Nome docente	Taglialatela Giovanni
Corso di laurea	Scienze Statistiche
Insegnamento	Analisi matematica e algebra lineare
Anno accademico	2019/2020
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	10
Settore scientifico disciplinare	MAT/05
Pagina web docente	http://www.uniba.it/docenti/taglialatela-giovanni

Pre-requisiti
Il corso è la prosecuzione del corso di Istituzioni di Analisi Matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire
Il corso si propone di potenziare ed affinare le capacità logiche e il senso critico dello studente, abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio, fornire gli strumenti del calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale e dell'algebra lineare, utili per affrontare con successo altri insegnamenti del corso di laurea e la successiva attività professionale di statistico.

Programma

Complementi sull' integrale delle funzioni di una variabile

Definizione di integrale improprio: esempi e proprietà. Formule di integrazione (impropria) per sostituzione e per parti. Criterio di confronto e di confronto asintotico.

Serie numeriche

Serie numeriche convergenti e divergenti; somma di una serie. Serie geometrica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini positivi. Criterio di confronto con l'integrale improprio; serie armonica e armonica generalizzata. Criterio di confronto, del confronto asintotico, della radice e del rapporto. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno; teorema di Leibniz (*). Serie di potenze. Teorema sul raggio di convergenza (*). Derivazione e integrazione termine a termine di una serie di potenze (*). Serie di Taylor. Sviluppabilità in serie di Taylor (*). Cenni alle serie di potenze nel campo complesso.

Vettori in Rn

Riferimento cartesiano nel piano e nello spazio tridimensionale. Vettori piani e nello spazio tridimensionale e relative operazioni. Vettori in Rn; somma di due vettori, prodotto di uno scalare per un vettore, prodotto scalare di due vettori e relative proprietà. Vettori ortogonali in Rn. Norma e distanza euclidea in Rn. Limiti e continuità per funzioni di n variabili. Sfera aperta, sfera chiusa e superficie sferica. Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione per un sottoinsieme di Rn. Insiemi aperti e insiemi chiusi di Rn: esempi e proprietà. Funzioni di una variabile a valori vettoriali. Immagine, grafico e componenti di una funzione vettoriale.

Convergenza e continuità per funzioni vettoriali di una variabile.

Una funzione vettoriale è convergente (continua) se e solo se tutte le sue componenti sono convergenti (continue). Esempi. Vettore derivata di una funzione di una variabile a valori vettoriali: suo significato geometrico. Funzioni scalari di n variabili. Linee coordinate e linee di livello per una funzione di due variabili. Superfici di livello per funzioni di n variabili. Funzioni di n variabili a valori vettoriali. Convergenza e continuità per funzioni scalari o vettoriali di n variabili. Le funzioni costanti e le funzioni proiezione sono funzioni continue. Teoremi sui limiti. Continuità delle funzioni elementari di n variabili. L'insieme delle soluzioni di una disequazione del tipo $f(x)<c$ o $f(x)>c$, (rispett. $f(x)\leq c$ o $f(x) \geq c$), è aperto, (chiuso). Insiemi limitati in Rn. Insiemi connessi per archi in Rn. Teoremi degli zeri, di Bolzano, di Weierstrass (*).

Calcolo integrale per funzioni di due variabili

Area di un rettangoloide e di un dominio normale all'asse x o y. Insiemi piani misurabili e loro misura. Somme inferiori e superiori di una funzione limitata su un insieme misurabile di R2 e Rn. Integrabilità secondo Riemann per funzioni limitate su un insieme misurabile di R2 e loro integrale. L'integrale come limite di somme di Cauchy. Proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue in un dominio normale all'asse x o y: formule di riduzione. Integrabilità delle funzioni continue in un insieme chiuso e misurabile. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate in un insieme misurabile (*). Cambio di variabili in un integrale doppio (*). Coordinate polari. Calcolo di integrali mediante trasformazione in coordinate polari.

Calcolo differenziale per funzioni di n variabili

Derivate parziali e derivate direzionali, gradiente e differenziale di una funzione di Rn in R. Differenziabilità. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità (*). Esempi. Matrice jacobiana e differenziale di una funzione di Rn in Rk. Differenziale della funzione composta (*). Iperpiano tangente e retta normale ad un insieme di livello di una funzione differenziabile. Derivate parziali di ordine superiore; teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione (*). Matrice hessiana di una funzione di Rn in R. Polinomio di Taylor del secondo ordine. Punti di minimo e massimo relativo, punti di sella: condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Funzioni (strettamente) convesse o concave; esempi e proprietà. Caratterizzazione delle funzioni convesse, concave, ecc. Funzioni convesse ed ottimizzazione. Funzioni implicite; teoremi del Dini (*). Punti di minimo e massimo vincolato: moltiplicatori di Lagrange e di Kuhn Tucker (*).

Matrici

Matrici di tipo k per n. Matrici quadrate. Matrici triangolari superiori o inferiori. Matrici diagonali. Matrici a blocchi. Matrice trasposta. Operazioni tra matrici: somma di due matrici, prodotto di uno scalare per una matrice, prodotto matriciale righe per colonne. Operazioni elementari sulle righe di una matrice. Passo di pivot. Algoritmo di Gauss Jordan. Generalità sui sistemi lineari.

Determinanti

Determinante di una matrice quadrata e relative proprietà. Calcolo del determinante con l’algoritmo di Gauss Jordan e con la regola di Laplace. Matrici quadrate invertibili e relativa inversa. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con l'algoritmo di gauss Jordan. Teorema di Cramer. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con il metodo della matrice aggiunta.

Sottospazi vettoriali di Rn

Sottospazi vettoriali di Rn: esempi. Sottospazio generato da un insieme finito di vettori. Vettori linearmente dipendenti o indipendenti sistema di generatori e base di un sottospazio vettoriale di Rn. Esempi e proprietà. Dimensione di un sottospazio vettoriale di Rn; esempi e proprietà. Caratteristica o rango di una matrice. Calcolo della caratteristica con l'algoritmo di Gauss Jordan e con il metodo degli orlati. Rette, piani ed iperpiani. Sottospazi affini. Equazioni parametriche di una retta affine e di un piano affine in Rn . Equazioni parametriche della retta passante per due punti e del piano per tre punti. Equazioni cartesiane di una retta, di un piano, di un iperpiano.

Sistemi lineari

Teorema di Rouché Cappelli. Risoluzione di un sistema lineare (omogeneo e nonomogeneo) di k equazioni in n incognite con l'algoritmo di Gauss Jordan. L’insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo Ax=0 è un sottospazio vettoriale di dimensione n-car(A). L’insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo Ax=b è un sottospazio affine di dimensione n-car(A) parallelo al sottospazio delle soluzioni del sistema omogeneo Ax=0.

Trasformazioni lineari

Trasformazioni lineari tra Rn ed Rk: esempi e controesempi. Proprietà fondamentali delle trasformazioni lineari. Il nucleo e l'immagine di una trasformazione lineare. Teorema della dimensione. Trasformazione lineare associata ad una matrice. Cambio di coordinate in Rn. Matrice di una trasformazione lineare di Rn in Rk rispetto ad assegnate basi. Matrice di una trasformazione lineare di Rn in sé rispetto ad una base. Matrici simili.

Ortogonalità

Sottospazio ortogonale ad un insieme e ad un sottospazio. Complemento ortogonale ad un sottospazio di Rn. Iperpiano ortogonale ad una retta, retta ortogonale ad un iperpiano. Proiezione ortogonale su un sottospazio di Rn. Caratterizzazione del nucleo e dell'immagine di una trasformazione lineare in termini di complemento ortogonale. Basi ortogonali di un sottospazio di Rn. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Esempi e proprietà.

Autovalori, autovettori,

Autovalori ed autovettori di una matrice quadrata. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica. Matrici simili, matrici diagonalizzabili. Significato della diagonalizzabilità. Condizioni necessarie e sufficienti per la diagonalizzabilità. Proprietà degli autovalori e degli autovettori di una matrice quadrata simmetrica. Una matrice quadrata simmetrica può essere diagonalizzata da una matrice ortogonale.

Forme quadratiche

Forma quadratica associata ad una matrice quadrata simmetrica. Segnatura di una matrice quadrata simmetrica. Segnatura e segno di una forma quadratica. Matrici simmetriche congruenti. Legge d'inerzia di Sylvester (*). Riduzione in forma canonica di una matrice quadrata simmetrica o di una forma quadratica. Studio della segnatura e segno di una forma quadratica mediante il segno degli autovalori, mediante il segno dei coefficienti del polinomio caratteristico e mediante il segno dei minori principali.

(*) senza dimostrazione

Riferimenti bibliografici e materiale didattico

G.Taglialatela, Appunti del corso di Analisi matematica.
M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, Zanichelli (2004).
S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica, Calcolo infinitesimale*, Vol. II, Zanichelli (2001).
E. Schlesinger: *Algebra lineare e geometria*, Zanichelli (2011).

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Sì
- Seminari: No
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No

Modalità di erogazione delle attività formative:

Lezioni frontali teoriche corredate da esempi ed esercizi. Alcune ore vengono dedicate per intero allo svolgimento di esercizi.

Modalità di accertamento delle conoscenze

L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale, il voto finale è una valutazione globale delle due prove. Nella prova scritta è richiesta la risoluzione di alcuni esercizi sui vari argomenti del corso. La prova orale prevede la discussione della prova scritta e la verifica delle conoscenze su ulteriori argomenti che non sono oggetto della prova scritta: sono richieste le definizioni dei concetti e gli enunciati dei teoremi trattati nel corso. Sono altresì richieste le dimostrazioni dei principali risultati. L'ammissione alla prova orale è subordinata al raggiungimento della sufficienza nella prova scritta.