Nome docente	Rosa Maria Mininni
Corso di laurea	C.d.LM. in “Statistica e Metodi per l’Economia e la Finanza” (I anno)
Insegnamento	Probabilità applicata e Processi Stocastici
Anno accademico	2019/20
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	6
Settore scientifico disciplinare	MAT/06
Pagina web docente	https://www.dm.uniba.it/members/mininni

Pre-requisiti:

Conoscenze di base dell'analisi matematica, del calcolo integrale e del Calcolo delle Probabilità.

Conoscenze e abilità da acquisire (Obiettivi):

Il corso vuole essere una introduzione ai processi stocastici e una illustrazione di alcuni modelli probabilistici generalmente usati come applicazione della teoria della probabilità allo studio di fenomeni reali in differenti campi. L'approccio non sarà troppo rigoroso dal punto di vista matematico proprio per permettere ad uno studente che non ha conoscenze matematiche approfondite di saper “interpretare probabilisticamente” eventi che non possono essere spiegati in modo deterministico.

Programma dettagliato:

- Definizione di funzione di distribuzione di probabilità condizionata nel discreto e nel continuo. Definizione di valore atteso condizionato e varianza condizionata rispetto ad una variabile aleatoria. Proprietà. Esempi.
- Distribuzione esponenziale: definizione, valore atteso, varianza e funzione generatrice dei momenti. Proprietà della distribuzione esponenziale di essere senza memoria. Calcolo delle probabilita' di eventi associati a variabili aleatorie funzioni di variabili aletaorie esponenzialmente distribuite. Applicazioni della distribuzione esponenziale in finanza, in teoria delle code, nei processi industriali (funzione di sopravvivenza e tasso di guasto).
- Definizione di processo stocastico ed esempi. Processi stocastici nel discreto:

1) il **processo di conteggio** e sue proprietà;
2) il **processo di Poisson**. Tempi di interarrivo e di attesa in un processo di Poisson e loro proprietà. Proprietà del processo di Poisson e sue applicazioni. Distribuzione condizionata dei tempi di attesa in un processo di Poisson;
3) le **catene di Markov a tempo discreto**: definizione di catena di Markov omogenea, di probabilità di transizione e di matrice di transizione. Traiettoria di una catena di Markov. Esempi di applicazione. Equazioni di Chapman-Kolmogorov. Classificazione degli stati di una catena di Markov: stati accessibili e relazione di comunicazione, stati ricorrenti e transienti. Definizione di catena di Markov irriducibile, positiva e ricorrente. Esempi di applicazione. La passeggiata aleatoria. Probabilità limite o stazionarie. Definizione di catena di Markov ergodica. Il problema della rovina di un giocatore. Calcolo del tempo medio trascorso in uno stato transiente. Esempi. Processi di Markov delle decisioni. Algoritmo di Markov clustering.
4) le **catene di Markov a tempo continuo:** definizione e proprietà. Esempi di applicazione: processi nascita e morte, processi di pura nascita, sistemi di coda. Definizione di funzione di probabilità di transizione e proprietà. Equazioni di Chapman-Kolmogorov, all'indietro e in avanti. Probabilità limite.
5) Modelli Binomiali in Finanza: contratti di opzione su azioni, arbitraggio, probabilità neutrali al rischio. Modello Binomiale ad uno stadio e multiperiodale per la valutazione di opzioni.

- Processi stocastici nel continuo:

1) distribuzione normale e log-normale. Il **moto Browniano**: definizione e cenni storici.
Determinazione del moto Browniano come processo limite di una passeggiata aleatoria. Continuità e non derivabilità delle traiettorie di un moto Browniano. Tempo di primo passaggio. Moto Browniano con drift. Moto Browniano geometrico. Processi gaussiani. Moto Browniano integrato;
2) il processo Martingala: cenni storici e definizione. Definizione di submartingala e supermartingala. Trasfoemazione di submartingale in martingale: scomposizione di Doob- Meyer, trasformazione della misura

di probabilità e Teorema di Girsanov. Applicazioni alla valutazione di opzioni.
3) il **Modello di Black-Scholes (-Merton)** per la valutazione delle opzioni europee: cenni storici, ipotesi di mercato, la formula di Black-Scholes. Esempi di applicazione. Modello Bionomiale come approssimazione discreta del modello Black-Scholes. La strategia di Delta Hedging.
4) il Modello di **Cox-Ingersoll-Ross (CIR)** per studiare l'andamento di tassi di interesse a breve termine.

Riferimenti Bibliografici e Materiali didattici:

1. Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability models* (9th edition), Elsevier, USA, 2007.

2. Lucidi e dispense distribuite a lezione e disponibili online nella pagina web del docente

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Sì
- Seminari: Sì
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No

Modalità di erogazione delle attività formative:
Il corso si sviluppa in lezioni frontali che saranno alternate da approfondimenti teorici seguiti da esercitazioni su problemi di tipo applicativo. Potranno essere previste durante il corso attività seminariali.

Modalità di accertamento delle conoscenze: prova orale.

Competenze, capacità ed abilità verranno valutate dal docente durante il corso tramite l'interazione con gli studenti sugli aspetti esercitativi e mediante una prova orale per la valutazione finale.