Esonero Modelli Matematici per la finanza e le assicurazioni (4cfu)
20 Dicembre 2023

ESERCIZIO 1

Si consideri un'azione il cui valore al tempo T é descritto dalla variabile aleatoria S_T e un portafoglio P cosí costituito:
2 put sulla medesima azione con scadenza T e prezzo di esercizio $K_1 = 200$ euro;
3 call, vendute allo scoperto, sulla medesima azione con scadenza T e prezzo di esercizio $K_2 = 150$ euro;
2 azioni.
Si determini il pay-off al tempo T al variare di S_T e se ne disegni il grafico. Determinare, se esistono, per quali valori di S_T il payoff é massimo e minimo.

ESERCIZIO 2

Il portafoglio di un investitore è composto di 320 azioni della società A e un pari numero di opzioni Put sulle azioni A. Sapendo che l'azione quota oggi Euro 1,25, lo strike price della put è fissato a Euro 0,9, la scadenza è fissata a 1 anno, il tasso risk free è il 2% e che $u = 1,1$ e $d = 0.8$, calcolare:
Il valore del portafoglio oggi;
Le quote del portafoglio replicante;
Il valore del portafoglio a scadenza;
Il valore atteso del portafoglio e il rendimento atteso.

ESERCIZIO 3

Ipotizzando che il prezzo dell'azione in $t = 0$ sia $S_0 = 90$, il tasso di interesse annuo i = 0.12, la volatilitá annua $\sigma = 0.90$, determinare:
1) Il prezzo di una call europea scritta sulla medesima azione con prezzo di esercizio $K_1 = 95$ con scadenza $T = 9$ mesi utilizzando il modello di Black and Scholes;
2) Il prezzo di una put europea con lo stesso prezzo di esercizio $K_1 = 95$ e con la scadenza $T = 9$ mesi utilizzando la relazione di paritá call-put;
3) Il prezzo di una call europea scritta sulla medesima azione con prezzo di esercizio $K_1 = 95$, con la scadenza $T = 9$ mesi, utilizzando il modello binomiale multiperiodale dividendo l'intervallo temporale [0; T] in $n = 3$ istanti.

ESERCIZIO 4

Utilizzando la simulazione Montecarlo, si determini il prezzo in $t = 0$ di un'opzione il cui payoff finale é

$$H_T = max(|S_T - 20|; 85)$$

e inoltre il valore iniziale del sottostante é $S_0 = 80$, il tasso di interesse annuo $i = 0.08$, la volatilitá annua $\sigma = 0.70$, la scadenza é $T = 15$ mesi e i numeri che si distribuiscono secondo una normale standard sono:

$$\epsilon_1 = 1.0425;\ \ \epsilon_2 = -0.9522;\ \ \epsilon_3 = 2.0022;\ \ \epsilon_4 = -1.5432;\ \ \epsilon_5 = 0.7523$$
