Nome docente	Michele Mininni, Taglialatela Giovanni
Corso di laurea	Scienze Statistiche
Insegnamento	Analisi matematica e algebra lineare
Anno accademico	2016/2017
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	10
Settore scientifico disciplinare	MAT/05
Pagina web docente	http://www.uniba.it/docenti/mininni-michele http://www.uniba.it/docenti/taglialatela-giovanni

Pre-requisiti
Il corso è la prosecuzione del corso di Istituzioni di Analisi Matematica.

Conoscenze e abilità da acquisire
Il corso si propone di potenziare ed affinare le capacità logiche e il senso critico dello studente, abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio, fornire gli strumenti del calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale e dell'algebra lineare, utili per affrontare con successo altri insegnamenti del corso di laurea e la successiva attività professionale di statistico.

Programma

COMPLEMENTI SULL' INTEGRALE DELLE FUNZIONI DI UNA VARIABILE
Definizione di integrale improprio: esempi e proprietà. Formule di integrazione (impropria) per sostituzione e per parti. Criterio di confronto e di confronto asintotico.

SERIE NUMERICHE
Serie numeriche convergenti e divergenti; somma di una serie. Serie geometrica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini positivi. Criterio di confronto con l'integrale improprio; serie armonica e armonica generalizzata. Criterio di confronto, di confronto asintotico, della radice e del rapporto. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno; teorema di Leibniz (*). Serie di potenze. Teorema sul raggio di convergenza (*). Derivazione e integrazione termine a termine di una serie di potenze (*). Serie di Taylor. Sviluppabilità in serie di Taylor (*). Cenni alle serie di potenze nel campo complesso.

VETTORI in $\mathbf{R}^n$
Riferimento cartesiano nel piano e nello spazio tridimensionale. Vettori piani e nello spazio tridimensionale e relative operazioni. Vettori in $\mathbf{R}^n$**;** somma di due vettori, prodotto di uno scalare per un vettore, prodotto scalare di due vettori e relative proprietà. Vettori ortogonali in $\mathbf{R}^n$**.** Norma e distanza euclidea in $\mathbf{R}^n$.

LIMITI e CONTINUITA' per FUNZIONI di n VARIABILI
Sfera aperta, sfera chiusa e superficie sferica. Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione per un sottoinsieme di $\mathbf{R}^n$. Insiemi aperti e insiemi chiusi di $\mathbf{R}^n$: esempi e proprietà.
Funzioni di una variabile a valori vettoriali. Immagine, grafico e componenti di una funzione vettoriale.

Convergenza e continuità per funzioni vettoriali di una variabile. Una funzione vettoriale è convergente (continua) se e solo se tutte le sue componenti sono convergenti (continue). Esempi. Vettore derivata di una funzione di una variabile a valori vettoriali: suo significato geometrico.
Funzioni scalari di n variabili. Linee coordinate e linee di livello per una funzione di due variabili. Superfici di livello per funzioni di n variabili. Funzioni di n variabili a valori vettoriali. Convergenza e continuità per funzioni scalari o vettoriali di n variabili. Le funzioni costanti e le funzioni proiezione sono funzioni continue. Teoremi sui limiti. Continuità delle funzioni elementari di n variabili. L'insieme delle soluzioni di una disequazione del tipo $f(x)<c$ o $f(x)>c$, (rispett. $f(x)\leq c$ o $f(x) \geq c$), è aperto, (chiuso).
Insiemi limitati in $\mathbf{R}^n$. Insiemi connessi per archi in $\mathbf{R}^n$. Teoremi degli zeri, di Bolzano, di Weierstrass (*), di Cantor (*).

CALCOLO INTEGRALE PER FUNZIONI DI DUE VARIABILI

Area di un rettangoloide e di un dominio normale all'asse x o y. Insiemi piani misurabili e loro misura.
Somme inferiori e superiori di una funzione limitata su un insieme misurabile di $\mathbf{R}^2$. Integrabilità secondo Riemann per funzioni limitate su un insieme misurabile di $\mathbf{R}^2$ e loro integrale. L'integrale come limite di somme di Cauchy. Proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue in un dominio normale all'asse x o y: formule di riduzione. Integrabilità delle funzioni continue in un insieme chiuso e misurabile. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate in un insieme misurabile (*). Cambio di variabili in un integrale doppio (*). Coordinate polari. Calcolo di integrali mediante trasformazione in coordinate polari.

CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI n VARIABILI

Derivate parziali e derivate direzionali, gradiente e differenziale di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}$. Differenziabilità. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità (*). Esempi. Matrice Jacobiana e differenziale di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^k$. Differenziale della funzione composta (*). Iperpiano tangente e retta normale ad un insieme di livello di una funzione differenziabile.
Derivate parziali di ordine superiore; teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione (*). Matrice hessiana di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}$. Polinomio di Taylor del secondo ordine. Punti di minimo e massimo relativo, punti di sella: condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Funzioni (strettamente) convesse o concave; esempi e proprietà. Caratterizzazione delle funzioni convesse, concave, ecc. Funzioni convesse ed ottimizzazione. Funzioni implicite; teoremi del Dini (*). Punti di minimo e massimo vincolato: moltiplicatori di Lagrange e di Kuhn Tucker (*).

MATRICI

Matrici di tipo k per n. Matrici quadrate. Matrici triangolari superiori o inferiori. Matrici diagonali. Matrici a blocchi. Matrice trasposta. Operazioni tra matrici: somma di due matrici, prodotto di uno scalare per una matrice, prodotto matriciale righe per colonne. Operazioni elementari sulle righe di una matrice. Passo di pivot. Algoritmo di Gauss Jordan**.** Generalità sui sistemi lineari.

DETERMINANTI

Determinante di una matrice quadrata e relative proprietà. Calcolo del determinante con l'algoritmo di Gauss Jordan e con la regola di Laplace. Matrici quadrate invertibili e relativa inversa. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con l'algoritmo di Gauss Jordan. Teorema di Cramer. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con il metodo della matrice aggiunta.

SOTTOSPAZI VETTORIALI DI $\mathbf{R}^n$

Sottospazi vettoriali di $\mathbf{R}^n$: esempi. Sottospazio generato da un insieme finito di vettori. Vettori linearmente dipendenti o indipendenti Sistema di generatori e base di un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^n$. Esempi e proprietà. Dimensione di un sottospazio vettoriale di $\mathbf{R}^n$; esempi e proprietà. Caratteristica o rango di una matrice. Calcolo della caratteristica con l'algoritmo di Gauss Jordan e con il metodo degli orlati. Rette, piani ed iperpiani. Sottospazi affini. Equazioni parametriche di una retta affine e di un piano affine in $\mathbf{R}^n$. Equazioni parametriche della retta passante per due punti e del piano per tre punti. Equazioni cartesiane di una retta, di un piano, di un iperpiano.

SISTEMI LINEARI

Teorema di Rouché Cappelli. Risoluzione di un sistema lineare (omogeneo e nonomogeneo) di k equazioni in n incognite con l'algoritmo di Gauss Jordan. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo **Ax=0** è un sottospazio vettoriale di dimensione n-car(A). L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo **Ax=b** è un sottospazio affine di dimensione n-car(A) parallelo al sottospazio delle soluzioni del sistema omogeneo Ax=0.

TRASFORMAZIONI LINEARI

Trasformazioni lineari tra $\mathbf{R}^n$ ed $\mathbf{R}^k$: esempi e controesempi. Proprietà fondamentali delle trasformazioni lineari. Il nucleo e l'immagine di una trasformazione lineare. Teorema della dimensione. Trasformazione lineare associata ad una matrice. Cambio di coordinate in $\mathbf{R}^n$. Matrice di una trasformazione lineare di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^k$ rispetto ad assegnate basi. Matrice di una trasformazione lineare di $\mathbf{R}^n$ in sé rispetto ad una base. Matrici simili.

ORTOGONALITA'

Sottospazio ortogonale ad un insieme e ad un sottospazio. Complemento ortogonale ad un sottospazio di $\mathbf{R}^n$**.** Iperpiano ortogonale ad una retta, retta ortogonale ad un iperpiano. Proiezione ortogonale su un sottospazio di $\mathbf{R}^n$. Caratterizzazione del nucleo e dell'immagine di una trasformazione lineare in termini di complemento ortogonale. Basi ortogonali di un sottospazio di $\mathbf{R}^n$**.** Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Esempi e proprietà.

AUTOVALORI, AUTOVETTORI,

Autovalori ed autovettori di una matrice quadrata. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica. Matrici simili, matrici diagonalizzabili. Significato della diagonalizzabilità. Condizioni necessarie e sufficienti per la diagonalizzabilità. Proprietà degli autovalori e degli autovettori di una matrice quadrata simmetrica. Una matrice quadrata simmetrica può essere diagonalizzata da una matrice ortogonale.

FORME QUADRATICHE

Forma quadratica associata ad una matrice quadrata simmetrica. Segnatura di una matrice quadrata simmetrica. Segnatura e segno di una forma quadratica. Matrici simmetriche congruenti. Legge d'inerzia di Sylvester (*). Riduzione in forma canonica di una matrice quadrata simmetrica o di una forma quadratica. Studio della segnatura e segno di una forma quadratica mediante il segno degli autovalori, mediante il segno dei coefficienti del polinomio caratteristico e mediante il segno dei minori principali.

(*) senza dimostrazione

Bibliografia

APPUNTI A CURA DEI DOCENTI

M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2004)

S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica, Calcolo infinitesimale*, Vol. II, ZANICHELLI (2001)

E. Schlesinger: *Algebra lineare e geometria,* ZANICHELLI (2011)

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Si
- Seminari: No
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No

Modalità di erogazione delle attività formative:

Lezioni frontali e numerose esercitazioni sugli argomenti affrontati a lezione.

Forme di assistenza allo studio

- Consulenza tramite posta elettronica: Sì.
- Corso presente nella zona in e-learning del Sito Web di Dipartimento: Sì.

Modalità di accertamento delle conoscenze:

L'esame di profitto prevede una prova scritta ed una prova orale.

Nella prova scritta si richiede allo studente di risolvere alcuni esercizi, in modo da poter accertare che lo studente abbia assimilato gli strumenti di Analisi Matematica e di Algebra lineare affrontati nel corso; si tratta di argomenti su cui sono state svolte numerose esercitazioni.

Il superamento della prova scritta è un prerequisito per il passaggio alla prova orale, in cui verrà chiesto allo studente di dare alcune definizioni, alcuni enunciati e la dimostrazione di alcuni teoremi presi da una lista ampiamente nota.

Il voto finale è ottenuto in base ad una valutazione complessiva della preparazione evidenziata in entrambe le prove.

Alla fine del corso e prima della sessione d'esami, verranno svolte due prove scritte di verifica, (una sugli argomenti di Analisi Matematica, l'altra sugli argomenti di Algebra lineare), attraverso cui gli studenti che hanno seguito le lezioni con profitto possono ottenere l'esonero dalla prova scritta dell'esame.

Uno studente esonerato dalla prova scritta deve sostenere la prova orale entro l'appello di Aprile.