

Nome docente	Michele Bufalo
Corso di laurea C.d.LM. in	“Statistica e Metodi per l’Economia e la Finanza”
Insegnamento	<b>Probabilità applicata e Processi Stocastici</b>
Anno accademico	2020/2021
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	6
Settore scientifico disciplinare	MAT/06

### Pre-requisiti:

Conoscenze di base dell'analisi matematica, del calcolo integrale e del Calcolo delle Probabilità.

### Conoscenze e abilità da acquisire (Obiettivi):

Il corso vuole essere una introduzione ai processi stocastici e una illustrazione di alcuni modelli probabilistici generalmente usati come applicazione della teoria della probabilità allo studio di fenomeni reali in differenti campi. L'approccio non sarà troppo rigoroso dal punto di vista matematico proprio per permettere ad uno studente che non ha conoscenze matematiche approfondite di saper “interpretare probabilisticamente” eventi che non possono essere spiegati in modo deterministico.

### Programma dettagliato:

#### 1) Variabili Aleatorie

Nozioni basilari del calcolo delle probabilità, probabilità condizionata e indipendenza stocastica, Teorema di Bayes, probabilità a priori e verosomiglianza, funzioni di variabili aleatorie, variabili aleatorie discrete (v.a. di Bernoulli, v.a. Binomiale, v.a. Geometrica, v.a. di Poisson, v.a. Binomiale negativa), variabili aleatorie continue (v.a. Uniforme, v.a. Normale, v.a. log-Normale, v.a. Esponenziale, v.a. Gamma, v.a. Beta, t-Student); esercizi.

#### 2) Distribuzioni Multivariate:

Vettori aleatori, distribuzioni e densità marginali e condizionate, somma di variabili aleatorie e relativa densità, funzioni di variabili aleatorie multidimensionali (legge normale multivariata); esercizi.

#### 3) Valore Atteso Condizionato:

Definizioni principali (valore atteso, varianza, covarianza, correlazione) e relative proprietà, momenti di una variabile aleatoria, valore atteso condizionato, varianza condizionata; esercizi.

#### 4) Funzioni Generatrici e Convergenza:

Funzione generatrice dei momenti e proprietà, funzioni generatrici di probabilità e disuguaglianze notevoli, convergenza di successioni di variabili aleatorie, legge dei grandi numeri, teorema del limite centrale, metodi Monte Carlo; esercizi.

#### 5) Introduzione ai Processi Stocastici:

Random walk, il problema della rovina del giocatore, catene di Markov, equazioni di Chapman-Kolmogorov, stazionarietà e classificazione degli stati di una catena di Markov, distribuzioni di equilibrio, tempi di arresto, martingale e proprietà; esercizi.

#### 6) Processi di Poisson:

Definizioni alternative di processi di Poisson, sovrapposizioni di processi di Poisson, “thinning” di un processo di Poisson; esercizi.

### **7) Moto Browniano:**

Filtrazione, definizione moto Browniano e proprietà, variazione del primo ordine, variazione quadratica, principio di riflessione, tempo di primo passaggio, moto Browniano geometrico e proprietà; esercizi.

### **8) Applicazioni alla Finanza:**

Strumenti derivati, arbitraggio, modello binomiale uni-periodale, modello binomiale multi-periodale. Formula di Ito-Doeblin, Teorema di Girsanov, modello di Black-Scholes, calibrazione ed aspetti numerici; esercizi.

### **Riferimenti Bibliografici e Materiali didattici:**

1. Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability models* (9th edition), Elsevier, USA, 2007.
2. S. Shreve, *Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models*, Springer-Verlag, New York, 2004.
3. Dispense del docente.

### **Organizzazione della didattica:**

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Sì
- Seminari: Sì
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No

**Modalità di accertamento delle conoscenze:** prova scritta.