

**Esonero Modelli Matematici per la finanza e le assicurazioni (4cfu)**  
**7 dicembre 2022**

ESERCIZIO 1

Si consideri un'azione il cui valore al tempo  $T$  é descritto dalla variabile aleatoria  $S_T$  e un portafoglio  $P$  cosí costituito:

3 put, vendute allo scoperto, sulla medesima azione con scadenza  $T$  e prezzo di esercizio  $K_1 = 100$  euro;

4 call sulla medesima azione con scadenza  $T$  e prezzo di esercizio  $K_2 = 200$  euro;

2 azioni vendute allo scoperto.

Si determini il pay-off al tempo  $T$  al variare di  $S_T$  e se ne disegni il grafico. Determinare, se esistono, per quali valori di  $S_T$  il payoff é massimo e minimo.

---

ESERCIZIO 2

Ipotizzando che il prezzo dell'azione in  $t = 0$  sia  $S_0 = 100$ , il tasso di interesse annuo  $i = 0.04$ , la volatilitá annua  $\sigma = 0.50$ , determinare:

1) Il prezzo di una call europea scritta sulla medesima azione con prezzo di esercizio  $K_1 = 95$  con scadenza  $T = 8$  mesi utilizzando il modello di Black and Scholes;

2) Il prezzo di una put europea con lo stesso prezzo di esercizio  $K_1 = 95$  e con la scadenza  $T = 8$  mesi utilizzando la relazione di paritá call-put;

3) Il prezzo di una call europea scritta sulla medesima azione con prezzo di esercizio  $K_1 = 95$  con scadenza  $T = 8$  mesi utilizzando il modello binomiale multiperiodale e dividendo l'intervallo temporale  $[0; T]$  in  $n = 4$  istanti (si utilizzi il metodo diretto);

4) Il prezzo di una put americana scritta sulla medesima azione con prezzo di esercizio  $K_1 = 95$  utilizzando il modello binomiale multiperiodale dividendo l'intervallo temporale  $[0; T]$  in  $n = 4$  istanti.

---

ESERCIZIO 3

Utilizzando la simulazione Montecarlo, si determini il prezzo in  $t = 0$  di un'opzione il cui payoff finale é

$$H_T = \max(|S_T - 30|; 55)$$

e inoltre il valore iniziale del sottostante é  $S_0 = 85$ , il tasso di interesse annuo  $i = 0.05$ , la volatilitá annua  $\sigma = 0.60$ , la scadenza é  $T = 15$  mesi e i numeri che si distribuiscono secondo una normale standard sono:

$$\epsilon_1 = 1.2425; \quad \epsilon_2 = -0.1432; \quad \epsilon_3 = 1.0022; \quad \epsilon_4 = -0.5432; \quad \epsilon_5 = 0.5523$$

---