COMPITO DI MATEMATICA FINANZIARIA (C. L. E. C.) – 26 GIUGNO 2014 – PROF. P. AMATO

12 1. Il sig. Bianchi ha contratto un mutuo di 100000 euro con ammortamento francese semestrale, durata 10 anni, al 6.09% annuo, di cui ha pagato, oggi, la VI rata . Avendo avuto notizia della possibilità di trasferire il mutuo presso un altro istituto di credito, che accorda un tasso più conveniente, trasferisce, oggi stesso, il mutuo concordando un ammortamento italiano annuale al 5.6% per i rimanenti 7 anni, sostenendo 680 euro di spese di trasferimento, di cui 160 per chiudere il primo mutuo.

A) Si calcoli il risparmio netto ottenuto;
B) si compili la 10-ma riga dell'ammortamento del prestito jniziale;
C) si calcoli il TAEG della seconda operazione.

6 2. Data la legge finanziaria su base semestrale

$$v(t,s) = e^{-\,0.05(s-t)-0.001(s-t)^2} \qquad 0 \le t \le s \le 6$$

A) Calcolarne la forza d'interesse e studiarne le proprietà;
B) Determinare la cedola semestrale del TCF di VN=10000, rimborsato alla pari, scadenza fra 3 anni, il cui prezzo oggi, rispetto alla legge assegnata, è 11500.

VN = 10000

6 3. Calcolare approssimativamente la variazione percentuale di un TCF con scadenza fra 3 anni, acquistato e rimborsato alla pari, cedola semestrale 320, supponendo che il tasso d'acquisto subisca una flessione dell'uno per mille. Tale variazione sarebbe stata maggiore o minore se, invece del TCF, fosse stata acquistata una rendita allo stesso prezzo e tasso? (Spiegare perché).

6 4. Considerata la struttura di prezzi pronti su base semestrale

$$\tilde{v} = (0.9800, 0.96, 0.9400, 0.9200, 0.9000, 0.8800,).$$

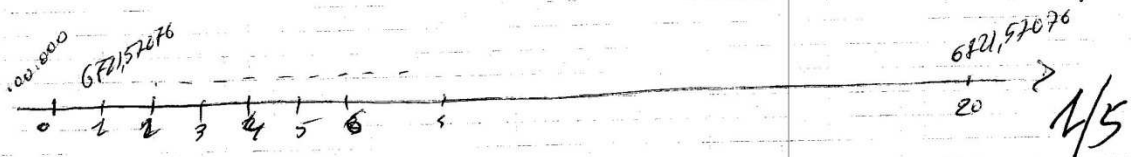
1 Determinare la struttura dei tassi a termine , nell'ipotesi di mercato perfetto;
2 Calcolare l'importo, pattuito in t=0, da pagare alla fine del I° semestre per incassare i pagamenti della rendita semestrale posticipata di 5 rate di 1000 € ciascuna,differita di 1 semestre.

N.B. 1) Spegnere i cellulari e depositarli in cartella o sulla cattedra; 2) 4) Consegnare solo il foglio di bella formato A3 (foglio grande) e la traccia compilata nel riquadro, (eventuali fogli di brutta saranno cestinati); 3) Non si accettano elaborati scritti a matita.

Cognome	nome	matricola	Corso di laurea	firma

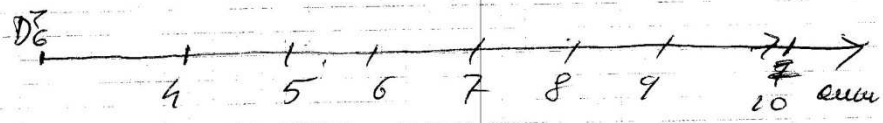
HF 26-6-2014 (Risoluzione Scritto del 26/6/14, Prof Amt)

$i_1 = 6.09\%$ $\quad i_2 = 3\%$ sem. $\quad R' = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}} = \frac{100000 \cdot 0.03}{1-1.03^{-20}} = 6721,57076$ rata semestrale



1/5

$D_6^{\tau} = 6721,57076 \; \frac{1-1.03^{-14}}{0.03} = 75927,35491$ debito residuo appena pagata la 6ª rata trimestrale



quota capitale $= \frac{D_6^{\tau}}{7} = 10846,76499 = C$ quota capitale annua ann. it. $\frac{C}{n} i = 607,4188394$

$I_1 = 4251,934875$ $\qquad R_1 = 15098,69686$

$I_2 = 3644,513036$ $\qquad R_2 = 14491,27803$

$I_3 = 3037,094197$ $\qquad R_3 = 13883,85919$

$I_4 = 2429,675358$ $\qquad R_4 = 13276,44035$

10ª riga ammortamento = 4ª riga ammort. italiano

RATA	Q. CAP	Q. INT	D residuo	D estinto
13276,44035	10846.76499	2429,675358	32540,20895	67459,79505

$I_5 = 1822,256519$ $\qquad R_5 = 12669,02151$

$I_6 = 1214,83768$ $\qquad R_6 = 12061,60267$

$I_7 = 607,4188406$ $\qquad R_7 = 11454,18383$

$75407,35491$

L'equazione del TAEG richiede l'uguaglianza fra $D_6^{\tau} - 520 =$ ~~$= 10326,76499$~~ il capitale residuo dalla rata di ammortamento e il valore attuale del flusso di rimborso $r = (R_1, \dots, R_7)/(1, \dots, 7)$ quindi

$$f(v) = R_1 v + \dots + R_7 v^7 = \cancel{10326,76499} \; 75407,35491$$

Matematica Finanziaria (Prof Acerbi) – Risoluzione Scritto del 26/6/2014

2/5

$f(v) = 15098,69686\, v + 14491,27803\, v^2 + \dots + 11454,18383\, v^7$

$f'(v) = 15098,69686 + 28982,55606\, v + \dots + 80179,28601\, v^6$

$v_0 = 0.947$

$f(0.947) = 75936,10884$, $f'(0.947) = 288897,383$

$$v_1 = v_0 - \frac{f(v_0) - P}{f'(v_0)} = 0.947 - \frac{75936,10884 - 75407,35491}{288897,383}$$

$= 0.9451692517$

$f(v_1) = 75409,23216$ $\qquad f'(v_1) = 286848,4139$

$$v_2 = 0.9451692517 - \frac{75409,23216 - 75407,3549}{288897,383} =$$

$= 0.9451632073$

$f(v_2) = 75407,35493$ $\qquad$ OK!

$v^* = v_2$ $\qquad i^* = \frac{1}{v^*} - 1 = 0.058018332$

TAEG $= 5,8018332\,\% \simeq 5,802\,\%$ annuo

A) Calcolo del Risparmio netto a fine ammortamento.

$RL = D_6^7\, 1.07^7 - D_6^7 \cdot 1.056^7$ = risparmio lordo

$= 75927,35491\,(1.0609^7 - 1.056^7) = 3662,065505$

$RN = RL - 680 \cdot 1.056^7 = 2666,301691$

= risparmio netto appena pagata la 7ª rata (ultima) dell'ammortamento italiano.

2) La legge $v(t,s) = e^{-[0.05(s-t)+0.001(s-t)^2]}$ (ICFR 26 Giugno-Luglio)

$0 \le t \le s \le 6$ semestri

è già data come legge finanziaria

3/5

$$\delta(t,s) = v(t,s)\frac{\partial}{\partial s} e^{0.05(s-t)+0.001(s-t)^2} = v(t,s)\, m(t,s).$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left[0.05(s-t)+0.001(s-t)^2\right] = 0.05 + 0.002(s-t)$$

$$\delta(t,s) = 0.05 + 0.02(s-t)$$

Poiché $\delta(t,s)$ dipende da t, la legge non è realizzabile nella e' unica poiché del tipo $f(s-t)$ con

$$f(x) = e^{-0.05x - 0.001x^2}$$

$$TCF = (I, I, \dots, I, I+10000)/(1,2,\dots,5,6)$$

$$V(0, TCF, v(0,s)) = I\left[v(0,1)+v(0,2)+\dots+v(0,6)\right] + 10000\, v(0,6) =$$

$$I\left[e^{-0.051} + e^{-0.104} + e^{-0.159} + e^{-0.216} + e^{-0.275} + e^{-0.336}\right] + 10000\, e^{-0.336}$$

$$= I \cdot 4.984430858 + 7146.231058$$

$$D = I \cdot 4.984430858 + 7146.231058 = 11500$$

da cui $I = 873.4736355$ ✓

Matematica Finanziaria Risoluzione Scritto del 26 giugno 2014 - Appelli

Matematica Finanziaria (Prof Amato) Ricalcolo Scritto 26/6/2014.

3) Operazione acquisto TCF

$TCF = (320, 320, 320, 320, 320, 10320)\ /\ (1,2,3,4,5,6)$

poiché acquistato e rimborsato alla pari il tasso d'acquisto del TCF coincide con il tasso cedolare $r = 3{,}2\%$ semestrale.

5/5

Per calcolare approssimativamente le variazioni applichiamo il I° teor. appr. perché

$$D(0, TCF, 0.032) = \frac{320\overbrace{\left(1.032^{-1}\cdot 1 + 1.032^{-2}\cdot 2 + \dots + 1.032^{-6}\cdot 6\right)}^{18{,}341097814} + 10000\cdot 1.032^{-6}}{10000}$$

$= 5{,}5536716 52 \simeq 5{,}554$ semestri $\quad V = 5{,}381565779$

$$\frac{\Delta V}{V} \simeq -\frac{D(0, TCF, 0.032)}{1.03^2}\cdot -0.001 = 0.0053815 6477$$

La variazione percentuale subita dal TCF in conseguenza del calo di $\frac{1}{1000}$ del tasso è circa $\frac{5{,}4}{1000}$.

Nel caso di una rendita di 6 rate pagate alle stesse condizioni la volatilità sarebbe inferiore. Quindi anche la variazione percentuale sarebbe inferiore.

Matematica Finanziaria - Risoluzione scritto 26-6-2014 - Ref Ferri -

4) Calcoliamo $\tilde{v} = (v(0,1), v(0,1,2, \dots))$ col tasso dei prezzi impliciti

5/5

$$v(0,1,2) = \frac{v(0,2)}{v(0,1)} = 0.9795918367 \simeq 0.9796$$

$$v(0,2,3) = \frac{v(0,3)}{v(0,2)} = 0.9791666667 \simeq 0.9792$$

$$v(0,3,4) = \quad = 0.978723404 \simeq 0.9787$$

$$v(0,4,5) = \quad = 0.9782608696 \simeq 0.9783$$

$$v(0,5,6) = \quad = 0.977777778 \simeq 0.9778$$

$$i(0,k,k+1) = \frac{1}{v(0,k,k+1)} - 1$$

$$i(0,0,1) = \frac{1}{v(0,1)} - 1 = 0.02050816 3 \simeq 0.02041$$

$$i(0,1,2) = \frac{1}{v(0,1,2)} - 1 = 0.020824826 \simeq 0.02083$$

$$i(0,2,3) = \quad = 0.02128183 \simeq 0.02128$$

$$i(0,3,4) = \quad = 0.021763364 \simeq 0.02176$$

$$i(0,4,5) = \quad = 0.022181335 \simeq 0.02218$$

$$i(0,5,6) = \quad = 0.022709024 \simeq 0.02270$$

Matematica Finanziaria (Appunti) Risoluzione Scritto 26/6/14.

$$\boxed{\tilde{\tilde{i}} = (0.02041, 0.02083, 0.02128, 0.02176, 0.02218, 0.02270)}$$

Per calcolare l'importo richiesto, tratteniamo d'una operazione a termine, un'equivalente delle rendite $\tilde{r}_5 = (1000, \dots, 1000)$ (2,3,4,5,6) ecco come segue la somma

$$P = 1000\left[v(0,1,2) + v(0,1,3) + v(0,1,4) + v(0,1,5) + v(0,1,6)\right]$$

$$= 1000\left[\cancel{0.9796} \; \frac{v(0,2)}{v(0,1)} + \frac{v(0,3)}{v(0,1)} + \dots + \frac{v(0,6)}{v(0,1)}\right]$$

$$= 1000 \cdot \frac{1}{v(0,1)}\left[v(0,2) + v(0,3) + \dots + v(0,6)\right] = \frac{1000}{0.98}\left(0.96 + 0.94 + 0.92 + 0.9 + 0.88\right) = 4693,877551$$

Il prezzo attuale ovvero un'equivalente delle rendite è