

Cognome e nome Numero di matricola

1) Determinare il dominio delle seguenti funzioni

$$f(x) = \sqrt{\frac{5-x}{x^2-11x+24}}, \quad f(x) = \frac{(x-5)e^{\frac{1}{x}}}{\log(3-x)}$$

2) Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = |e^x - 2| + 2$$

e determinare $Imf(x)$, $supf(x)$, $inf f(x)$, $maxf(x)$, $minf(x)$.

3) Studiare gli asintoti della seguente funzione

$$f(x) = \frac{9x^2 + 3x}{4-x}$$

4) Determinare gli intervalli di monotonia e di concavità/convessità della seguente funzione

$$f(x) = (8x - 3)e^{-8x}$$

5) Determinare per quale valore del parametro $k \in R$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{4kx} - 1 & x \leq 0 \\ 6 \log(4x + 1) & x > 0 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 0$.

6) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{5-x}{5+x}$$

nel punto di ascissa $x = 5$.

7) Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{e^{5x}}{11 + e^{5x}} dx$$

8) Assegnate le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolare $A^T B^{-1}$.

9) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 1 & k+4 \end{pmatrix}$$

- Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice ha rango massimo
- Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $Ax = 0$ ha infinite soluzioni.

- Per $k = 2$ risolvere il sistema $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

10) Data la funzione

$$f(x, y) = 16x - 4x \log x - y - \frac{1}{y}$$

- definire il dominio ed eventualmente rappresentarlo graficamente
- definire il gradiente
- determinare i punti stazionari e definire la loro natura