

Traccia A

1. Sia $U = \{[0,1], [1,3]\}$, riportare l'insieme delle Parti $P(U)$.
2. Sia $A \subseteq R$, dire cosa s'intende per Ricoprimento finito di A .
3. Sia $X = [2,3] \cap N$, dire se tale insieme è dotato di Massimo.
4. Sia $X \subseteq R$, $X =]-\infty, 1] \cap Z$, dire se è localmente finita in R .
5. Dire se la funzione $f(x) = x^2 - 1$ è ingettiva.
6. Dire se la successione $x_n = \sqrt{2n^2} - 1$ è dotata di estremo superiore.
7. Data la retta $y = 3x - 1$, trovare la distanza dall'origine.
8. Data la funzione $p(x) = 2x^2 - 2|x - 1| - 1$, stabilire i punti in cui non è strettamente negativa.
9. Dire se la funzione $h(x) = \frac{x-2}{2x-1}$ è simmetrica rispetto al punto $(1/2, 1/2)$.
10. Trovare il dominio della funzione $g(x) = \log \log_{1/2} \log_2(2x-1)$

Svolgimento - Traccia A

1. Essendo $U = \{[0,1], [1,3]\}$, l'insieme delle Parti $P(U) = \{\emptyset, \{[0,1], [1,3]\}, \{[0,1], \{1\}, \{3\}\}, \{[0,1], \{1\}, \{3\}, \{[0,1], [1,3]\}, \{[0,1], [1,3], \{1,3\}\}\}$.
2. Essendo $A \subseteq R$, con $A \neq \emptyset$, si definisce Ricoprimento finito di A , un qualunque insieme $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, tale che $A \subseteq \bigcup_{i=1}^n X_i$.
3. Essendo $X = [2,3] \cap N \Leftrightarrow X = \{2\}$, il $MaxX = 2$, in quanto $MaxX = M \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in X / x \leq M \\ M \in X \end{cases}$
4. Essendo $X =]-\infty, 1] \cap Z \Leftrightarrow X = \{z \in Z / z \leq 1\}$, pertanto essendo Z localmente finito in R , in quanto $\forall (a,b) \in R$ esclusi gli estremi, $[a,b] \cap Z = \begin{cases} \emptyset \\ \text{finito} \end{cases}$, anche X è localmente finito in R .

5. Se $f : X \rightarrow R$, la funzione è iniettiva se $\forall (x_1, x_2) \in X$, con $x_1 \neq x_2$, risulta $f(x_1) \neq f(x_2)$, o equivalentemente $\forall (x_1, x_2) \in X$, se $f(x_1) = f(x_2)$ risulta che $x_1 = x_2$, pertanto posto $x_1^2 - 1 = x_2^2 - 1 \Leftrightarrow x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2} = \sqrt{x_2^2} \Leftrightarrow |x_1| = |x_2| \not\Rightarrow x_1 = x_2$, quindi non è iniettiva.

6. Essendo l'insieme dei valori $\{x_1 = \sqrt{2} - 1, x_2 = 2\sqrt{2} - 1, x_3 = 3\sqrt{2} - 1, \dots, x_n = \sqrt{2n^2} - 1, \dots\}$ pertanto $\exists k \in R / \begin{cases} \forall n \in N : x_n \leq k \\ \forall \varepsilon > 0, \exists \bar{n} \in N / k - \varepsilon < x_{\bar{n}} \end{cases}$ quindi il $Sup(x_n)_{n \in N} = +\infty$.

7. La distanza di una generica retta dal punto (x_0, y_0) è: $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, pertanto nel caso assegnato data

la retta $y = 3x - 1$ la distanza dall'origine è: $\frac{|3 \cdot 0 - 1 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, oppure, essendo la retta

perpendicolare alla retta assegnata e passante per l'origine $y = -\frac{1}{3}x$, conseguentemente il punto

d'intersezione delle due rette è $\left(\frac{3}{10}, -\frac{1}{10}\right)$, la distanza di tale punto dall'origine sarà:

$$\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(-\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

8. La funzione: $p(x) = 2x^2 - 2|x - 1| - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x + 1 \geq 0 & \text{se } x \geq 1 \\ 2x^2 + 2x - 3 \geq 0 & \text{se } x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Leftrightarrow x \in R \cap [1, +\infty[\Leftrightarrow x \in [1, +\infty[\\ \Delta = 28 \Leftrightarrow x \in \left(\left] -\infty, \frac{-1 - \sqrt{7}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{7}}{2}, +\infty \right) \right] \cap] -\infty, 1[\Leftrightarrow x \in \left] -\infty, \frac{-1 - \sqrt{7}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{7}}{2}, 1 \right[\end{cases}$$

, quindi $p(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left] -\infty, \frac{-1 - \sqrt{7}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{7}}{2}, +\infty \right[$.

9. Deve essere $h\left(\frac{1}{2} - x\right) - \frac{1}{2} = -h\left(\frac{1}{2} + x\right) + \frac{1}{2}$, ovvero $\frac{\frac{1}{2} - x - 2}{2\left(\frac{1}{2} - x\right) - 1} - \frac{1}{2} = -\frac{\frac{1}{2} + x - 2}{2\left(\frac{1}{2} + x\right) - 1} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{3}{2} + x}{2x} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{3}{2} - x}{2x} + \frac{1}{2} \text{ pertanto vera, quindi simmetrica rispetto al punto } (1/2, 1/2).$$

10. Deve essere $\log_{1/2} \log_2(2x - 1) > 0 = \log_{1/2} 1 \Leftrightarrow 0 < \log_2(2x - 1) < 1 \Leftrightarrow 1 < 2x - 1 < 2 \Leftrightarrow x \in \left] 1, \frac{3}{2} \right[$

Traccia B

1. Sia $U = \{0,]0,1], 2\}$, riportare l'insieme delle Parti $P(U)$.
2. Sia $B \subseteq \mathbb{R}$, dire cosa s'intende per Ricoprimento finito di B .
3. Sia $X =]2,3] \cap \mathbb{N}$, dire se tale insieme è dotato di Minimo.
4. Sia $X \subseteq \mathbb{R}$, $X = [-1, +\infty[\cap Z$, dire se è localmente finita in \mathbb{R} .
5. Dire se la funzione $f(x) = x^2 - 4$ è iniettiva.
6. Dire se la successione $x_n = 2n^2 - 1$ è dotata di estremo inferiore.
7. Data la retta $y = 4x + 1$, trovare la distanza dall'origine.
8. Data la funzione $p(x) = 2x^2 - 4|x - 1| + 1$, stabilire i punti in cui non è strettamente positiva.
9. Dire se la funzione $h(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ è simmetrica rispetto al punto $(1/2, 1)$.
10. Trovare il dominio della funzione $g(x) = \log_2 \log_{2/3} \log(2x+1)$

Svolgimento - Traccia B

1. Essendo $U = \{0,]0,1], 2\}$, l'insieme delle Parti
 $P(U) = \{\emptyset, \{0,]0,1], 2\}, \{0,1], \{0\}, \{2\}, \{]0,1], 0\}, \{]0,1], 2\}, \{0, 2\}\}$.
2. Essendo $B \subseteq \mathbb{R}$, con $B \neq \emptyset$, si definisce Ricoprimento finito di B , un qualunque insieme
 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, tale che $B \subseteq \bigcup_{i=1}^n X_i$.
3. Essendo $X =]2,3] \cap \mathbb{N} \Leftrightarrow X = \{3\}$, il $\text{Min}X = 3$ in quanto $\text{Min}X = m \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in X / x \geq m \\ m \in X \end{cases}$.
4. Essendo $X = [-1, +\infty[\cap Z \Leftrightarrow X = \{z \in Z / z \geq -1\}$, pertanto essendo Z localmente finito in \mathbb{R} , in quanto $\forall (a,b) \in \mathbb{R}$ esclusi gli estremi, $[a,b] \cap Z = \begin{cases} \emptyset \\ \text{finito} \end{cases}$, anche X è localmente finito in \mathbb{R} .
5. Se $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, la funzione è iniettiva se $\forall (x_1, x_2) \in X$, con $x_1 \neq x_2$, risulta $f(x_1) \neq f(x_2)$, o equivalentemente se $\forall (x_1, x_2) \in X$, se $f(x_1) = f(x_2)$ risulta che $x_1 = x_2$, pertanto posto
 $x_1^2 - 4 = x_2^2 - 4 \Leftrightarrow x_1^2 = x_2^2 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2} = \sqrt{x_2^2} \Leftrightarrow |x_1| = |x_2| \nRightarrow x_1 = x_2$, quindi non è iniettiva.

6. Essendo l'insieme dei valori $\{x_1 = 1, x_2 = 7, x_3 = 17, \dots, x_n = 2n^2 - 1, \dots\}$ l' $\text{Inf}(x_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1$, in quanto

$$\exists h \in \mathbb{R} / \begin{cases} \forall n \in \mathbb{N} : x_n \geq h \\ \forall \varepsilon > 0, \exists \bar{n} \in \mathbb{N} / x_{\bar{n}} < h + \varepsilon \end{cases}, \text{ pertanto è dotata di estremo inferiore.}$$

7. La distanza di una generica retta dal punto (x_0, y_0) è: $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, pertanto nel caso assegnato data

$$\text{la retta } y = 4x + 1 \text{ la distanza dall'origine è: } \frac{|4 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}, \text{ oppure, essendo la retta}$$

perpendicolare alla retta assegnata e passante per l'origine $y = -\frac{1}{4}x$, conseguentemente il punto

d'intersezione delle due rette è $\left(-\frac{4}{17}, \frac{1}{17}\right)$, la distanza di tale punto dall'origine sarà:

$$\sqrt{\left(-\frac{4}{17}\right)^2 + \left(\frac{1}{17}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{17}.$$

8. La funzione: $p(x) = 2x^2 - 4|x - 1| + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x + 5 \leq 0 & \text{se } x \geq 1 \\ 2x^2 + 4x - 3 \leq 0 & \text{se } x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset \cap [1, +\infty[\Leftrightarrow x \in \emptyset \\ \Delta = 40 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{-2 - \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}\right] \cap]-\infty, 1[\Leftrightarrow x \in \left[\frac{-2 - \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}\right], \text{ quindi} \end{cases}$$

$$p(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{-2 - \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}\right].$$

9. Deve essere $h\left(\frac{1}{2} - x\right) - 1 = -h\left(\frac{1}{2} + x\right) + 1$ ovvero $\frac{2\left(\frac{1}{2} - x\right) + 1}{2\left(\frac{1}{2} - x\right) - 1} - 1 = -\frac{2\left(\frac{1}{2} + x\right) + 1}{2\left(\frac{1}{2} + x\right) - 1} + 1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{2x - 2}{2x} - 1 = \frac{-2x - 2}{2x} + 1 \text{ pertanto vera, quindi simmetrica rispetto al punto } (1/2, 1).$$

10. Deve essere $\log_{2/3} \log(2x + 1) > 0 = \log_{2/3} 1 \Leftrightarrow 0 < \log(2x + 1) < 1 \Leftrightarrow 1 < 2x + 1 < e \Leftrightarrow x \in \left]0, \frac{e - 1}{2}\right[$

Traccia C

1. Sia $U = \{[0, 1[\cup]1, 3\}$ e $A = [0, 1[$, riportare l'insieme $C_U(C_U A)$.

2. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$, dire cosa s'intende per Partizione finita di A .

3. Sia $X = [-2, -1[\cap \mathbb{Z}$, dire se tale insieme è dotato di Massimo.

4. Sia $X \subseteq \mathbb{R}$, $X =]-\infty, 1] \cap \mathbb{Q}$, dire se è densa in \mathbb{R} .
5. Dire se la funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ è iniettiva.
6. Dire se la successione $x_n = \sqrt{4n^2} - 1$ è dotata di estremo superiore.
7. Trovare la distanza della retta $y = 3x - 1$, dal punto $(1, 1)$.
8. Data la funzione $p(x) = x^2 - 2|x + 1| - 1$, stabilire i punti in cui non è negativa.
9. Dire se la funzione $h(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ è simmetrica rispetto al punto $(-1, 2)$.
10. Trovare il dominio della funzione $g(x) = \log \log_{2/3} (1/2)^{\sqrt{2x-1}}$

Svolgimento - Traccia C

1. Essendo $U = \{[0, 1], [1, 3]\}$ e $A = [0, 1[$, $C_U(C_U A) = [0, 1[$, in quanto $x \in C_U(C_U A) \Leftrightarrow x \in U$ e $x \notin C_U A \Leftrightarrow x \in A$, quindi $C_U(C_U A) \subseteq A$, mentre $x \in A \Leftrightarrow x \in C_U(C_U A) \Leftrightarrow A \subseteq C_U(C_U A)$, pertanto $C_U(C_U A) = A$.
2. Essendo $A \subseteq \mathbb{R}$, con $A \neq \emptyset$, si definisce Partizione finita di A , un qualunque insieme $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, a due a due disgiunti e tale che $A = \bigcup_{i=1}^n X_i$.
3. Essendo $X = [-2, -1[\cap \mathbb{Z} \Leftrightarrow X = \{-2\}$, il $\text{Max} X = -2$ in quanto $\text{Max} X = M \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in X / x \leq M \\ M \in X \end{cases}$.
4. Essendo $X =]-\infty, 1] \cap \mathbb{Q} \Leftrightarrow X = \{q \in \mathbb{Q} / q \leq 1\}$, pertanto essendo \mathbb{Q} densa in \mathbb{R} , in quanto $\forall (a, b) \in \mathbb{R}$, $[a, b] \cap \mathbb{Q} \neq \emptyset$, anche X è densa in \mathbb{R} .
5. Se $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, la funzione è iniettiva se $\forall (x_1, x_2) \in X$, con $x_1 \neq x_2$, risulta $f(x_1) \neq f(x_2)$, o equivalentemente se $\forall (x_1, x_2) \in X$, se $f(x_1) = f(x_2)$ risulta che $x_1 = x_2$, pertanto posto $\sqrt{x_1^2 - 1} = \sqrt{x_2^2 - 1} \Leftrightarrow x_1^2 - 1 = x_2^2 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2} = \sqrt{x_2^2} \Leftrightarrow |x_1| = |x_2| \not\Rightarrow x_1 = x_2$, quindi non è iniettiva.
6. Essendo l'insieme dei valori $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, \dots, x_n = \sqrt{4n^2} - 1, \dots\}$ pertanto $\exists k \in \mathbb{R} / \begin{cases} \forall n \in \mathbb{N} : x_n \leq k \\ \forall \varepsilon > 0, \exists \bar{n} \in \mathbb{N} / k - \varepsilon < x_{\bar{n}} \end{cases}$, quindi il $\text{Sup}(x_n)_{n \in \mathbb{N}} = +\infty$.

7. La distanza di una generica retta dal punto (x_0, y_0) è: $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, pertanto nel caso assegnato, data la retta $y = 3x - 1$ la distanza dal punto $(1,1)$ è: $\frac{|3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, oppure, essendo la retta perpendicolare alla retta assegnata e passante per il punto $(1,1)$ $y = -\frac{1}{3}(x-1) + 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$, conseguentemente il punto d'intersezione delle due rette è $\left(\frac{7}{10}, \frac{11}{10}\right)$, quindi la distanza dei due punti risulta: $\sqrt{\left(\frac{7}{10} - 1\right)^2 + \left(\frac{11}{10} - 1\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

8. La funzione: $p(x) = x^2 - 2|x+1| - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 & \text{se } x \geq -1 \\ x^2 + 2x + 1 > 0 & \text{se } x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 16 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[\cap [-1, +\infty[\Leftrightarrow x \in]3, +\infty[\\ \Delta = 0 \Leftrightarrow x \in (R - \{-1\}) \cap]-\infty, -1[\Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\end{cases}$, quindi
 $p(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$.

9. Deve essere $h(-1-x) - 2 = -h(-1+x) + 2$ ovvero $\frac{2(-1-x)-1}{-1-x+1} - 2 = -\frac{2(-1+x)-1}{-1+x+1} + 2 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \frac{-2x-3}{-x} - 2 = -\frac{2x-3}{x} + 2 \Leftrightarrow \frac{2x+3-2x}{x} = \frac{-2x+3+2x}{x}$ pertanto vera, quindi simmetrica rispetto al punto $(-1,2)$.

10. Deve essere

$$\log_{2/3} (1/2)^{\sqrt{2x-1}} > 0 = \log_{2/3} 1 \Leftrightarrow 0 < (1/2)^{\sqrt{2x-1}} < 1 = (1/2)^0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} > 0 \Leftrightarrow x \in \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$$

Traccia D

1. Sia $U = \{0,]0,1], 2\}$ e $A =]0,1]$, riportare l'insieme $C_U(C_U A)$.
2. Sia $B \subseteq R$, dire cosa s'intende per Partizione finita di B .
3. Sia $X =]-2, -1] \cap Z$, dire se tale insieme è dotato di Minimo.
4. Sia $X \subseteq R$, $X = [-1, +\infty[\cap (R - Q)$, dire se è densa in R .
5. Dire se la funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ è ingettiva.
6. Dire se la successione $x_n = 2n - 1$ è dotata di estremo inferiore.

7. Trovare la distanza della retta $y = 4x + 1$, dal punto $(1, 2)$.
8. Data la funzione $p(x) = x^2 - 4|x + 1| + 1$, stabilire i punti in cui non è positiva.
9. Dire se la funzione $h(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ è simmetrica rispetto al punto $(-1/2, 1)$.
10. Trovare il dominio della funzione $g(x) = \log_2 \log_{3/4} (2/3)^{\sqrt{2x+1}}$

Svolgimento - Traccia D

1. Essendo $U = \{0,]0, 1], 2\}$ e $A =]0, 1]$, $C_U(C_U A) =]0, 1]$, in quanto $x \in C_U(C_U A) \Leftrightarrow x \in U$ e $x \notin C_U A \Leftrightarrow x \in A$, quindi $C_U(C_U A) \subseteq A$, mentre $x \in A \Leftrightarrow x \in C_U(C_U A) \Leftrightarrow A \subseteq C_U(C_U A)$, pertanto $C_U(C_U A) = A$.
2. Essendo $B \subseteq \mathbb{R}$, con $B \neq \emptyset$, si definisce Partizione finita di B , un qualunque insieme $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, a due a due disgiunti e tale che $B = \bigcup_{i=1}^n X_i$.
3. Essendo $X =]-2, -1] \cap \mathbb{Z} \Leftrightarrow X = \{-1\}$, il $\text{Min} X = -1$ in quanto $\text{Min} X = m \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in X / x \geq m \\ m \in X \end{cases}$.
4. Essendo $X = [-1, +\infty[\cap (R - Q) \Leftrightarrow X = \{x \in (R - Q) / x > -1\}$, pertanto essendo $(R - Q)$ densa in \mathbb{R} , in quanto $\forall (a, b) \in \mathbb{R}$, $[a, b] \cap (R - Q) \neq \emptyset$, anche X è densa in \mathbb{R} .
5. Se $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, la funzione è iniettiva se $\forall (x_1, x_2) \in X$, con $x_1 \neq x_2$, risulta $f(x_1) \neq f(x_2)$, o equivalentemente se $\forall (x_1, x_2) \in X$, se $f(x_1) = f(x_2)$ risulta che $x_1 = x_2$, pertanto posto $\sqrt{x_1^2 - 4} = \sqrt{x_2^2 - 4} \Leftrightarrow x_1^2 - 4 = x_2^2 - 4 \Leftrightarrow \sqrt{x_1^2} = \sqrt{x_2^2} \Leftrightarrow |x_1| = |x_2| \Rightarrow x_1 = x_2$, quindi non è iniettiva.
6. Essendo l'insieme dei valori $\{x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 5, \dots, x_n = 2n - 1, \dots\}$ l' $\text{Inf}(x_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1$, in quanto $\exists h \in \mathbb{R} / \begin{cases} \forall n \in \mathbb{N} : x_n \geq h \\ \forall \varepsilon > 0, \exists \bar{n} \in \mathbb{N} / x_{\bar{n}} < h + \varepsilon \end{cases}$, pertanto è dotata di estremo inferiore.
7. La distanza di una generica retta dal punto (x_0, y_0) è: $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, pertanto nel caso assegnato, data la retta $y = 4x + 1$, la distanza dal punto $(1, 2)$ è: $\frac{|4 \cdot 1 - 1 \cdot 2 + 1|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{17}}$, oppure, essendo la retta perpendicolare alla retta assegnata e passante per il punto $(1, 2)$ $y = -\frac{1}{4}(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$,

conseguentemente il punto d'intersezione delle due rette è $\left(\frac{5}{17}, \frac{37}{17}\right)$, quindi la distanza dei due punti

$$\text{risulta: } \sqrt{\left(\frac{5}{17}-1\right)^2 + \left(\frac{37}{17}-2\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{-12}{17}\right)^2 + \left(\frac{3}{17}\right)^2} = \sqrt{\frac{3^2(4^2+1^2)}{17^2}} = \frac{3\sqrt{17}}{17}.$$

8. La funzione: $p(x) = x^2 - 4|x+1| + 1 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 3 < 0 & \text{se } x \geq -1 \\ x^2 + 4x + 5 < 0 & \text{se } x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 28 \Leftrightarrow x \in]2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}[\cap [-1, +\infty[\Leftrightarrow x \in]2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}[\\ \Delta < 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset \cap]-\infty, -1[\Leftrightarrow x \in \emptyset \end{cases}, \text{ quindi}$$

$$p(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]2 - \sqrt{7}, 2 + \sqrt{7}[.$$

9. Deve essere $h\left(-\frac{1}{2}-x\right)-1 = -h\left(-\frac{1}{2}+x\right)+1$ ovvero $\frac{2\left(-\frac{1}{2}-x\right)-1}{2\left(-\frac{1}{2}-x\right)+1}-1 = -\frac{2\left(-\frac{1}{2}+x\right)-1}{2\left(-\frac{1}{2}+x\right)+1}+1 \Leftrightarrow$

$$\frac{-1-2x-1}{-1-2x+1}-1 = -\frac{-1+2x-1}{-1+2x+1}+1 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{2x}-1 = -\frac{-2x+2}{2x}+1 \text{ pertanto vera, quindi simmetrica}$$

rispetto al punto $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$.

10. Deve essere

$$\log_{3/4}(2/3)^{\sqrt{2x+1}} > 0 = \log_{3/4} 1 \Leftrightarrow 0 < (2/3)^{\sqrt{2x+1}} < 1 = (2/3)^0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} > 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$$