Teoremi sulla invertibilità e convessità di una funzione

Teorema sulla invertibilità di una funzione strettamente monotona

Sia $f : X \rightarrow f(X)$,

sia f strettamente monotona

allora f è invertibile.

In tal caso la funzione inversa f^{-1} , mantiene la stretta monotonia della funzione f .

Se ad esempio f è strettamente crescente, f^{-1} sarà strettamente crescente.

Teorema sulla condizione necessaria e sufficiente della convessità di una funzione

Sia $f : X \rightarrow R$,

sia X intervallo, e *sia* $f(X)$ intervallo,

sia f monotona

allora $\forall a, b \in X$:

$$f \text{ convessa} \Leftrightarrow f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

$$f \text{ strettamente convessa} \Leftrightarrow f\left(\frac{a+b}{2}\right) < \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

$$f \text{ concava} \Leftrightarrow f\left(\frac{a+b}{2}\right) \geq \frac{f(a)+f(b)}{2}$$

$$f \text{ strettamente concava} \Leftrightarrow f\left(\frac{a+b}{2}\right) > \frac{f(a)+f(b)}{2}$$