

Esercitazione n. 08

1) Dopo aver verificato che ricorrono le ipotesi del teorema degli zeri, determinare un punto di approssimazione allo zero, delle seguenti funzioni:

a) $f(x) = \log(2x - 1)$, nell'intervallo $\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$ con un errore $\leq 10^{-1}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x} - 2x^3 - 1$, nell'intervallo $\left[-\frac{5}{4}, 0\right]$ con un errore $\leq 7^{-1}$

c) $f(x) = \log(2x^2 - 2x)$, nell'intervallo $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$ con un errore $\leq 8^{-1}$

d) $f(x) = xe^x - 1$, nell'intervallo $[0, 1]$ con un errore $\leq 9^{-1}$

2) Verificare se sussistono eventuali punti di discontinuità, nelle seguenti funzioni:

a)
$$f(x) = \begin{cases} \log e^{x-1} & \text{se } x \geq 1 \\ \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}\right) & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{|x|}} & \text{se } x > 0 \\ \cos x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

c)
$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + x & \text{se } x < 0 \\ \arccos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

d)
$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arc} \cot g\left(\frac{1}{x}\right) - \pi & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \operatorname{sen} x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{se } x > -1 \\ 0 & \text{se } x = -1 \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \left(e^{\frac{1}{x}} \right) & \text{se } x < 0 \\ 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{g) } f(x) = \begin{cases} \log(x+e) & \text{se } x > 0 \\ e^{x+1} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

3) Dire se le seguenti funzioni hanno eventuali asintoti obliqui e nel caso riportare la relativa retta:

$$\text{a) } f(x) = \operatorname{arcsen} \frac{-2x+1}{\frac{x}{2}-1}.$$

$$\text{b) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{-x+2}{-\frac{x+1}{3}}.$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{-x^2-2}{x+1}.$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x^4-4}{x^3-2x}.$$

$$\text{e) } f(x) = \frac{x + \log(x+1)}{x-1}.$$

4) Date le seguenti funzioni, verificare la loro derivabilità nei rispettivi domini:

$$\text{a) } f(x) = \arccos(3x+1)$$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

c) $f(x) = \operatorname{arctg}(2x-1)$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$

e) $f(x) = \operatorname{arccot} g\sqrt{2x}$

f) $f(x) = \operatorname{arcsen}(2x-1)$

5) Date le seguenti funzioni, verificare la loro monotonia:

a) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

b) $f(x) = e^x - 2x$

c) $f(x) = x + \log_{\frac{2}{3}}(x-1)$

d) $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{2x+1}{x}\right)$

e) $f(x) = \operatorname{arccot} g\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

6) Date le seguenti funzioni, studiare la loro convessità:

a) $f(x) = \frac{\log x}{x}$

b) $f(x) = x - \log(x+1)$

c) $f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{2x - 1}$

d) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

e) $f(x) = \arcsen(x - 1)$

f) $f(x) = \arctg(x + 1)$