

SCHEDA INSEGNAMENTO: Matematica
DOCENTE: Cosimo Filotico
A.A. 2020-2021

Insegnamento	Matematica		
SSD	MAT/05		
Anno di Corso	2020/2021		
Codice Insegnamento	005989		
Semestre	I Semestre		
Docente	Cosimo Filotico		
Crediti	8 CFU		
Semestre	Dal 15 Ottobre al 10 Gennaio		
Propedeuticità	L'esame di Matematica è propedeutico agli esami di Fisica Terrestre e di Geofisica Applicata.		
Prerequisiti	<p>Al fine di comprendere e saper applicare la maggior parte delle tecniche descritte nell'insegnamento è necessaria non solo la padronanza degli strumenti di base della Logica e della Teoria degli Insiemi ma anche dei seguenti elementi di Matematica elementare:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Calcolo algebrico elementare: potenze, valore assoluto, polinomi, equazioni e disequazioni di 1° e 2° grado; • Elementi di base di geometria analitica: retta, parabola, circonferenza, ellisse e iperbole. • Elementi di base di trigonometria: angoli in radianti, circonferenza goniometrica, seno, coseno, tangente e relazioni fondamentali. 		
Obiettivi formativi	<p><i>Conoscenza e capacità di comprensione</i> Lo studente dovrà acquisire le competenze relative ai principi fondamentali della Matematica di base attraverso i vari teoremi e dovrà applicare le competenze teoriche acquisite allo studio di funzioni in una o più variabili, alla ricerca delle primitive e, più in generale, alla ricerca di soluzioni per alcuni modelli di equazioni differenziali.</p> <p><i>Capacità di applicare conoscenza e comprensione</i> Le conoscenze acquisite durante il corso saranno applicate in Statistica e Probabilità e negli insegnamenti di area Fisica. Più in generale, il metodo scientifico, acquisito attraverso lo studio delle conoscenze matematiche di base, verrà applicato dallo studente nello studio delle diverse discipline scientifiche presenti nel piano di Studi.</p> <p><i>Autonomia di giudizio</i> Lo studente deve dimostrare di aver acquisito una sufficiente autonomia di giudizio e applicazione dei vari teoremi.</p> <p><i>Abilità comunicative</i> Ci si attende che lo studente acquisisca la capacità di discutere i concetti fondamentali delle tematiche di studio in modo chiaro ed esauriente, utilizzando un linguaggio scientifico adeguato. Al raggiungimento di questo obiettivo concorrono le discussioni durante le lezioni teoriche e le relazioni relative alle esercitazioni.</p> <p><i>Capacità di apprendimento</i> I risultati attesi riguardano la capacità di integrare le conoscenze di base attraverso percorsi personali di approfondimento. Lo studente dovrà mostrare di aver sviluppato capacità di apprendere e di orientarsi agevolmente nelle problematiche che si presentano nelle varie applicazioni.</p>		
Metodi didattici	Lezioni frontali	Esercitazioni	Totale
<i>Ore didattica assistita</i>	54	30	84
<i>Ore studio individuale</i>	96	20	116
<i>Crediti</i>	6	2	8

<p>Metodi di valutazione</p>	<p>L'esame finale prevede una prova scritta e una orale. La prova scritta, della durata di circa 2 ore, è finalizzata ad accertare l'autonomia dello studente nello svolgimento di esercizi che sono relativi agli argomenti principali del corso e sono basati su modelli precedentemente svolti durante le esercitazioni in aula. In itinere la prova scritta può essere sostituita da due verifiche intermedie. La prova orale, obbligatoria, si basa sulla verifica delle conoscenze teoriche dei contenuti del corso e sulla risoluzione di esercizi relativi agli argomenti del corso.</p>
<p>Programma</p>	<p>CORPO DEI NUMERI REALI</p> <p>Definizione di R come campo totalmente ordinato e sue proprietà. Completezza di R. Sottoinsiemi N, Z, Q. Principio di induzione. Densità di Q in R. Intervalli reali: definizione e loro caratterizzazione. Rappresentazione grafica di R: la retta orientata. Retta ampliata e forme indeterminate. Valore assoluto e sue proprietà. Distanza su R e sue proprietà. Maggiorante e minorante di un insieme. Massimo e minimo di un insieme. Unicità del massimo e del minimo. Insiemi limitati e illimitati superiormente e/o inferiormente. Teorema di completezza. Estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme: definizione e caratterizzazione. Cenni di topologia su R: punti interni, esterni, di frontiera, insiemi aperti, insiemi chiusi, intorni, punti di accumulazione, punti isolati. Cenni sulle proprietà di R²: struttura di spazio vettoriale, distanza, intorni sferici. Rappresentazione grafica di R²: il piano cartesiano. Formula risolutiva dell'equazione di secondo grado. Risoluzione di equazioni di grado superiore al secondo: metodo di Ruffini. Disequazioni fratte. Nozioni di base su retta, circonferenza e parabola. Nozioni di base di goniometria e trigonometria.</p> <p>NUMERI COMPLESSI</p> <p>Numeri complessi: somma e prodotto di coppie. Rappresentazione algebrica di un numero complesso. Piano di Gauss. Re z, Im z, coniugato di z, opposto di z, modulo di z, argomento di z, argomento principale di z e relative proprietà. Distanza in C. Opposto, reciproco e quoziente di numeri complessi. Forma trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso. Teorema di De Moivre. Radice n-esima di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra. Risoluzione di equazioni algebriche di II grado in C.</p> <p>FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE</p> <p>Funzioni e loro proprietà. Funzioni reali e di variabile reale. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive. Funzione inversa. Immagini dirette e inverse di insiemi mediante una funzione. Ridotta, restrizione e prolungamento di una funzione. Operazioni tra funzioni. Composizione funzionale. Funzioni definite a tratti. Grafico di una funzione. Funzioni pari, dispari, periodiche. Funzioni monotone e strettamente monotone. Successioni monotone. Funzioni inverse, composte e reciproche di funzioni monotone. Funzioni limitate superiormente o inferiormente. Estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione. Massimo e minimo assoluto di una funzione.</p> <p>Funzioni elementari. Funzioni costanti, lineari, quadratiche e funzione identità. Funzione iperbole. Funzione valore assoluto. Funzione radice quadrata e radice cubica. Funzione segno. Funzione parte intera. Funzione mantissa. Funzioni potenza con esponente intero naturale. Funzioni polinomiali. Funzioni razionali fratte. Funzioni radice n-esima. Funzioni potenza con esponente intero negativo, razionale, reale. Funzioni esponenziali. Funzioni logaritmiche. Funzioni trigonometriche: seno, coseno, tangente. Funzioni trigonometriche inverse: arcoseno, arcocoseno, arcotangente.</p> <p>Limiti. Limite L di una funzione in x_0 (con L, x_0 finiti o infiniti). Teorema di unicità del limite*. Carattere locale del limite. Limite destro, limite sinistro e loro legame con il limite. Legami tra limiti di funzioni e limiti di successioni. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Teorema della permanenza del segno per funzioni. Teorema sul limite di funzioni composte. Teorema del confronto o dei due carabinieri per funzioni*. Limiti di funzioni e limitatezza di funzioni. Limiti notevoli tra cui il limite per $x \rightarrow 0$ di $\frac{\sin(x)}{x}$, $1 - \cos(x)/x^2$, $\frac{\tan(x)}{x}$, $\frac{\arcsin(x)}{x}$, $\frac{\arctg(x)}{x}$, $\log_a(1+x)/x$, $(e^x - 1)/x$. Infiniti, infinitesimi ed equivalenze asintotiche. Asintoti verticali, orizzontali e obliqui.</p>

	<p>Continuità. Continuità in un punto e in un insieme. Continuità a destra e a sinistra in un punto. Punti di discontinuità e loro classificazione. Operazioni con le funzioni continue. Continuità delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Continuità delle funzioni elementari. Prolungabilità a funzioni continue. Teorema della permanenza del segno. Teorema degli zeri o di Bolzano. Teorema dei valori intermedi. Teorema di Weierstrass. Teorema sulla stretta monotonia di funzioni iniettive.</p> <p>Derivabilità. Funzioni derivabili in un punto e in un intervallo. Funzione derivata prima. Equazione della retta tangente. Continuità delle funzioni derivabili*. Derivata destra e derivata sinistra. Cuspidi, punti angolosi, punti di flesso a tangente verticale. Regole di calcolo delle derivate: della somma, del prodotto, del reciproco, del rapporto, della composta, dell'inversa. Derivate delle funzioni elementari. Derivate seconde e di ordine superiore. Punti di massimo o di minimo relativo. Punti critici. Teorema di Fermat. Teorema di Rolle*. Teorema del valor medio o di Lagrange *. Teorema sulle funzioni a derivata nulla. Monotonia delle funzioni derivabili. Test della derivata seconda o di ordine superiore. Concavità, convessità e derivate seconde. Punti di flesso e condizione necessaria.</p> <p>Grafici qualitativi. Studio del grafico qualitativo di una funzione razionale fratta.</p> <p>INTEGRAZIONE</p> <p>Integrali indefiniti. Primitiva di una funzione. Proprietà delle primitive in un intervallo*. Integrale indefinito di una funzione. Integrali indefiniti immediati. Linearità degli integrali indefiniti. Regole di calcolo degli integrali indefiniti: per sostituzione, per parti. Integrali di funzioni razionali.</p> <p>Integrali definiti. Cenni della teoria della misura di Peano Jordan. Funzioni limitate integrabili secondo Riemann. Significato geometrico dell'integrale di Riemann. Integrali definiti. Integrabilità di funzioni monotone, continue e con numero finito di punti di discontinuità. Proprietà degli integrali definiti: linearità, additività, monotonia. Teorema della media integrale. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale*. Teorema di Torricelli*.</p> <p>FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI</p> <p>Lo spazio \mathbf{R}^N. Prodotto scalare, norma e distanza euclidea in \mathbf{R}^N. Intorni sferici di un punto di \mathbf{R}^N e cenni di topologia. Funzioni reali di due variabili. Grafico, limiti e continuità. Teorema di Weierstrass. Derivate direzionali e parziali. Differenziabilità. Legami tra il gradiente e il differenziale. Differenziabilità e continuità. Teorema del differenziale totale.</p> <p>CENNI SULLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI LINEARI</p> <p>Modello di Lotka Volterra. Equazioni differenziali del primo ordine e soluzioni di un problema di Cauchy. Teorema di esistenza e unicità locale. Teorema di esistenza e unicità globale. Equazioni differenziali a variabili separabili*. Equazioni differenziali lineari del primo ordine a coefficienti continui*. Equazioni differenziali lineari omogenee del secondo ordine a coefficienti costanti.</p> <p>N.B. Gli argomenti contrassegnati con * includono le relative dimostrazioni.</p>
<p>Testi di Riferimento</p>	<p>E. Acerbi, G. Buttazzo, <i>Primo corso di Analisi Matematica</i>, Pitagora Ed., Bologna (1997) G. C. Barozzi, <i>Primo Corso di Analisi Matematica</i>, Zanichelli Editore, Bologna (1998) M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli, <i>Analisi Matematica</i>, 2^a Ed., McGraw-Hill, Milano (2011) M. Bertsch, R. Dal Passo, <i>Elementi di Matematica</i>, Aracne Ed., Roma (2001) M. Bianchi, E. Paparoni, <i>Matematica per le Scienze</i>, Pearson Education Italia (2007) P. Boieri, G. Chiti, <i>Precorso di Matematica</i>, Zanichelli Editore, Bologna (1994) M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, <i>Matematica. Calcolo infinitesimale e algebra lineare</i>. Seconda Edizione. Zanichelli Ed., Bologna (2004) F. Conti, <i>Calcolo. Teoria e applicazioni</i>, McGraw-Hill, Milano (1993) P. Marcellini, C. Sbordone, <i>Elementi di Analisi Matematica 1</i>, Liguori Ed., Napoli (2002) P. Marcellini, C. Sbordone, <i>Esercitazioni di Matematica</i>, 1° vol. (I e II), Liguori Ed., Napoli (1998)</p>
<p>Testi di Approfondimento e strumenti a supporto della didattica</p>	<p>I libri di testo devono essere integrati con gli appunti presi a lezione. Slide delle lezioni.</p>