

Cognome e nome Numero di matricola

1) Determinare il dominio delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{3 \log(x^2 - 1)}{e^{\sqrt{x+2}}} \quad , \quad f(x) = \log \frac{|x+1|}{x^2}$$

2) Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = 1 - |\log(x - 1)|$$

e determinare $Imf(x)$, $supf(x)$, $inf f(x)$, $max f(x)$, $min f(x)$.

3) Studiare gli asintoti della seguente funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{x - 2}$$

4) Determinare gli intervalli di monotonia e di concavità/convessità della seguente funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 1)$$

determinare, inoltre i punti di max/min e gli eventuali punti di flesso.

5) Determinare per quale valore dei parametri $a, b \in R$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} + 2a & x < 0 \\ 3x^2 + b(x + 3) & x \geq 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

6) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{x} - 2x$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

7) Calcolare l'integrale definito

$$\int_4^8 \frac{1}{2} e^{\sqrt{x-4}} dx$$

8) Assegnata la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

calcolare l'inversa, se è possibile.

9) Assegnati

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -k & -k \\ 1 & 2 & 1 \\ -k & -k & 0 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $Ax = b$ ha una soluzione.
- Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $Ax = b$ ha infinite soluzioni.
- Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $Ax = b$ non ha soluzioni.

10) Data la funzione

$$f(x, y) = xe^x + y^2$$

- definire il dominio ed eventualmente rappresentarlo graficamente
- definire il gradiente
- determinare i punti stazionari e definire la loro natura