ALGEBRA LINEARE

1) Sia

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ k \\ 2 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Si studi al variare di $k \in \mathbb{R}$, il sistema $Ax = b$

2) Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

Si studi al variare di $k \in \mathbb{R}$, il sistema $Ax = x$.

3) Sia

$$A = \begin{pmatrix} k & 2 & -k \\ 2k & 1 & 0 \\ 1 & k & k \end{pmatrix}$$

Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A risulta invertibile e calcolare l'inversa.

4) Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcolare $A^{-1} \cdot B^2$.

5) Siano

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ h^2 - 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad e \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & h^2 - 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcolare $C = A \cdot B$ e determinare il rango di C al variare di $h \in \mathbb{R}$.

6) Siano

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 3 \\ k \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Si studi al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il sistema $Ax = b$

7) Siano

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & k & 5 \\ 1 & 3 & k \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Si studi al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema $(A - 2B)x = b$.

8) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Stabilire se la matrice $A^T \cdot A$ è non singolare.

9) Dati i vettori

$$x = \begin{pmatrix} \alpha \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad y = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Stabilire per quali valori di α sono linearmente indipendenti.

10) Determinare per quali valori di α il sistema

$$\begin{pmatrix} -3 & \alpha \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

è compatibile.

11) Determinare per quali valori di α e β la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 3 & 2\beta+1 \\ 1 & 3 & \alpha & -1 \end{pmatrix}$$ ha rango 1.