

Nome docente	Rosa Maria Mininni
Corso di laurea	C.d.L mag. in “Statistica e Metodi per l’Economia e la Finanza” (I anno)
Anno accademico	2017-2018
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	6
Settore scientifico disciplinare	MAT/06

Programma di Probabilità applicata e Processi Stocastici (a.a. 2017/2018)
(Prof. Mininni Rosa Maria)

Università degli Studi di Bari Aldo Moro

Corso di Laurea Magistrale in “Statistica e Metodi per l’Economia e la Finanza”

Pre-requisiti:

conoscenze di base del calcolo integrale e del Calcolo delle Probabilità.

Obiettivi del corso:

Il corso vuole essere una introduzione ai processi stocastici e una illustrazione di alcuni modelli probabilistici generalmente usati come applicazione della teoria della probabilità allo studio di fenomeni reali in differenti campi. L'approccio non sarà troppo rigoroso dal punto di vista matematico proprio per permettere ad uno studente che non ha conoscenze matematiche approfondite di saper “interpretare probabilisticamente” eventi che non possono essere spiegati in modo deterministico.

Programma:

- Definizione di funzione di distribuzione di probabilità condizionata nel discreto e nel continuo. Definizione di valore atteso condizionato e varianza condizionata rispetto ad una variabile aleatoria. Proprietà. Esempi.
- Distribuzione esponenziale: definizione, valore atteso, varianza e funzione generatrice dei momenti. Proprietà della distribuzione esponenziale di essere senza memoria. Calcolo delle probabilità di eventi associati a variabili aleatorie funzioni di variabili aleatorie esponenzialmente distribuite. Applicazioni della distribuzione esponenziale in finanza, in teoria delle code, nei processi industriali (funzione di sopravvivenza e tasso di guasto).
- Definizione di processo stocastico ed esempi. Processi stocastici nel discreto:

1) il **processo di conteggio** e sue proprietà;

2) il **processo di Poisson**. Tempi di interarrivo e di attesa in un processo di Poisson e loro proprietà.

Proprietà del processo di Poisson e sue applicazioni. Distribuzione condizionata dei tempi di attesa in un processo di Poisson;

3) le **catene di Markov a tempo discreto**: definizione di catena di Markov omogenea, di probabilità di transizione e di matrice di transizione. Traiettoria di una catena di Markov. Esempi di applicazione. Equazioni di Chapman-Kolmogorov. Classificazione degli stati di una catena di Markov: stati accessibili e relazione di comunicazione, stati ricorrenti e transienti. Definizione di catena di Markov irriducibile, positiva e ricorrente. Esempi di applicazione. La passeggiata aleatoria. Probabilità limite o stazionarie. Definizione di catena di Markov ergodica. Il problema della rovina di un giocatore. Calcolo del tempo medio trascorso in uno stato transiente. Esempi. Processi di Markov delle decisioni. Algoritmo di Markov clustering.

4) le **catene di Markov a tempo continuo**: definizione e proprietà. Esempi di applicazione: processi nascita e morte, processi di pura nascita, sistemi di coda. Definizione di funzione di probabilità di transizione e proprietà. Equazioni di Chapman-Kolmogorov, all'indietro e in avanti. Probabilità limite.

5) **Modelli Binomiali in Finanza**: contratti di opzione su azioni, arbitraggio, probabilità neutrali al rischio. Modello Binomiale ad uno stadio e multiperiodale per la valutazione di opzioni.

- Processi stocastici nel continuo:

1) distribuzione normale e log-normale. Il **moto Browniano**: definizione e cenni storici. Determinazione del moto Browniano come processo limite di una passeggiata aleatoria. Continuità e non

derivabilità delle traiettorie di un moto Browniano. Tempo di primo passaggio. Moto Browniano con drift. Moto Browniano geometrico. Processi gaussiani. Moto Browniano integrato;

2) il processo Martingala: cenni storici e definizione. Definizione di submartingala e supermartingala.

Trasformazione di submartingale in martingale: scomposizione di Doob- Meyer, trasformazione della misura di probabilità e Teorema di Girsanov. Applicazioni alla valutazione di opzioni.

3) il Modello di Black-Scholes (-Merton) per la valutazione delle opzioni europee: cenni storici, ipotesi di mercato, la formula di Black-Scholes. Esempi di applicazione. Modello Binomiale come approssimazione discreta del modello Black-Scholes. La strategia di Delta Hedging.

4) il Modello di **Cox-Ingersoll-Ross (CIR)** per studiare l'andamento di tassi di interesse a breve termine.

Bibliografia:

1. Sheldon M. Ross, *Introduction to Probability models* (9th edition), Elsevier, USA, 2007.

2. Lucidi e dispense distribuite a lezione.

Modalità di accertamento conoscenze

- Esoneri: No
- Prova Scritta: No
- Colloquio Orale: Sì

Forme di assistenza allo studio

- Corso presente nella zona in e-learning del Sito Web di Facoltà: No
- Disponibilità on-line di dispense e slide delle lezioni per i frequentanti: Sì

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Sì
- Seminari: Sì
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No