

Esercitazione n. 04

I. Sia $f :]0,2] \rightarrow R$, con $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{se } x \in]0,1] \\ x+1 & \text{se } x \in]1,2] \end{cases}$ rispondere alle seguenti domande,

motivandone le risposte:

- a) Dire se la funzione f è *crescente*.
- b) Dire se la funzione f è *convessa*.

II. Sia $f :]0,2] \rightarrow R$, con $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & \text{se } x \in]0,1] \\ -\frac{x}{2}-1 & \text{se } x \in]1,2] \end{cases}$, rispondere alle seguenti domande,

motivandone le risposte:

- a) Dire se la funzione f è *strettamente decrescente*.
- b) Dire se la funzione f è *strettamente concava*.

III. Sia $f : R \rightarrow R$ con $f(x) = -2x+1$, rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- a) Scrivere l'equazione della retta s , *parallela* alla funzione data, e *passante per l'origine*.
- b) Scrivere l'equazione di una retta r , *perpendicolare* alla funzione data.
- c) Scrivere l'equazione di una retta t , *parallela* alla funzione data, e che abbia *distanza* da questa pari a 2.
- d) Scrivere l'equazione della retta q , *perpendicolare* alla funzione data, e *passante per* $P = (1,0)$.
- e) Verificare se la retta p *passante per* i punti $P_1 = (0,1)$ e $P_2 = (1,-2)$, *ha punti in comuni* con la funzione f data.

- f) Misurare la distanza tra il punto $(0, f(0))$ della retta p ed il punto $(x, f(x)=0)$ della funzione f data.

IV. Sia la funzione reale $f :]0,2] \rightarrow \begin{cases} \log x & \text{se } x \in]0,1] \\ x+1 & \text{se } x \in]1,2] \end{cases}$, rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- Dire se la funzione f è invertibile ed eventualmente riportare la sua inversa.
- Nel caso esiste f^{-1} , dire se è limitata.
- Dire se la funzione f è dotata di minimo.

V. Sia $f :]0,4] \rightarrow R$ con $f(x) = e^{x-1}$, rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- Dire se la funzione f è strettamente crescente.
- Dire se la funzione f è strettamente convessa.
- Dire se la funzione f è dotata di massimo.
- Dire se la funzione f è invertibile.
- Nel caso esiste, riportare la relativa funzione inversa f^{-1} .

VI. Riportare gli insiemi di definizioni delle seguenti funzioni elementari composte:

a) $f_1(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+1}$.

b) $f_2(x) = \frac{\sqrt{e^{2x+1}}}{x-1}$.

c) $f_3(x) = \log \sqrt{\frac{x^2 - 2x}{x-1}}$.

$$d) f_4(x) = \log_{\frac{3}{4}} \log \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}.$$

$$e) f_5(x) = \log \log_{\frac{1}{2}} e^{x^2 + x}.$$

$$f) f_6(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2}{x + 1}}.$$

$$g) f_7(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 1}{x + 2}}.$$

VII. Riportare gli insiemi di definizioni delle seguenti funzioni trigonometriche composte:

$$a) f_1(x) = \arcsen\left(\frac{x^2 - 1}{x + 1}\right).$$

$$b) f_2(x) = \arctg(\arcsen(x)) - 1.$$

$$c) f_3(x) = \text{arc cot } g(\log(x + 1)).$$

$$d) f_4(x) = \text{arc cot } g\left(\log_{\frac{1}{2}} e^{x+1}\right).$$

$$e) f_5(x) = \arccos \sqrt{\log e^{\frac{x+1}{x-1}}}.$$

$$f) f_6(x) = \arccos \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

$$g) f_7(x) = \arccos \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

$$h) f_8(x) = \arcsen \frac{1}{1 - |x|}.$$

i) $f_9(x) = \arccos \frac{1-x}{1+|x|}$.

j) $f_{10}(x) = \arcsen \frac{x^2-1}{x-1}$.

VIII. Date le seguenti funzioni reali: $f :]0,3[\rightarrow f(x) = \frac{x}{2} + 1$, e $g :]-1,1[\cup]1,2] \rightarrow g(x) = \frac{1}{x-1}$, rispondere alle seguenti domande:

a) Riportare la funzione $f + g$.

b) Riportare la funzione $f \cdot g$.

c) Riportare la funzione $\frac{f}{g}$.

d) Riportare la funzione $\alpha \cdot f$, con $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$.

IX. Dire se le seguenti funzioni hanno eventuali simmetrie, e nel caso, in quali punti:

a) $f_1(x) = \frac{1}{x+1}$.

b) $f_2(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$.

c) $f_3(x) = \frac{1}{x^3}$.

d) $f_4(x) = \frac{x-2}{x-1}$.