

Principali informazioni sull'insegnamento	
Denominazione dell'insegnamento	GEOMETRIA
Corso di studio	FISICA
Anno di corso	I
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS):	9
SSD	MAT/03 - Geometria
Lingua di erogazione	Italiano
Periodo di erogazione	I semestre (19 settembre 2022 – 16 dicembre 2022)
Obbligo di frequenza	Secondo regolamento didattico

Docente	
Nome e cognome	Federico Pintore
Indirizzo mail	federico.pintore@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2700
Sede	Dipartimento di Matematica, IV piano, stanza 5
Sede virtuale	Teams
Ricevimento (giorni, orari e modalità)	Su appuntamento, da concordare per email, in presenza oppure online su piattaforma Microsoft Teams.

Syllabus	
<b>Obiettivi formativi</b>	Acquisizione delle nozioni fondamentali dell'algebra lineare e della geometria affine ed Euclidea: calcolo matriciale e sistemi lineari, spazi vettoriali e applicazioni lineari, autovalori, autovettori e diagonalizzabilità di endomorfismi, prodotti scalari, spazi affini, spazi Euclidei.
<b>Prerequisiti</b>	Conoscenze matematiche di base: polinomi, equazioni e disequazioni di primo e secondo grado, teoremi fondamentali della geometria Euclidea, elementi di trigonometria, elementi di geometria analitica nel piano.
<b>Contenuti di insegnamento (Programma)</b>	<p><b>Elementi di teoria degli insiemi.</b> Unione e intersezione di insiemi, insieme complementare, insieme delle parti. Coppie ordinate e <math>n</math>-ple ordinate. Prodotto cartesiano di insiemi. Relazione tra due insiemi. Relazioni d'ordine. Relazioni di equivalenza, classi di equivalenza e insieme quoziente. Relazioni funzionali e applicazioni. Immagine diretta e immagine reciproca. Applicazioni surgettive, ingettive e bigettive. Composizione di applicazioni. Applicazioni invertibili e applicazione inversa.</p> <p><b>Leggi di composizione.</b> Legge di composizione interna su un insieme. Associatività, commutatività ed elemento neutro. Elementi simmetrizzabili di un monoide. Gruppi. Insieme chiuso rispetto ad una legge di composizione interna. Sottogruppo di un gruppo. Anelli. Campi e sottocampi. Campo dei numeri complessi. Rappresentazione algebrica dei numeri complessi. Coniugato e modulo di un numero complesso. Anello dei polinomi a coefficienti in un campo nella indeterminata <math>x</math>. Proprietà dei polinomi.</p> <p><b>Spazi vettoriali.</b> Spazi vettoriali, proprietà ed esempi. Spazio dei vettori applicati in un punto. Spazio dei vettori liberi. Sottospazi vettoriali. Sottospazio intersezione, somma e somma diretta. Sottospazi supplementari. Combinazione lineare di vettori. Sottospazio vettoriale generato da <math>n</math> vettori. Spazi vettoriali finitamente</p>

generati e sistemi di generatori. Vettori linearmente dipendenti e vettori linearmente indipendenti. Basi. Componenti di un vettore rispetto ad una base. Teorema di esistenza di basi: metodo degli scarti successivi. Dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato. Dimensione di sottospazi vettoriali. Teorema di completamento della base. Identità di Grassmann.

**Matrici e sistemi lineari.** Spazio vettoriale delle matrici a  $m$  righe e  $n$  colonne a coefficienti in un campo. Matrice trasposta. Matrici quadrate, simmetriche, antisimmetriche, diagonali. Traccia di una matrice quadrata. Prodotto righe per colonne tra matrici. Determinante di una matrice quadrata. Teorema di Binet e proprietà del determinante. Matrici invertibili e matrice inversa. Il gruppo  $GL(n, K)$  e alcuni dei suoi sottogruppi. Matrici ortogonali. Rango di una matrice. Teorema degli orlati. Matrice associata ad un sistema di vettori rispetto ad una base. Matrice di passaggio tra basi. Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite a coefficienti in un campo  $K$ . Sistemi di Cramer. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari omogenei e sottospazi vettoriali. Metodo generale di risoluzione per i sistemi lineari.

**Applicazioni lineari.** Applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Caratterizzazione e proprietà. Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Caratterizzazioni di applicazioni lineari surgettive e applicazioni lineari iniettive. Teorema di esistenza e unicità per applicazioni lineari. Isomorfismi. Matrici associate ad un'applicazione lineare. Autovettori, autovalori e autospazi di un endomorfismo. Endomorfismi diagonalizzabili: definizione e caratterizzazione. Matrici simili. Matrici diagonalizzabili. Polinomio caratteristico. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore. Criterio di diagonalizzabilità degli endomorfismi.

**Spazi vettoriali Euclidei.** Orientazione di uno spazio vettoriale reale. Spazi vettoriali Euclidei. Prodotto scalare. Prodotto scalare standard su  $\mathbb{R}^n$ . Norma di un vettore. Angolo convesso tra due vettori non nulli. Vettori paralleli. Vettori ortogonali. Insiemi di vettori ortogonali. Basi ortonormali. Matrice di passaggio tra basi ortonormali. Teorema di Gram-Schmidt. Complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale. Operatori unitari: definizione, proprietà ed esempi. Relazione tra operatori unitari e matrici ortogonali.

**Spazi affini.** Spazio affine associato ad uno spazio vettoriale. Spazio affine numerico. Riferimento affine e sistema coordinato associato. Equazioni del cambiamento di riferimento. Sottospazi affini e loro giacitura. Sottospazio affine generato da  $k$  punti. Punti affinementemente indipendenti. Equazioni parametriche di un sottospazio affine. Equazioni cartesiane di un sottospazio affine. Sottospazi affini paralleli. Sottospazi sghembi e sottospazi incidenti. Sottospazio intersezione. *Geometria affine in un piano.* Assi coordinati. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta. Parametri direttori di una retta. Rette parallele e rette incidenti.

*Geometria affine in uno spazio di dimensione 3.* Assi e piani coordinati. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di un piano. Equazioni parametriche e cartesiane di una retta. Parametri direttori di una retta. Parallelismo tra rette. Parallelismo tra retta e piano. Parallelismo tra piani. Rette complanari e rette

	<p>sghembe.</p> <p><b>Spazi Euclidei.</b> Spazio Euclideo associato ad uno spazio vettoriale Euclideo. Riferimenti cartesiani e coordinate cartesiane. Equazioni del cambiamento di riferimento. Distanza tra due punti. Angoli convessi tra due rette. Rette ortogonali. <i>Geometria Euclidea in un piano.</i> Ortogonalità tra rette. Coseni direttori di una retta.</p> <p><i>Geometria Euclidea in uno spazio di dimensione 3.</i> Coseni direttori di una retta. Ortogonalità tra due rette, ortogonalità tra retta e piano. Angoli convessi tra due piani. Ortogonalità tra due piani.</p> <p><i>Isometrie di uno spazio Euclideo di dimensione n.</i> Definizione, caratterizzazione e proprietà geometriche delle isometrie. Equazioni di una isometria rispetto ad un riferimento cartesiano. Esempi: traslazioni e rotazioni.</p> <p><i>Coniche e quadriche Euclidee (cenni).</i> Equazione di una conica in un riferimento cartesiano. Forme canoniche di coniche Euclidee. Cenni alle quadriche Euclidee e loro forme canoniche.</p>
<b>Testi di riferimento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- E. Sernesi, Geometria 1, Bollati Boringhieri.</li> <li>- E. Abbena, A.M. Fino, G.M. Gianella, Algebra lineare e geometria analitica, Aracne.</li> <li>- A. Facchini, Algebra e Matematica Discreta, Zanichelli.</li> <li>- Note delle lezioni e fogli di esercizi disponibili su Microsoft Teams.</li> </ul>
<b>Note ai testi di riferimento</b>	

<b>Organizzazione della didattica</b>			
<b>Ore</b>			
Totali	Didattica Frontale	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
225	56	30	139
<b>CFU/ETCS</b>			
9	7	2	

<b>Metodi didattici</b>	Lezioni ed esercitazioni in didattica frontale.
-------------------------	---

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	Acquisizione di concetti fondamentali dell'algebra lineare, relativi a spazi vettoriali, applicazioni lineari, prodotti scalari, e della geometria affine ed Euclidea. Acquisizione delle tecniche dimostrative di base.
<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	Le conoscenze teoriche acquisite trovano applicazione nello svolgimento di esercizi di algebra lineare e geometria, nei quali vengono particolarmente sviluppati il calcolo matriciale, la risoluzione di sistemi lineari, la determinazione di basi e dimensione di uno spazio vettoriale, la determinazione di nucleo e immagine di un'applicazione lineare, il problema della diagonalizzazione di endomorfismi o matrici, la descrizione di sottospazi (vettoriali, affini ed Euclidei) attraverso sistemi di equazioni parametriche o cartesiane.
<b>Competenze trasversali</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <i>Autonomia di giudizio</i></li> </ul>

	<p>Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare un metodo risolutivo di un quesito, valutando la coerenza della risoluzione con le conoscenze teoriche acquisite.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Abilità comunicative</i> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico di base, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, per l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</li> <li>• <i>Capacità di apprendere in modo autonomo</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.</li> </ul>
--	---

<b>Valutazione</b>	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame orale. Il colloquio orale prevede l'esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni, e la risoluzione di esercizi.
Criteri di valutazione	<p><i>Al termine dell'insegnamento saranno valutati:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> conoscenza delle nozioni di base dell'algebra lineare e della geometria affine ad Euclidea, unitamente alla capacità di enunciare e dimostrare le relative proprietà. Capacità di illustrare le nozioni acquisite in esempi specifici.</li> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite nello svolgimento di esercizi di algebra lineare e geometria, che comprendono: calcolo matriciale, risoluzione di sistemi lineari, determinazione di basi e dimensione di uno spazio vettoriale, determinazione di nucleo e immagine di un'applicazione lineare, diagonalizzazione di endomorfismi o matrici, descrizione di sottospazi (vettoriali, affini ed Euclidei) attraverso sistemi di equazioni parametriche o cartesiane, e relative proprietà.</li> <li>• <i>Autonomia di giudizio:</i> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di risolvere problemi coerentemente con le conoscenze teoriche acquisite.</li> <li>• <i>Abilità comunicative:</i> capacità di esporre definizioni, enunciati e dimostrazioni, e di argomentare risoluzioni di problemi, attraverso un linguaggio e un formalismo matematico adeguati.</li> <li>• <i>Capacità di apprendere:</i> capacità di consultare testi, individuare nessi logici, risolvere esercizi.</li> </ul>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18/30.
<b>Altro</b>	