

Esercitazione n. 03

I. Data la funzione $f :]0,2] \rightarrow R$ con $f(x) = x^2 - 1$, rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- a) Dire se la funzione f è *ingettiva*.
- b) Dire se la funzione f è *surgettiva*.
- c) Dire se la funzione f è *invertibile*, o se fosse possibile *renderla tale*.
- d) Nel caso fosse possibile, *riportare* la funzione f^{-1} .
- e) Riportare la *funzione composta* $f \circ f^{-1}$.
- f) Dire se 0 è un valore della funzione composta $f^{-1} \circ f$.

II. Date le funzioni $f :]0,2[\rightarrow R$ con $f(x) = \frac{x}{2} + 2x$ e $g : [-1,2[\rightarrow R$ con $g(x) = x + 1$, rispondere alle seguenti domande:

- a) *Individuare e riportare* la funzione $f + g$.
- b) *Individuare e riportare* la funzione fg .
- c) *Individuare e riportare* la funzione $\frac{f}{g}$.
- d) Dire se le funzioni di cui ai punti a), b) e c) sono *ingettive*.
- e) Dire se le funzioni di cui ai punti a), b) e c) sono *surgettive*.
- f) Nel caso fosse possibile, o eventualmente, se possono essere rese tali; riportare le rispettive *funzioni inverse* delle funzioni di cui ai punti a) e c).

III. Date le funzioni $f :]0,1[\rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x} + 1 \in [1,2[$ e $g : [-1,2[\rightarrow g(x) = \frac{x}{2} - 1 \in \left[-\frac{3}{2}, 0\right[$,

rispondere alle seguenti domande:

- a) Riportare l'eventuale funzione composta $g \circ f$.
- b) Riportare l'eventuale funzione composta $f \circ g$.
- c) Riportare l'eventuale funzione inversa $(g \circ f)^{-1}$.
- d) Riportare l'eventuale funzione inversa $(f \circ g)^{-1}$.

IV. Date le funzioni $f :]0,3] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{se } x \in]0,1] \\ x+1 & \text{se } x \in]1,3] \end{cases}$ e

$g : [-1,2[\rightarrow g(x) = \frac{x}{4} + 1 \in \mathbb{R}$, **rispondere alle seguenti domande:**

- a) Dire se la funzione $f + g$ è *ingettiva*.
- b) Dire se la funzione fg è *surgettiva*.
- c) Dire se la funzione $\frac{f}{g}$ è *invertibile*.
- d) Riportare l'eventuale *funzione composta* $(f + g) \circ (fg)$.
- e) Riportare l'eventuale *funzione composta* $(fg) \circ (f + g)$.
- f) Dire se la funzione $f + g$ è dotata di *massimo*.
- g) Dire se la funzione fg è dotata di *estremo superiore*.

V. Date le rette $\begin{cases} r_1 : y = 2x + 1 \\ r_2 : y = \frac{x}{2} - 1 \end{cases}$, **rispondere alle seguenti domande, motivandone le**

risposte:

- a) Dire se sono *parallele*.
- b) Dire se sono *perpendicolari*.
- c) Trovare l'eventuale *punto di intersezione*.
- d) Trovare gli eventuali *punti di intersezione* con gli assi.
- e) Trovare *la distanza* tra le due rette, nei punti di intersezione con *gli assi opposti*.

VI. Data la funzione: $f : X \rightarrow Y$ con $f(x) = \frac{x}{3} - 1$, rispondere alle seguenti domande:

- a) Trovare la parte di X , per cui la funzione f risulta *non negativa*.
- b) Trovare *la distanza* della funzione f , *dal vertice*.
- c) Trovare la *funzione g , perpendicolare* alla funzione f , e passante per il punto $P = (2,0)$.
- d) Trovare l'*area del primo quadrante* delimitata dalla funzione g .
- e) Trovare le due funzioni *parallele* rispettivamente alla funzione f e g , la cui intersezione descrive l'*area di un rettangolo* pari a 10.
- f) *Dimostrare che l'area* del rettangolo costituito dall'intersezione a due a due, delle quattro rette di cui al punto e), sia pari a 10.