CORSO DI STUDIO Scienze Statistiche
ANNO ACCADEMICO: 2023/2024
DENOMINAZIONE DELL'INSEGNAMENTO:
Analisi matematica e calcolo delle probabilità
(Mathematical analysis and probability)

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo Anno
Periodo di erogazione	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU/ETCS):	10 CFU
SSD	MAT/05
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docente	
Nome e cognome	Giovanni Taglialatela
Indirizzo mail	giovanni.taglialatela@uniba.it
Telefono	
Sede	Bari
Sede virtuale	Codice Microsoft Teams x79mw1p
Ricevimento	Su appuntamento da richiedere tramite mail.

Organizzazione della didattica			
Ore			
Totali	Didattica in presenza	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
250	70		180
CFU/ETCS			
10			

Obiettivi formativi	Il corso si propone di fornire gli strumenti del calcolo differenziale ed integrale per funzioni di più variabili e le principali nozioni del calcolo delle probabilità, delle variabili aleatorie e i loro indicatori. L'acquisizione di questi strumenti renderà lo studente in grado di affrontare con successo altri insegnamenti del corso di studio e la successiva attività professionale di statistico. Le lezioni sono orientate a potenziare ed affinare le capacità logiche deduttive e il senso critico dello studente, per abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio.
Prerequisiti	Tutte le nozioni del corso di Istituzioni di Analisi Matematica del primo anno.

Metodi didattici	Lezioni frontali teoriche ed esercitazioni.

Risultati di apprendimento previsti	
***DD1* Conoscenza e capacità di comprensione**	Le principali nozioni e i più importanti risultati del calcolo differenziale e integrale per funzioni reali di più variabili. Teoria della probabilità e delle variabili aleatorie (discrete e continue).
***DD2* Conoscenza e capacità di comprensione applicate**	Lo studente dovrà sviluppare la capacità di risolvere problemi mediante applicazione dei teoremi, degli strumenti e dei metodi appresi a lezione.
***DD3-5* Competenze trasversali**	

	Lo studente dovrà di essere in grado di valutare criticamente soluzioni operative differenti al fine di individuare la più adeguata agli obiettivi da perseguire.
Contenuti di insegnamento (Programma)	**Calcolo combinatorio.** Diversi modi di estrarre un campione di k elementi da un insieme di n oggetti: campioni ordinati e non ordinati, con o senza ripetizione. Disposizioni, permutazioni, combinazioni. Fattoriale e coefficienti binomiali. Formula del binomio di Newton. Coefficienti binomiali generalizzati e coefficienti multinomiali. Probabilità combinatoria. **Nozioni sulla cardinalità degli insiemi.** Insiemi numerabili e non numerabili; numerabilità degli insiemi dei numeri naturali, interi e razionali; non numerbilità dell'insieme dei numeri reali. **Serie.** Somme parziali. Serie numeriche convergenti, divergenti e oscillanti; somma di una serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Teorema sulla serie geometrica. Serie a termini (definitivamente) positivi. Serie armonica e serie armonica generalizzata. Criterio del confronto, del confronto asintotico, della radice e del rapporto. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno; Teorema di Leibniz. Serie di potenze: raggio di convergenza, derivazione e integrazione termine a termine di una serie di potenze, serie di Taylor di alcune funzioni elementari. **Teoria assiomatica della probabilità.** Algebre di insiemi e logica degli eventi. Equivalenza tra le operazioni logiche sugli eventi e operazioni sugli insiemi. Eventi incompatibili ed eventi necessari. Algebre e sigma-algebre di insiemi. Sigma-algebra generata, sigma-algebra di Borel. Limite di una successione di insiemi. Misura di probabilità e relative proprietà: probabilità del complementare, probabilità della differenza di due insiemi, formula di inclusione-esclusione, monotonia e continuità della probabilità, disuguaglianze di Boole e di Bonferroni. Eventi quasi certi ed eventi quasi impossibili. **Probabilità condizionata.** Legge della probabilità composta. Legge della probabilità totale. Teorema di Bayes. Indipendenza stocastica tra due o più eventi. Eventi positivamente o negativamente correlati. **Variabili aleatorie discrete.** Distribuzione. Funzione di ripartizione. Distribuzioni discrete di uso comune: uniforme, bernoulliana, binomiale, geometrica, binomiale negativa, ipergeometrica, di Poisson. Moda, mediana, media, momenti, momenti centrati, varianza, scarto quadratico medio di una variabile aleatoria discreta. Indipendenza tra due o più variabili aleatorie. Trasformazioni di variabili aleatorie discrete. **Integrali impropri.** Esempi e proprietà. Formule di integrazione (impropria) per sostituzione e per parti. Criterio del confronto e del confronto asintotico. Criterio del confronto serie-integrale. **Variabili aleatorie continue.** Densità. Funzione di ripartizione. Densità di uso comune: uniforme, esponenziale, di Cauchy, gamma, beta, normale, chi-quadro, *t* di student, *F* di Snedecor-Fisher. Mediana, media, momenti, momenti centrati, varianza, scarto quadratico medio di una variabile aleatoria continua. Indipendenza tra due o più variabili aleatorie. Trasformazioni di variabili aleatorie continue. **Topologia di $\mathbf{R}^n$.** Riferimento cartesiano nel piano, nello spazio tridimensionale,

	e in $\mathbb{R}^n$. Operazioni tra vettori: somma, prodotto per uno scalare e prodotto scalare. Vettori ortogonali in $\mathbb{R}^n$. Norma e distanza euclidea in $\mathbb{R}^n$. Sfera aperta, sfera chiusa e superficie sferica. Punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione per un sottoinsieme di $\mathbb{R}^n$. Insiemi aperti e insiemi chiusi di $\mathbb{R}^n$: esempi e proprietà. Insiemi limitati. **Funzioni scalari di più variabili e funzioni a valori vettoriali.** Immagine, grafico e componenti di una funzione. Linee coordinate e curve di livello per una funzione di due variabili. Superfici di livello per funzioni di *n* variabili. Convergenza e continuità per funzioni scalari o vettoriali di *n* variabili. Le funzioni costanti e le funzioni proiezione sono funzioni continue. Teoremi sui limiti. Continuità delle funzioni elementari di *n* variabili. Se *f* è una funzione continua, l'insieme delle soluzioni di una disequazione del tipo $f(x)<c$ oppure $f(x)>c$, (risp. $f(x)=c$, $f(x)\leq c$ o $f(x)\geq c$), è un insieme aperto (risp. chiuso). Una funzione vettoriale è convergente (continua) se, e solo se, tutte le sue componenti sono convergenti (continue). Insiemi connessi per archi in $\mathbb{R}^n$. Teoremi degli zeri, di Bolzano, di Weierstrass. **Calcolo differenziale per funzioni di *n* variabili.** Derivate parziali e derivate direzionali, gradiente e differenziale di una funzione di $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}$. Differenziabilità. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità. Iperpiano tangente e retta normale ad un insieme di livello di una funzione differenziabile. Vettore derivata di una funzione di una variabile a valori vettoriali: suo significato geometrico. Matrice jacobiana e differenziale di una funzione di $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^k$. Differenziale della funzione composta. Derivate parziali di ordine superiore; Teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione. Matrice hessiana di una funzione di $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}$. Polinomio di Taylor del secondo ordine. Punti di minimo e massimo relativo, punti di sella: condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Funzioni (strettamente) convesse o concave; esempi e proprietà. Caratterizzazione delle funzioni convesse, concave, ecc. Funzioni convesse ed ottimizzazione. Punti di minimo e massimo vincolato: moltiplicatori di Lagrange. **Calcolo integrale per funzioni di due variabili.** Area di un rettangoloide e di un dominio normale rispetto ad un asse. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan e loro misura. Integrabilità secondo Riemann per funzioni limitate su un insieme misurabile di $\mathbb{R}^2$ e loro integrale. L'integrale come limite di somme di Cauchy. Proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue in un dominio normale rispetto ad un asse: formule di riduzione. Integrabilità delle funzioni continue in un insieme chiuso e misurabile. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate in un insieme misurabile. Cambio di variabili in un integrale doppio. Coordinate polari. Calcolo di integrali mediante trasformazione in coordinate polari. Integrali impropri in 2 o più variabili. Integrale della funzione Gaussiana. Cenni alla misura e all'integrazione secondo Lebesgue. **Variabili aleatorie multidimensionali.** Distribuzione congiunta e distribuzioni marginali. Funzione di ripartizione congiunta e funzioni di ripartizione marginali. Distribuzioni condizionate. Trasformazioni di variabili aleatorie discrete e continue. Valori caratteristici delle distribuzioni multidimensionali: momenti misti, coefficiente di correlazione, valori attesi condizionati. Densità normale

	multivariata. **Convergenza di variabili aleatorie.** Funzione caratteristica, funzione generatrice dei momenti e funzione generatrice delle probabilità. Successioni di variabili aleatorie. Convergenza in legge (in distribuzione). Convergenza della distribuzione ipergeometrica alla binomiale. Teorema degli eventi rari. Teorema del Limite Centrale. Disuguaglianza di Markov e di Chebychev. Convergenza in probabilità e legge debole dei grandi numeri. Convergenza quasi certa e legge forte dei grandi numeri. Cenni ad altri tipi di convergenza.
Testi di riferimento	M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare, Zanichelli. G. Dall'Aglio, Calcolo delle probabilità, Zanichelli. D.M. Cifarelli, Introduzione al calcolo delle probabilità, McGraw-Hill.
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. Nella prova scritta è richiesta la risoluzione di alcuni esercizi sui vari argomenti del corso. La prova orale prevede la discussione della prova scritta e la verifica delle conoscenze su ulteriori argomenti che non sono oggetto della prova scritta: sono richieste le definizioni dei concetti e gli enunciati dei teoremi trattati nel corso. Sono altresì richieste le dimostrazioni dei principali risultati. L'ammissione alla prova orale è subordinata al raggiungimento della sufficienza nella prova scritta.
Criteri di valutazione	Sono valutati in ugual misura la conoscenza delle nozioni del corso, la capacità di applicarle alla risoluzione di esercizi e la correttezza nell'esposizione.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è una valutazione globale delle prove (prova scritta e prova orale).
Altro	