

## Esercitazione n. 05

**I.** Sia  $X \subseteq \mathbb{R}$  ed  $x_0 \in \mathbb{R}$ , rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- Dare la *definizione* di intorno di  $x_0$  e *riportare* un esempio.
- Dare la *definizione* di  $x_0$  punto di accumulazione di  $X$  e *riportare* un esempio.
- Dare la *definizione* di  $x_0$  punto isolato di  $X$  e *riportare* un esempio.

**II.** Sia  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in \hat{R}$  ed  $l \in \hat{R}$ , rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- Cosa si intende per  $x_0 \in \hat{R}$ , in cui è possibile effettuare il limite su  $X$ .
- Cosa si intende per funzione *regolare* in  $x_0 \in \hat{R}$ .
- Cosa si intende per funzione *divergente* in  $x_0 \in \hat{R}$ .
- Dare la *definizione di limite* di una funzione *convergente* in  $x_0 \in \hat{R}$ .
- Dare la *definizione* di limite di una funzione *divergente positivamente* in  $x_0 \in \hat{R}$ .

**III.** Dopo averne accertata la regolarità, verificare l'esistenza dei seguenti limiti:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3x+1}$ .
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x-1}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \log(x+1)$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(x-1)$ .

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 2x^2}$ .

f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^4 + 1}{2x^3 - x^2 - 1}$ .

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^4 + 1}}{2x^2 - x + 1}$ .

h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{2x^3 - x + 1}$ .

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 2x}{\sqrt{2x^2 - 2}}$ .

j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - \sqrt{2x^4 + 1}}{2x^2 - \sqrt{x} - 1}$ .

**IV. Dopo averne accertata la regolarità, verificare l'esistenza dei limiti delle seguenti funzioni trigonometriche composte:**

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arcsen} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2}$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{arccot} g(\log(x+1))$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \operatorname{arccot} g \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} e^x}$ .

e)  $\lim_{x \rightarrow -1} \operatorname{arccos} \sqrt{\log e^{\frac{x+1}{x-1}}}$ .

▼ Dopo aver calcolato i seguenti limiti, si verifichi l'esattezza del risultato:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \log(x+1)$ .

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \log|x|$ .

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(x+1)$ .

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_1 \frac{2x+1}{2}$ .

f)  $\lim_{x \rightarrow -1} \log(x+1)$ .

g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x-1}$ .

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{x+1}}$ .

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x-1}$ .

j)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^x$ .

k)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{|x+1|}$ .