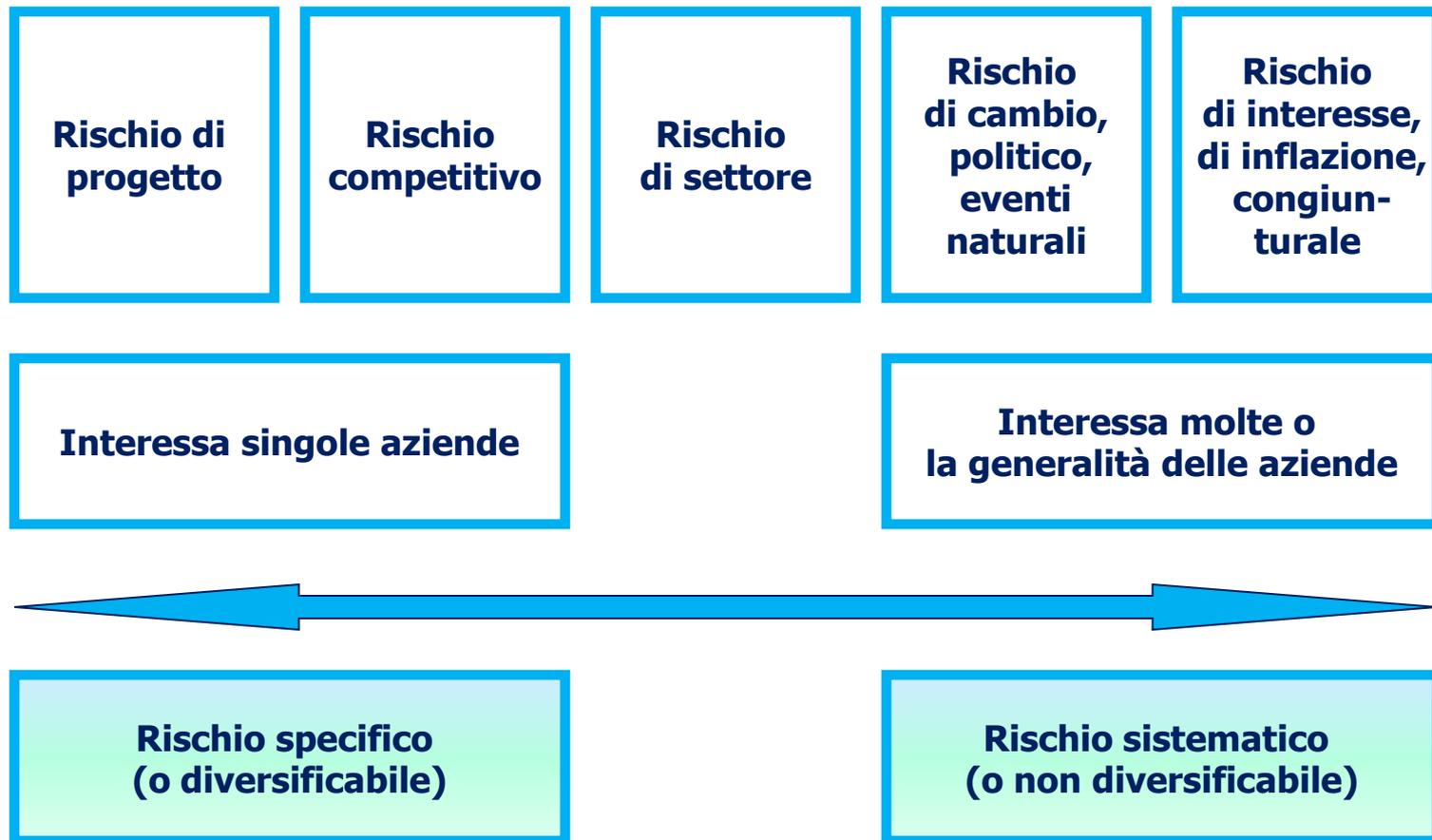
Ricorrono fattori di rischio comuni, connessi a condizioni macroeconomiche, che possono interessare la generalità degli investimenti, è definito rischio sistematico e non è diversificabile.

RISCHIO SPECIFICO E RISCHIO SISTEMATICO

Deviazione standard
del portafoglio



RISCHIO SPECIFICO E RISCHIO SISTEMATICO



IL RENDIMENTO ATTESO DI UN PORTAFOGLIO

IL RENDIMENTO ATTESO DI UN PORTAFOGLIO E' DATO DALLA MEDIA PODERATA DEL RENDIMENTO ATTESO DELLE SINGOLE ATTIVITA' FINANZIARIE CONTENUTE NEL PORTAFOGLIO

$$\overline{R}_P = X_A \overline{R}_A + X_B \overline{R}_B + \dots + X_N \overline{R}_N$$

Dove:

- **N:** attività
- **X:** l'incidenza
- **R_p:** rendimento atteso del portafoglio

LA COVARIANZA

Per giungere all'identificazione di un indice di rischiosità più appropriato è necessario considerare la COVARIANZA poiché:

MISURA IL SEGNO E L'INTENSITA' DEL LEGAME ESISTENTE TRA I RENDIMENTI DI 2 O PIU' TITOLI AL VERIFICARSI DI UNO SPECIFICO EVENTO

$$\sigma_{AB} = COV_{AB} = \frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^n [(R_{At} - \bar{R}_A) \times (R_{Bt} - \bar{R}_B)]$$

Dove:

- R_a : *rendimento atteso titolo a*
- R_b : *rendimento atteso titolo b*
- n : *scenari possibili*

LA COVARIANZA

ESEMPIO:

Si ipotizzino 2 titoli: **Aggressivo e Tranquillo** e tre possibili rendimenti associati a tre scenari futuri tutti probabili.

Si effettuano 2 passaggi:

1. Per ciascun scenario, si moltiplicano tra loro gli scarti del rendimento atteso dei due titoli:

$$(R_{\text{tranquillo},n} - \overline{R_{\text{tranquillo}}}) \times (R_{\text{aggressivo},n} - \overline{R_{\text{aggressivo}}})$$

Dove:

- $R_{\text{tranquillo},n}$ e $R_{\text{aggressivo},n}$ sono i rendimenti di Tranquillo e Aggressivo nello scenario n;
- $\overline{R_{\text{tranquillo}}}$ e $\overline{R_{\text{aggressivo}}}$ i rendimenti attesi dei due titoli.

LA COVARIANZA

ESEMPIO:

- 2) Si calcola la media dei prodotti ottenuti in tutti gli scenari.
Il risultato ottenuto è la covarianza.

Di seguito il procedimento:

Scenario	Titolo tranquillo Rn	Titolo tranquillo (Rn - Rf)	Titolo Aggressivo Rn	Titolo Aggressivo (Rn - Rf)	Prodotto degli scarti
Rallentamento	-0,05	(-0,05-0,03)	0,09	(0,09-0,107)	(-0,05 - 0,03) * (0,09-0,107)= 0,00133
Normale	0,06	(0,06-0,03)	0,03	(0,03-0,107)	(0,06-0,03) * (0,03 - 0,107)= -0,0023
Boom	0,08	(0,08-0,03)	0,2	(0,2-0,107)	(0,08 - 0,03) * (0,2 - 0,107) = 0,00467
Medie	0,03	0,107	0,107		0,00123

LA COVARIANZA

ESEMPIO - spiegazione:

La variazione del rendimento di uno dei due titoli rispetto alla propria media, se di segno concorde (positivo – positivo, negativo - negativo) con la variazione del rendimento registrata dall'altro titolo fornisce un contributo positivo alla covarianza; viceversa il contributo fornito alla covarianza è negativo.

Pertanto, i singoli prodotti sono positivi sia quando il Titolo Tranquillo e il Titolo aggressivo hanno entrambi una performance superiore rispetto alla media, sia quando entrambi presentano un rendimento inferiore alla media nello stesso scenario.

LA COVARIANZA

ESEMPIO - spiegazione:

Ad esempio nello scenario "Rallentamento", i rendimenti associati ai due titoli sono -0.05 per il titolo Tranquillo e 0.09 per quello Aggressivo, entrambi inferiori alle rispettive medie 0.03 e 0.107: in tale scenario il contributo apportato alla covarianza è positivo.

Nello scenario "Normale", il titolo Tranquillo sopra – performa rispetto alla propria media ($0.06 > 0.03$) e il titolo Aggressivo si posiziona al di sotto di essa ($0.03 < 0.107$): in tale scenario il contributo apportato alla covarianza è negativo. Quindi, in questo scenario, **i 2 rendimenti sono negativamente correlati e questo diminuisce la covarianza.**

LA COVARIANZA

ESEMPIO - spiegazione:

Quindi ... la covarianza è la misura del contributo di un titolo al rischio di portafoglio?

La risposta è SI, e seguendo la logica della covarianza, quando non vi è relazione tra i rendimenti dei due titoli, la covarianza tende a essere nulla.

LA CORRELAZIONE

MISURA STATISTICA CHE ASSUME VALORI COMPRESI TRA +1 E -1, CONSENTE DI INTERPRETARE IN MANIERA PIU' AGEVOLE LA COVARIANZA.

QUANDO LA CORRELAZIONE E' PARI A +1 I RENDIMENTI DEI TITOLI SONO PERFETTAMENTE CORRELATI POSITIVAMENTE, QUANDO E' PARI A -1 I TITOLI SEGUONO ANDAMENTI OPPOSTI;

$$\rho_{AB} = \text{Corr}_{AB} = \frac{\text{COV}_{AB}}{\sigma_A \times \sigma_B}$$

LA CORRELAZIONE

Nella slide 24, è stato affermato che la covarianza è pari a 0.00123.
Questo valore cosa vuol indicare?

La covarianza ha in comune con la varianza l'unità di misura: entrambi scarti al quadrato. E' maggiormente utile ricondurre la covarianza a un'unità di misura di più agevole lettura. Si divide quindi 0.00123 per il prodotto degli scarti quadratici medi dei due titoli; in tal modo si determina la **correlazione** tra le attività finanziarie.

$$\rho_{AB} = \text{Corr}_{AB} = \frac{\text{COV}_{AB}}{\sigma_A \times \sigma_B} = 30\%*$$

* **0.00123/5.72% X 7.04%**

LA CORRELAZIONE

Dividendo la covarianza per il prodotto dei 2 scarti quadratici medi abbiamo effettuato una standardizzazione;

se la correlazione è pari a $+1$ i rendimenti dei 2 titoli sono perfettamente direttamente correlati, ed entrambi sono superiori o inferiori alla media nei medesimi scenari;

diversamente quando è -1 i due titoli seguono andamenti opposti.

Pertanto 2 titoli caratterizzati da rendimenti positivamente dipendenti sono anche positivamente correlati, due titoli i cui rendimenti sono negativamente dipendenti hanno covarianza negativa e sono negativamente correlati.

LA CORRELAZIONE

Adesso, calcoliamo, la correlazione tra i titoli Aggressivo e Tranquillo

Scenario	Titolo tranquillo	Titolo tranquillo	Titolo Aggressivo	Titolo Aggressivo
	Rt	(Rt - R)^2	Rt	(Rt - Rf)^2
Rallentamento	-0,05	(-0,05-0,03)^2	0,09	(0,09-0,107)
Normale	0,06	(0,06-0,03)^2	0,03	(0,03-0,107)
Boom	0,08	(0,08-0,03)^2	0,2	(0,2-0,107)
Medie	0,03	Var: 0,00327; Sqm: 5,72%	0,107	Var:0,00496; Sqm:7,04%

Correlazione:

$$\rho_{\text{Tranquillo,aggressivo}} = \frac{\text{Cov}(R_{\text{tranquillo}}, R_{\text{aggressivo}})}{\sigma_{\text{tranquillo}} \times \sigma_{\text{aggressivo}}} = \frac{0.00123}{0.0572 \times 0.0704} = 0.307$$

IL RENDIMENTO ATTESO

Si ipotizzi adesso che il 50% del portafoglio sia rappresentato dal titolo Tranquillo e il restante 50% da quello aggressivo.

Possiamo calcolare il rendimento atteso del portafoglio come media ponderata dei rendimenti attesi offerti da ciascuno dei due titoli:

$$R_p = 0.5 \times 0.03 + 0.5 \times 0.107 = 0.0683 = 6.83\%$$

LA VARIANZA DI UN PORTAFOGLIO

LA VARIANZA DI UN PORTAFOGLIO E' INFLUENZATA DALLA VARIANZA DEI SINGOLI TITOLI CHE LO COMPONGONO, DAL LORO PESO RELATIVO E DALLA LORO COVARIANZA (OVVERO DAL SEGNO E DALL'INTENSITA' DELLA RELAZIONE CHE LI UNISCE) .

$$\sigma^2_P = X^2_A \sigma^2_A + X^2_B \sigma^2_B + 2X_A X_B \text{COV}_{A,B}$$

LA VARIANZA DI UN PORTAFOGLIO

Facendo riferimento all'esempio precedente la **varianza del portafoglio** è pari a :

$$\sigma_p^2 = 0.5^2 \times 0.00327 + 0.5^2 \times 0.00496 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.307 \times 0.00327 \times 0.00496 = 0.00267$$

Lo **scarto quadratico medio** del portafoglio :

$$\sigma_p = \sqrt{0.00267} = 0.0517 = 5.17\%$$

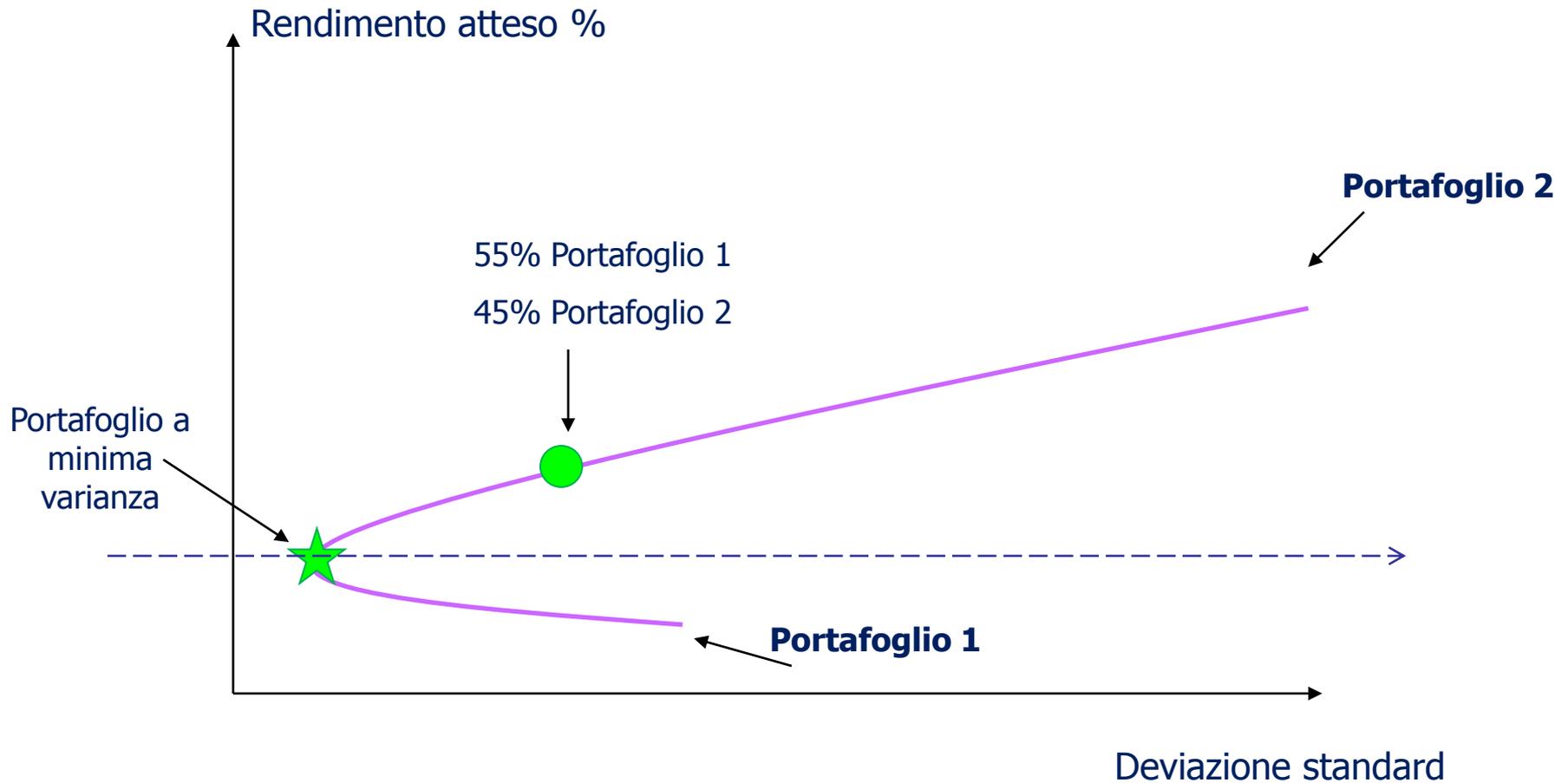
IL CONTRIBUTO DEI SINGOLI TITOLI AL RISCHIO DI PORTAFOGLIO

PER VALUTARE IL CONTRIBUTO CHE CIASCUN TITOLO APPORTA
AL PORTAFOGLIO OCCORRE MISURARE LA SUA SENSIBILITA' RISPETTO
ALLE VARIAZIONI DEL MERCATO.
QUESTA MISURA DI SENSIBILITA' PRENDE IL NOME DI *BETA* (β) DI
UN'ATTIVITA' FINANZIARIA.

$$\beta_i = \frac{\text{COV}_{i,M}}{\sigma^2_M}$$

E' un indicatore che misura la variazione attesa del rendimento percentuale del titolo i - simo al mutare del rendimento atteso di un portafoglio di titoli che si ritiene ben diversificato e tale da fornire un'adeguata rappresentazione dello scenario del mercato;

L'ANALISI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE



L'ANALISI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE

*La curva, denominata **insieme delle opportunità ammissibili** (**feasible set**), è composta dall'insieme di tutte le combinazioni possibili di due portafogli 1 e 2 ,*

*L'investitore sceglierà una combinazione di titoli in base alla propria **avversione al rischio**, il portafoglio 2 è caratterizzato da rendimenti attesi elevati, ma anche da elevata rischiosità, il portafoglio 1 da rendimenti e rischiosità inferiori .*

L'ANALISI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE

*Il punto indicato con ★ indica il **portafoglio a minima varianza** che sarà preferito dagli investitori con un maggior grado di avversione al rischio*

Divide la curva in due porzioni



Ogni portafoglio situato al di sotto del portafoglio a varianza minima offre all'investitore una combinazione rendimento/rischio meno soddisfacente di quello posizionato sulla parte della curva superiore

In ogni caso gli investitori sceglieranno un punto posto al di sopra del portafoglio a varianza minima lungo la porzione della curva individuata come **frontiera efficiente**

CAPITAL MARKET LINE

SE L'INVESTITORE DECIDE DI INCLUDERE NEL PROPRIO PORTAFOGLIO ANCHE ATTIVITA' PRIVE DI RISCHIO ALLORA:

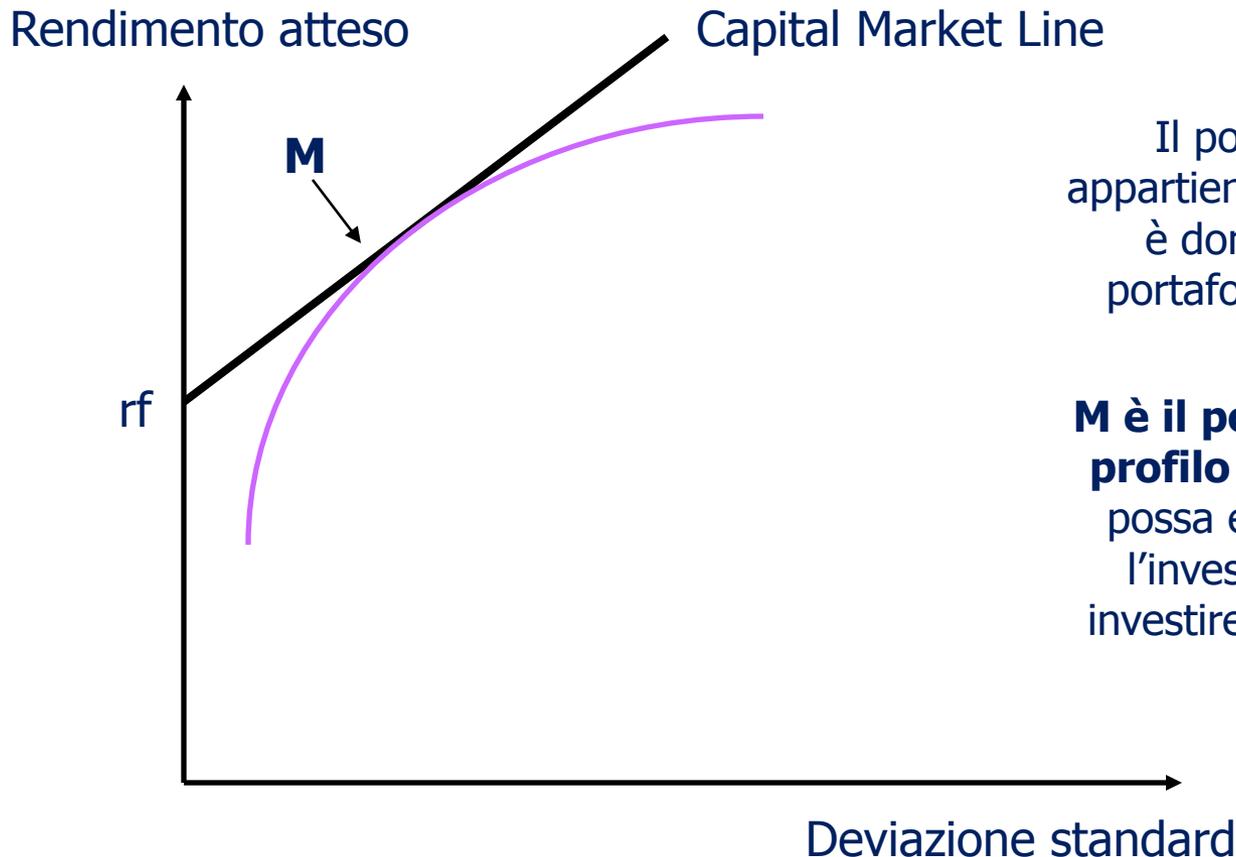
La varianza (il rischio) del portafoglio dipende solamente dal titolo rischioso:

$$\sigma^2_P = X^2_B \sigma^2_B$$

*La frontiera efficiente, **Capital Market Line**, assume la forma di una linea retta*

*Il punto di tangenza tra la Capital Market Line e la frontiera efficiente di attività rischiose, *M*, è quello con il migliore profilo rischio/rendimento;*

L'ANALISI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE



Il portafoglio di tangenza M appartiene alla frontiera efficiente ed è dominante rispetto a tutti i portafogli compresi nella regione ammissibile.

M è il portafoglio con il migliore profilo rischio/rendimento che possa essere identificato qualora l'investitore abbia possibilità di investire in attività rischiose e non.

CAPM: CAPITAL ASSET PRICING MODEL

Il modello del *Capital Asset Pricing Model* fornisce un'indicazione precisa sul tipo di legame esistente tra rendimento atteso e beta di un titolo.

Esso afferma che il rendimento è funzione lineare del beta dell'attività finanziaria:

Rendimento atteso di un titolo =

Tasso privo di rischio + β x (Rendimento atteso del portafoglio di mkt – Tasso privo di rischio)

ovvero:

$$\bar{R} = R_f + \beta \times (\bar{R}_m - R_f)$$

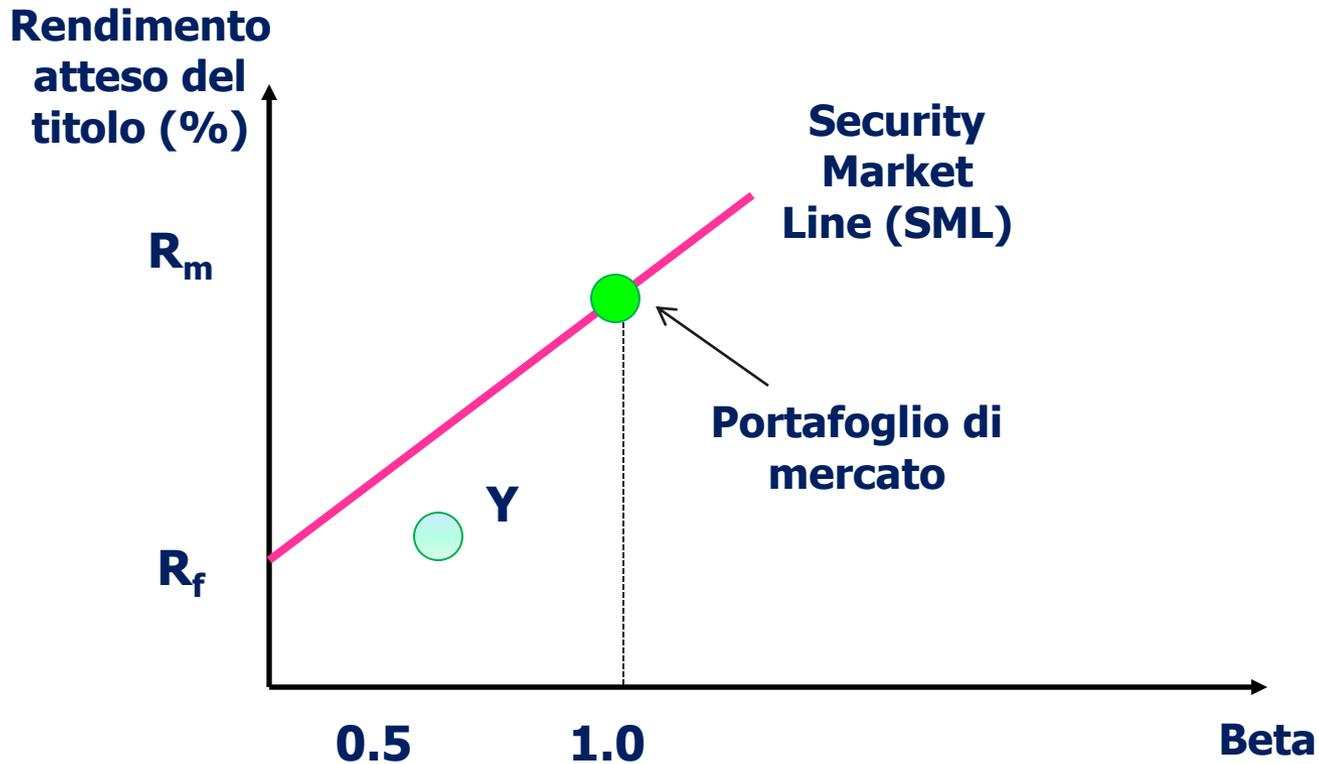
CAPM: CAPITAL ASSET PRICING MODEL

L'Equazione proposta precedentemente è l'equazione di una retta la cui rappresentazione grafica è data dalla cosiddetta :

Linea di mercato degli investimenti (Security Market Line, SML)

- La SML è una retta la cui intercetta è data dal tasso privo di rischio mentre la pendenza è misurata dal premio per il rischio azionario.
 - Il beta è il coefficiente angolare.
- Poiché il rendimento del portafoglio di mercato è superiore al rendimento dei titoli di Stato, la pendenza sarà positiva e funzione del market risk premium dei diversi mercati finanziari nazionali.

SECURITY MARKET LINE



SECURITY MARKET LINE

Perché è utile la SML?

- per determinare il tasso di rendimento appropriato per aziende e progetti aventi uno specifico profili di rischio sistematico;
- individuare le attività finanziarie il cui valore non è allineato con le attese di rendimento corrette per il loro rischio sistematico;
- secondo il CAPM, le attività finanziarie sono correttamente “prezzate” soltanto se il loro rendimento si colloca esattamente lungo la SML.