Nome docente	Prof. MICHELE MININNI
Corso di laurea	Scienze Statistiche
Anno accademico	2013-2014
Periodo di svolgimento	Primo semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	10
Settore scientifico disciplinare	Mat/05

Programma di ANALISI MATEMATICA ed ELEMENTI di ALGEBRA LINEARE

(a.a. 2013/2014)

(Prof. MININNI MICHELE)

Università degli Studi di Bari Aldo Moro

I Facoltà di Economia

Corso di Laurea in SCIENZE STATISTICHE

Pre-requisiti

Il corso è la prosecuzione del corso di Istituzioni di Analisi Matematica.

Obiettivi del corso

Il corso si propone di potenziare ed affinare le capacità logiche e il senso critico dello studente, abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio, fornire gli strumenti del calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale e dell'algebra lineare, utili per affrontare con successo altri insegnamenti del corso di laurea e la successiva attività professionale di statistico .

Programma

COMPLEMENTI SULL' INTEGRALE DELLE FUNZIONI DI UNA VARIABILE

Definizione di integrale improprio: esempi e proprietà. Formule di integrazione (impropria) per sostituzione e per parti. Criterio di confronto e di confronto asintotico.

SERIE NUMERICHE

Serie numeriche convergenti e divergenti; somma di una serie. Serie geometrica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie a termini positivi. Criterio di confronto con l'integrale improprio; serie armonica e armonica generalizzata. Criterio di confronto, di confronto asintotico, della radice e del rapporto. Serie assolutamente convergenti. Serie a termini di segno alterno; teorema di Leibniz (*). Cenni alle serie di potenze. Teorema sul raggio di convergenza. (*) Derivazione e integrazione termine a termine di una serie di potenze. (*)

VETTORI in $\mathbf{R}^n$

Riferimento cartesiano nel piano e nello spazio tridimensionale. Vettori piani e nello spazio tridimensionale e relative operazioni. Vettori in $\mathbf{R}^n$**;** somma di due vettori, prodotto di uno scalare per un vettore, prodotto scalare di due vettori e relative proprietà. Vettori ortogonali in $\mathbf{R}^n$**.** Norma e distanza euclidea in $\mathbf{R}^n$.

LIMITI e CONTINUITA' per FUNZIONI di n VARIABILI
Sfera aperta, sfera chiusa e superficie sferica. Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione per un sottoinsieme di $\mathbf{R}^n$. Insiemi aperti e insiemi chiusi di $\mathbf{R}^n$.: esempi e proprietà.
Funzioni di una variabile a valori vettoriali. Immagine, grafico e componenti di una funzione vettoriale. Convergenza e continuità per funzioni vettoriali di una variabile. Una funzione vettoriale è convergente (continua) se e solo se tutte le sue componenti sono convergenti (continue). .Esempi. Derivata di una funzione di una variabile a valori vettoriale: suo significato geometrico..
Funzioni scalari di n variabili. Linee coordinate e linee di livello per una funzione di due variabili. Superfici di livello per funzioni di n variabili. Funzioni di n variabili a valori vettoriali. Convergenza e continuità per funzioni scalari o vettoriali di n variabili. Le funzioni costanti e le funzioni proiezione sono funzioni continue. Teoremi sui limiti. Continuità delle funzioni elementari di n variabili. L'insieme delle soluzioni di una disequazione del tipo $f(x)<c$ o $f(x)>c$, (rispett. $f(x)\leq c$ o $f(x) \geq c$), è aperto, (chiuso).
Insiemi limitati in $\mathbf{R}^n$. Insiemi connessi per archi in $\mathbf{R}^n$. Teoremi di Weierstrass (*), degli zeri e di Bolzano.

CALCOLO INTEGRALE PER FUNZIONI DI DUE VARIABILI
Area di un rettangoloide e di un dominio normale all'asse x o y. Insiemi piani misurabili e loro misura..
Somme inferiori e superiori di una funzione limitata su un insieme misurabile di $\mathbf{R}^2$ ..Concetto di integrabilità secondo Riemann per funzioni limitate su un insieme misurabile di $\mathbf{R}^2$ e loro integrale. L'integrale come limite di somme di Cauchy. Proprietà dell'integrale. Integrabilità delle funzioni continue in un dominio normale all'asse x o y: formule di riduzione. Integrabilità delle funzioni continue in un insieme chiuso e misurabile. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate in un insieme misurabile(*). Cambio di variabili in un integrale doppio (*). Coordinate polari. Calcolo di integrali mediante trasformazione in coordinate polari.

CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI n VARIABILI
Derivate parziali e derivate direzionali, gradiente e differenziale di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}$. Differenziabilità. Condizioni necessarie per la differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità(*). Esempi. Matrice Jacobiana di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^k$. Derivata della funzione composta (*). Insiemi di livello; iperpiano tangente e retta normale ad un insieme di livello.
Derivate parziali di ordine superiore; invertibilità dell' ordine di derivazione (*). Matrice hessiana di una funzione di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}$. Polinomio di Taylor del secondo ordine. Punti di minimo e massimo relativo, punti di sella: condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Funzioni convesse (strettamente) o concave; esempi e proprietà. Caratterizzazione delle funzioni convesse, concave, ecc. Funzioni convesse ed ottimizzazione. Funzioni implicite; teoremi del Dini (*). Punti di minimo e massimo vincolato: moltiplicatori di Lagrange e di Kuhn Tucker (*).

MATRICI
Matrici di tipo k per n. Matrici quadrate. Matrici triangolari superiori o inferiori. Matrici diagonali. Matrici a blocchi. Matrice trasposta. Operazioni tra matrici: somma di due matrici, prodotto di uno scalare per una matrice, prodotto matriciale righe per colonne. Matrici quadrate invertibili e relativa inversa. Operazioni elementari sulle righe di una matrice. Passo di pivot. Algoritmo di Gauss Jordan.

DETERMINANTI
Determinante di una matrice quadrata e relative proprietà. Calcolo del determinante con l'algoritmo di Gauss Jordan e con la regola di Laplace. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con l'algoritmo di Gauss Jordan. Caratteristica o rango di una matrice. Calcolo della caratteristica con l'algoritmo di Gauss Jordan.

SISTEMI LINEARI
Sistemi (omogenei e nonomogenei) di k equazioni lineari in n incognite; loro risoluzione con l'algoritmo di Gauss Jordan. Struttura dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo o non omogeneo. Teorema di Rouché Cappelli. Teorema di Cramer. Matrice aggiunta e matrice inversa di una matrice quadrata invertibile.

SOTTOSPAZI VETTORIALI DI $\mathbf{R}^n$
Sottospazi vettoriali di $\mathbf{R}^n$: esempi. Sottospazio generato da un insieme finito di vettori. Vettori linearmente dipendenti o indipendenti Legame tra la caratteristica di una matrice e la lineare indipendenza delle sue righe o colonne. Sistema di generatori e base di un sottospazio vettoriale. Esempi e proprietà. Concetto di

dimensione di un sottospazio vettoriale; esempi e proprietà. La caratteristica di una matrice come dimensione dello spazio generato dalle sue righe o dalle sue colonne. Rette, piani ed iperpiani. Sottospazi affini. Equazioni parametriche di una retta e di un piano in $\mathbf{R}^n$. Equazioni parametriche della retta passante per due punti e del piano per tre punti. Equazioni cartesiane di una retta, di un piano, di un iperpiano.

TRASFORMAZIONI LINEARI
Trasformazioni lineari tra $\mathbf{R}^n$ ed $\mathbf{R}^k$: esempi e proprietà. Il nucleo e l'immagine di una trasformazione lineare. Teorema della dimensione. Trasformazione lineare associata ad una matrice. Matrice di una trasformazione lineare di $\mathbf{R}^n$ in $\mathbf{R}^k$. Cambio di coordinate in $\mathbf{R}^n$. Matrice di una trasformazione lineare di $\mathbf{R}^n$ in sé rispetto ad una base.

ORTOGONALITA'
Sottospazio ortogonale ad un insieme e ad un sottospazio. Complemento ortogonale ad un sottospazio di $\mathbf{R}^n$**.** Iperpiano ortogonale ad una retta, retta ortogonale ad un iperpiano. Caratterizzazione del nucleo e dell'immagine di una trasformazione lineare in termini di complemento ortogonale. Basi ortogonali in $\mathbf{R}^n$**.** Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Esempi e proprietà.

AUTOVALORI, AUTOVETTORI, FORME QUADRATICHE
Autovalori ed autovettori di una matrice quadrata. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica. Matrici simili, matrici diagonalizzabili: condizioni necessarie e sufficienti. Significato della diagonalizzabilità. Proprietà degli autovalori e degli autovettori di una matrice quadrata simmetrica. Una matrice quadrata simmetrica può essere diagonalizzata da una matrice ortogonale. Segnatura di una matrice quadrata simmetrica. Matrici congruenti. Riduzione in forma canonica di una matrice quadrata simmetrica. Forma quadratica associata ad una matrice quadrata simmetrica. Segnatura e segno di una forma quadratica. Riduzione in forma canonica di una forma quadratica. Studio del segno di una forma quadratica mediante il segno degli autovalori, mediante il segno dei coefficienti del polinomio caratteristico e mediante il criterio di Sylvester.

(*) senza dimostrazione

Bibliografia

APPUNTI A CURA DEL DOCENTE

M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2001)

S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica, Calcolo infinitesimale*, Vol. II, ZANICHELLI (2001)

E. Schlesinger: *Algebra lineare e geometria*, ZANICHELLI (2011)

V. Abatangelo, B. Larato, A. Terrusi: *Complementi ed esercizi di Algebra*, Laterza (Bari)

Modalità di accertamento conoscenze

- Esoneri: Si/
- Prova Scritta: Si
- Colloquio Orale: Si

Forme di assistenza allo studio

- Corso presente nella zona in e-learning del Sito Web di Facoltà: No

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Si
- Seminari: No
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No