

Programma di ISTITUZIONI di ANALISI MATEMATICA (10 CFU)
Corso di laurea in SCIENZE STATISTICHE
A.A. 2012-2013 - prof. Michele MININNI

PREREQUISITI DEL CORSO:

- *Elementi di teoria degli insiemi: inclusione tra insiemi, insieme vuoto, insieme delle parti di un insieme. Unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano di due insiemi.*
- *Proprietà delle potenze e delle radici. Monomi e polinomi e relative operazioni; prodotti notevoli, teorema di Ruffini, fattorizzazione dei polinomi. Equazioni e disequazioni di I e II grado. Sistemi di due equazioni in due incognite.*
- *Riferimento cartesiano sulla retta e nel piano. Teorema di Pitagora. Distanza tra due punti. Punto medio di un segmento. Equazione della retta. Coefficiente angolare. Condizione di parallelismo e di ortogonalità tra due rette.*

1. **PRELIMINARI** - Concetto di funzione; funzioni iniettive, suriettive, funzioni invertibili. Funzione inversa di una funzione invertibile. Funzione composta

2. **I NUMERI REALI** - Struttura algebrica e relazione di ordine sull'insieme **R** dei numeri reali. L'assioma di completezza. Valore assoluto di un numero reale: proprietà. Minorante, maggiorante, minimo, massimo, estremo superiore ed inferiore di una parte di **R**. Sottoinsiemi contigui di **R**. Principio di induzione.

3. **I NUMERI COMPLESSI** - Forma algebrica e forma trigonometrica. Formule di De Moivre. Potenza n -sima e radici n -sime. Esponenziale complesso. Formule di Eulero.

4. **FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE** - Generalità sulle funzioni reali di una variabile reale. Minoranti, maggioranti, minimo, massimo, estremo superiore ed inferiore di una funzione reale. Funzioni crescenti o decrescenti. Funzioni convesse o concave. Successioni di numeri reali, successioni definite per ricorrenza. Successioni crescenti o decrescenti.

Le funzioni elementari: funzioni lineari affini, ($y=mx+q$), funzioni quadratiche, ($y=ax^2+bx+c$), funzione potenza n -sima, funzione radice n -sima, funzione potenza p -sima, funzione esponenziale in base a e funzione logaritmo in base a , funzioni circolari ($sen, cos, tg, cotg$) e circolari inverse ($arcsen, arccos, arctg, arccotg$). Equazioni e disequazioni.

5. LIMITI DELLE FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE

Intorno di un numero reale, di $+\infty$ o di $-\infty$. Punto di accumulazione per una parte di **R**. Limite di una successione. Limite di una funzione per x che tende ad x_0 , a $+\infty$ o a $-\infty$. Limite da destra e limite da sinistra. Funzioni continue in un punto e in un insieme. Punti di discontinuità (eliminabile, di I specie e di II specie).

Teorema di unicità del limite. Limite della restrizione. Il limite esiste se e solo se i limiti destro e sinistro esistono e coincidono. Carattere locale del limite. Teorema di permanenza del segno, teorema del confronto. Prolungamento delle disuguaglianze. Criterio di divergenza. Teorema dei carabinieri.

Limiti della funzione somma, prodotto e quoziente (*), continuità della funzione somma, prodotto e quoziente. Forme indeterminate. Limiti delle funzioni monotone (*). Criterio di continuità delle funzioni monotone. Continuità delle funzioni elementari. Limiti delle funzioni elementari. Limite delle successioni monotone. Numero di Nepero. Limite della funzione composta (*).

Limiti notevoli. Il principio di sostituzione. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue: teorema degli zeri, di Bolzano, di Weierstrass (*), di Cantor (*).

6. CALCOLO DIFFERENZIALE

Definizione di funzione derivabile e di derivata. Derivata destra e sinistra. Significato geometrico della derivata. Punti angolosi o cuspidali. Derivate di ordine superiore. Derivata delle funzioni elementari. La derivabilità implica la continuità. Derivata delle funzioni somma, prodotto, quoziente di funzioni derivabili. Derivata della funzione composta (*) e della funzione inversa (*).

Funzioni monotone in un punto: definizione, condizione necessaria e condizione sufficiente. Punto di minimo o massimo relativo di una funzione. Teorema di Fermat e sue varianti. Teoremi di Rolle, di Cauchy e di Lagrange. Condizioni necessarie e sufficienti perché una funzione sia costante, crescente, decrescente, strettamente crescente o strettamente decrescente in un intervallo. Condizione sufficiente del II ordine perché un punto sia punto di minimo o massimo relativo.

I e II teorema di De L'Hopital. (*). Funzioni convesse, concave, strettamente convesse e strettamente concave in un intervallo: definizione, condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Punti di flesso. Asintoti. Studio del grafico di una funzione reale di una variabile reale.

Formula di Taylor con il resto in forma di Peano e in forma di Lagrange (*). Condizione di ordine superiore al II perché x_0 sia punto di minimo o massimo relativo (*). Stima dell' errore dell' approssimazione.

7. CALCOLO INTEGRALE

Somme inferiori e superiori di una funzione limitata. Funzioni integrabili secondo Riemann e loro integrale. Esempi di funzioni integrabili e non integrabili. Criteri di integrabilità. Integrabilità delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue (*). Somme di Cauchy e integrale. Proprietà dell'integrale. Area del rettangoloide e del dominio normale. Teorema della media.

Nozione di primitiva. Proprietà delle primitive. Teorema di Torricelli-Barrow (*). Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrazione indefinita (e definita) per parti e per sostituzione. Integrale indefinito delle funzioni razionali e di alcune funzioni irrazionali.

Definizione di integrale improprio: esempi e proprietà. Formule di integrazione (impropria) per sostituzione e per parti.

(* *dimostrazione facoltativa*)

TESTI CONSIGLIATI :

APPUNTI A CURA DEL DOCENTE

M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2001)

S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2001)

P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica, Vol I, Parte I e Parte II*, LIGUORI