

L'attività di studio e di ricerca si sviluppa nell'ambito dei seguenti settori:

- 1) Problemi di approssimazione di tipo Korovkin per forme lineari positive su spazi di funzioni continue;
- 2) Problemi differenziali ellittico-parabolici degeneri su domini limitati e non, e problemi di Cauchy associati; studio delle proprietà delle funzioni di transizione dei processi stocastici (di Markov) governati dalle suddette equazioni; applicazioni a problemi di diffusione studiati in genetica, in dinamica delle popolazioni ed in Economia e Finanza Matematica (cfr. equazioni di Black-Scholes o di Cox-Ingersoll e Ross e relative varianti);
- 3) Approssimazione di soluzioni di problemi parabolici degeneri mediante iterate di operatori lineari positivi e stime dell'ordine di convergenza; connessioni tra formule asintotiche per operatori lineari positivi e teoria dei semigrupp (teoremi di tipo Trotter-Schnabl);
- 4) Teoria dei semigrupp di operatori: proprietà qualitative e connessioni con la regolarità delle soluzioni di problemi parabolici;
- 5) Processi di Approssimazione Positivi su spazi di funzioni continue o integrabili per lo studio delle soluzioni di problemi parabolici degeneri.

Più in particolare, l'attività di studio e di ricerca ha avuto come principale obiettivo la determinazione di risultati di esistenza ed unicità, mediante tecniche di teoria classica dei semigrupp, delle soluzioni di particolari problemi ai valori iniziali associati ad operatori differenziali degeneri del secondo ordine (frequenti nello studio di modelli in Economia e Finanza Matematica) e rappresentazione esplicita delle soluzioni stesse in termini di iterate di opportuni operatori lineari positivi.

Tale rappresentazione, basata essenzialmente sull'uso di teoremi di approssimazione di tipo Trotter o Trotter-Kato, si rivela assai utile, in quanto consente di dedurre abbastanza agevolmente proprietà qualitative e quantitative sia delle soluzioni che dei processi di diffusione (di Markov) associati agli operatori differenziali in esame, previo uno studio approfondito degli operatori approssimanti.

Particolare attenzione è stata dedicata allo studio di problemi di *option pricing*, riguardo al quale, già nel caso dell'equazione di Black-Scholes, si sono ottenuti utili risultati circa l'analisi qualitativa e quantitativa della soluzione (scritta in termini di iterate di operatori integrali di tipo Gamma) e del suo comportamento asintotico.

Una recente applicazione dei concetti di Totale Positività e sistemi di Chebycheff nel senso di Karlin ha consentito inoltre di stabilire risultati generali di preservazione della convessità e/o lipschitzianità di ordine superiore per generali successioni di operatori positivi; inoltre si è mostrato come siffatte proprietà si trasferiscono, senza essenziali modifiche, ai semigrupp fortemente continui espressi in termini di iterate degli operatori in questione, nell'ottica della procedura di approssimazione prima descritta.

In tal senso è stato possibile studiare agevolmente le proprietà qualitative delle soluzioni di alcuni problemi differenziali ellittico-parabolici degeneri, le quali, in accordo con la teoria generale, si esprimono in termini del semigrupp stesso valutato nel dato iniziale.

Tale tipo di approccio, quando riferito agli operatori Gamma prima menzionati nel caso dell'equazione di Black-Scholes, ha consentito di ottenere utili proprietà qualitative della corrispondente soluzione analoghe a quelle ottenute, per via del tutto differente e precisamente mediante tecniche di teoria dei processi stocastici, in alcuni classici e ben noti lavori di alcuni studiosi, quali N. El Karoui, M. Jeanblanc-Picquè, S. E. Shreve e di I. Karatzas e S. E. Shreve.

Inoltre si sono stabilite stime dell'ordine di convergenza degli operatori Gamma verso la soluzione e si è determinata una classe di possibili dati iniziali, significativi da un punto di vista finanziario, in corrispondenza dei quali la soluzione al problema di *option pricing* ha un buon comportamento asintotico.

La ricerca attualmente in corso si propone di approfondire lo studio di problemi di *option pricing* e di questioni legate alla struttura a termine dei tassi di interesse (modello di Cox, Ingersoll e Ross,

modello di Longstaff e relative varianti) attraverso metodi analitico-funzionali e teoria degli operatori, secondo lo schema di indagine prima descritto: alcuni utili risultati già ottenuti in tale ambito incoraggiano la ricerca in tale direzione.

Infine si intende affrontare lo studio dei modelli prima citati nel caso (più generale) multidimensionale e/o non autonomo, riguardo al quale non sembra siano disponibili soddisfacenti risultati di esistenza ed unicità delle soluzioni né proprietà qualitative delle stesse, se non in ambiti molto particolari e per questo poco adatti al significato economico-finanziario che siffatti modelli si propongono di rappresentare.

Tutti i risultati sopra descritti sono il frutto di diverse collaborazioni con numerosi studiosi italiani e stranieri, fra i quali si citano J. A. Adell (Zaragoza), F. Altomare (Bari), M. Blumlinger (Vienna), M. Campiti (Bari), R. Cristescu (Bucarest), G. Da Prato (Pisa), A. Favini (Bologna), H. Gonska (Duisburg), D. Mache (Monaco), G. Mastroianni (Potenza), G. Metafune (Lecce), R. Nagel (Tubinga), E. Obrecht (Bologna), D. Pallara (Lecce), I. Rasa (Cluj-Napoca), S. Romanelli (Bari), S.Y. Shaw (Chung-Li), K. Taira (Tsukuba), W. Totik (Szeged) e V. Vespri (Firenze).

La collaborazione scientifica e lo scambio di idee e metodi, reso possibile anche attraverso diversi colloqui scientifici e la partecipazione a convegni, riveste un ruolo fondamentale per la ricerca sopra descritta.