

Principali informazioni sull'insegnamento	
Titolo insegnamento	ANALISI MATEMATICA II
Corso di studio	SCIENZA E TECNOLOGIA DEI MATERIALI L-30
Crediti formativi	10
Denominazione inglese	MATHEMATICAL ANALYSIS II
Obbligo di frequenza	Secondo Regolamento Didattico
Lingua di erogazione	ITALIANO

Docente responsabile	Giusi Vaira	giusi.vaira@uniba.it
-----------------------------	-------------	--

Dettaglio crediti formativi	Ambito disciplinare	SSD	Crediti
	Formazione di Base	MAT05	10

Modalità di erogazione	Periodo di erogazione	Anno di corso	Modalità di erogazione
	II semestre	I anno	Lezioni frontali 8 CFU (64 h) Esercitazione 2 CFU (30 h)

Organizzazione della didattica	Ore totali	Ore di corso	Ore di studio individuale
	250	94	156

Calendario	Inizio attività didattiche	Fine attività didattiche
	Secondo Reg. Didattico	Secondo Reg. Didattico

Syllabus	
Obiettivi	Acquisire conoscenze, capacità di comprensione teorica e applicata relativamente ad elementi di Algebra Lineare (spazi vettoriali, matrici, autovalori, autovettori, trasformazioni lineari, risoluzione di sistemi lineari); successioni e serie di funzioni (serie di potenze, serie di Taylor, serie di Fourier); calcolo differenziale per funzioni in più variabili scalari e vettoriali; curve e forme differenziali; integrazione curvilinea; integrazione multipla; superfici, equazioni differenziali lineari e non lineari di ordine n ; sistemi di equazioni differenziali del primo ordine.
Prerequisiti	Conoscenze di base dell'Analisi Matematica I: limiti, calcolo differenziale ed integrale di funzioni di una variabile reale.
Risultati di apprendimento previsti	<ul style="list-style-type: none"> <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i> <p>Conoscenza e comprensione degli elementi di base dell'algebra lineare. Conoscenza del calcolo differenziale per funzioni di più variabili scalari e vettoriali. Conoscenza e comprensione delle serie di funzioni (serie di potenze, serie di Taylor, serie di Fourier) e dei risultati relativi alla determinazione dell'insieme di convergenza puntuale e uniforme di una serie di funzioni. Conoscenza e comprensione della nozione di forma differenziale e dei risultati relativi alla determinazione del potenziale di una forma differenziale. Conoscenza e comprensione della teoria della misura e del calcolo integrale per funzioni di più variabili. Conoscenza e comprensione</p>

	<p>della teoria delle equazioni differenziali lineari e non lineari di ordine n e dei sistemi di equazioni differenziali del primo ordine.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i> <p>Capacità di risolvere autonomamente sistemi lineari e ricercare autovalori e autovettori di matrici. Capacità di formalizzare ed effettuare autonomamente calcoli inerenti le funzioni di più variabili scalari e vettoriali, la risoluzione di integrali doppi e determinazione di lunghezze di curve. Capacità di determinare potenziali per forme differenziali e determinazione di integrali curvilinei. Capacità di applicare le conoscenze nello studio delle serie di funzioni, in particolare delle serie di potenze. Capacità di risolvere equazioni differenziali lineari ed alcune classi di equazioni non lineari derivanti dalla fisica e dalla chimica.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Autonomia di giudizio</i> <p>Riconoscere dimostrazioni corrette e individuare ragionamenti fallaci.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Abilità comunicative</i> <p>Competenze nella comunicazione in lingua italiana. Capacità di presentazione e divulgazione orale e scritta di argomenti aventi contenuti di tipo matematico relativi agli argomenti trattati con linguaggio scientifico appropriato.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Capacità di apprendere</i> <p>Capacità di apprendimento sufficienti ad interpretare formulazioni matematiche di fenomeni fisici e chimico-fisici; ad intraprendere studi di livello superiore volti alla modellizzazione matematica di fenomeni fisici e chimico-fisici.</p>
Contenuti in breve	<p>Elementi di Algebra Lineare. Serie di Funzioni. Serie di potenze. Serie di Fourier. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili scalari e vettoriali. Curve, integrali curvilinei. Forme differenziali e integrali di forme differenziali. Integrali multipli. Superfici e integrali di superficie. Equazioni differenziali e sistemi di equazioni differenziali con applicazioni alla fisica e alla chimica.</p>
Programma in dettaglio	<p>ELEMENTI DI ALGEBRA LINEARE</p> <p>Spazi vettoriali reali e sottospazi vettoriali. Vettori linearmente indipendenti. Sistema di generatori di uno spazio vettoriale. Spazi vettoriali finitamente generati. Base di uno spazio vettoriale. Teorema sulla base. Lo spazio dei polinomi reali. Matrici reali. Matrici rettangolari. Matrici quadrate. Matrice diagonale. Matrice triangolare dall'alto, matrice triangolare dal basso. Matrice trasposta. Somma di matrici, prodotto di una matrice per uno scalare. Lo spazio vettoriale</p>

delle matrici rettangolari. Teorema sulla dimensione dello spazio vettoriale delle matrici rettangolari. Prodotto tra matrici. Matrice inversa di una matrice quadrata. Determinante di una matrice quadrata. Proprietà del determinante. Regola Sarrus. Formula di Laplace. Rango di una matrice. Sistemi di equazioni lineari. Regola di Cramer. Teorema di Rouché-Capelli. Metodi di risoluzione di sistemi lineari. Forme quadratiche. Autovalori ed autovettori di una matrice. Trasformazioni lineari. Teorema di rappresentazione di una trasformazione lineare.

SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

Convergenza puntuale e uniforme di una successione di funzioni. Convergenza puntuale ed uniforme di una serie di funzioni. Convergenza assoluta e convergenza totale di una serie di funzioni. Teorema di integrazione per serie. Teorema di derivazione per serie. Criterio di convergenza uniforme di Cauchy. Serie di potenze. Insieme di convergenza. Raggio di convergenza e sue proprietà. Criteri del rapporto e di Cauchy-Hadamard per il calcolo del raggio di convergenza. Teorema di Abel. Proprietà della somma di una serie di potenze. Sviluppabilità in serie di Taylor. Teorema sulla sviluppabilità in serie di Taylor. Funzioni analitiche. Principali sviluppi. Serie di Fourier. Convergenza puntuale della serie di Fourier. Spazio delle funzioni a quadrato sommabile. Teorema sulla convergenza quadratica delle serie di Fourier. Uguaglianza di Parseval.

CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIU' VARIABILI

Lo spazio vettoriale reale n-dimensionale. Modulo, distanza e prodotto scalare. Elementi di topologia. Intorno sferico. Punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti, chiusi, limitati e compatti. Punti di accumulazione. Limiti e continuità e teoremi relativi. Calcolo dei limiti. Limite lungo una retta e in coordinate polari. Derivate parziali e derivate direzionali. Funzioni differenziabili e loro proprietà. Teorema sulla continuità delle funzioni differenziabili. Teorema del gradiente. Teorema del differenziale totale. Piano tangente. Teorema di derivazione della funzione composta. Teorema di Lagrange. Derivazione sotto il segno di integrale. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwartz. Matrice hessiana. Formula di Taylor per funzioni di più variabili. Aperti connessi. Teorema sulle funzioni a gradiente nullo. Punti di massimo e minimo relativo. Punti critici e punti di sella. Teorema di Fermat. Condizione necessaria per la ricerca di punti di massimo o minimo locale. Matrice Hessiana. Forme quadratiche e autovalori. Condizione sufficiente per la ricerca di massimi e minimi relativi. Punti critici vincolati. Teorema dei Moltiplicatori di Lagrange. Determinazione del massimo e minimo vincolato con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Ricerca del massimo e minimo assoluto per funzioni di due variabili. Funzioni a valori vettoriali. Limite e continuità. Derivata e integrale di funzioni di una variabile a più componenti. Campi vettoriali. Derivata direzionale

e differenziabilità. Matrice jacobiana. Teorema di differenziabilità della funzione composta. Derivate parziali delle funzioni composte. Divergenza, rotore e laplaciano.

CURVE E FORME DIFFERENZIALI

Curve. Curve semplici, regolari e regolari a tratti. Curve di Jordan. Curve celebri: elica cilindrica, strofoide, folium di Cartesio, spirale logaritmica. Curve in forma polare: cardiode. Cambiamento di parametro e curve equivalenti. Ascissa curvilinea. Curve rettificabili. Lunghezza di una curva regolare. Invarianza rispetto a cambiamenti di parametro. Integrali curvilinei di prima specie e relative proprietà. Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Forme differenziali. Integrale curvilineo di forme differenziali e proprietà. Forme differenziali chiuse. Forme differenziali esatte. Funzione primitiva o potenziale. Calcolo dell'integrale curvilineo di una forma differenziale. Criteri di integrabilità delle forme differenziali. Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Legame tra forme differenziali chiuse e esatte. Teorema sulla caratterizzazione delle forme esatte su insiemi aperti connessi mediante l'integrale lungo cammini. Insiemi stellati rispetto a un punto. Teorema sull'esattezza delle forme chiuse su. Teorema sull'esattezza delle forme chiuse su semplicemente connessi. Metodo geometrico per determinare un potenziale. Metodo analitico per determinare un potenziale. Campi vettoriali conservativi e irrotazionali e collegamenti con la fisica. Formule di Gauss--Green nel piano.

INTEGRALI MULTIPLI

Misura secondo Peano-Jordan. Misura degli intervalli, plurintervalli, insiemi limitati e non limitati. Caratterizzazioni degli insiemi limitati misurabili. Condizione sufficiente per la misurabilità. Funzioni integrabili secondo Riemann. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni quasi ovunque continue.

Integrali doppi. Domini semplici e formule di riduzione. Integrabilità delle funzioni continue. Significato geometrico dell'integrale. Misurabilità del cilindroide. Proprietà dell'integrale. Cambiamento di variabili. Coordinate polari. Formule di Gauss-Green. Area di domini regolari. Integrazione per parti.

Integrali tripli. Formule di riduzione. Volume di un solido di rotazione. Cambiamento di variabili. Uso delle coordinate cilindriche o sferiche.

SUPERFICI E INTEGRALI DI SUPERFICIE

Prodotto vettoriale. Superfici parametriche nello spazio. Punti singolari e regolari. Piano tangente. Superfici regolari. Area di una superficie regolare. Area di superfici di rotazione. Integrale di superficie di una funzione. Superfici orientate. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie. Teorema della divergenza (o di Gauss). Teorema di Stokes (o del rotore).

	<p>EQUAZIONI DIFFERENZIALI</p> <p>Equazioni differenziali del primo ordine. Problema di Cauchy. Condizione necessaria per l'esistenza di una soluzione del problema di Cauchy. Teorema di Peano sull'esistenza di una soluzione di un'equazione differenziale del primo ordine in forma normale. Studio di un'equazione differenziale con infinite soluzioni (il pennello di Peano). Funzioni Lipschitziane rispetto a una variabile. Teorema di esistenza e unicità di una soluzione di un'equazione differenziale del primo ordine in forma normale. Soluzione massimale di un'equazione differenziale del primo ordine. Funzioni sottolineari in una variabile. Teorema sull'esistenza di una soluzione massimale per un'equazione differenziale in forma normale definita su uno strato. Sistemi di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale. Soluzione di un sistema di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale. Problema di Cauchy per sistemi di equazioni differenziali del primo ordine. Funzioni vettoriali lipschitziane. Teorema di esistenza e unicità per sistemi di equazioni differenziali del primo ordine. Equazioni differenziali di ordine n in forma normale. Equivalenza tra un'equazione differenziale di ordine n e un sistema di n equazioni differenziali del primo ordine. Operatore lineare associato un'equazione differenziale lineare omogenea di ordine n a coefficienti continui. Nucleo dell'operatore lineare associato e insieme delle soluzioni dell'equazione differenziale lineare omogenea. Matrice wronskiana. Lineare indipendenza delle soluzioni dell'equazione lineare omogenea. Lemma sulla matrice wronskiana. Teorema sulla dimensione dell'insieme delle soluzioni di un'equazione lineare omogenea di ordine n a coefficienti continui. Integrale generale dell'equazione differenziale lineare omogenea. Equazioni differenziale lineare omogenea a coefficienti costanti. Equazione caratteristica. Integrale generale di una equazione differenziale a coefficienti costanti. Equazioni differenziali lineari in forma normale a coefficienti continui non omogenee. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie per equazioni differenziali del primo e del secondo ordine non omogenee. Esercizi sulla determinazione delle soluzioni di equazioni differenziali lineari non omogenee del primo e del secondo ordine. Equazioni differenziali a variabili separabili del primo ordine. Equazioni differenziali di tipo Bernoulli. Equazioni differenziali del primo ordine con sostituzioni particolari. Risoluzioni di Problemi di Cauchy. Sistemi di equazioni differenziali lineari omogenei a coefficienti costanti. Ricerca di autovalori ed autovettori della matrice dei coefficienti. Sistemi di equazioni differenziali lineari non omogenei. Risoluzione di un problema di Cauchy riconducendosi a un'equazione differenziale del secondo ordine. Applicazioni a problemi di fisica e di chimica.</p>
Testi di riferimento	M.BERTSCH, R.DAL PASSO, L. GIACOMELLI, Analisi Matematica Mc Graw-Hill, 2007

	<p>M.FUSCO, P. MARCELLINI, C. SBORDONE, Analisi Matematica due Liguori Editore, 2001</p> <p>P. MARCELLINI, C. SBORDONE, Esercitazioni di Analisi Matematica 2, Zanichelli, 2017</p> <p>M. BRAMANTI, C.D. PAGANI, S. SALSA, Matematica. Calcolo Infinitesimale e Algebra lineare, Zanichelli, 2004</p>
Note ai testi di riferimento	Solo alcuni capitoli e/o sezioni dei testi indicati.
Metodi didattici	Lezioni frontali ed esercitazioni sulle varie parti del corso.
Metodi di valutazione	<p>Prova scritta (40%) e successivo colloquio orale (60%).</p> <p>La prova scritta si svolge integralmente in uno degli appelli stabiliti. La prova scritta risulta superata con un minimo di 18/30. Il colloquio orale può essere sostenuto entro tre appelli dal superamento della prova scritta.</p>
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i> <p><u>Livello minimo per il superamento dell'esame:</u> Risoluzione della metà degli esercizi proposti nella prova scritta. Conoscenza delle definizioni principali inerenti gli argomenti del corso, degli enunciati dei principali teoremi trattati e di qualche dimostrazione a scelta.</p> <p><u>Livello intermedio per il superamento dell'esame:</u> Risoluzione di due terzi degli esercizi proposti nella prova scritta. Conoscenza delle definizioni relative agli argomenti del corso, degli enunciati dei teoremi trattati e delle dimostrazioni principali.</p> <p><u>Livello superiore per il superamento dell'esame:</u> Risoluzione degli esercizi proposti nella prova scritta. Conoscenza delle definizioni e degli enunciati, delle dimostrazioni relative agli argomenti del corso.</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i> <p><u>Livello minimo per il superamento dell'esame:</u> capacità di applicare le nozioni teoriche alla risoluzione di almeno metà degli esercizi proposti nella prova scritta.</p> <p><u>Livello intermedio per il superamento dell'esame:</u> capacità di applicare le nozioni teoriche alla risoluzione di due terzi degli esercizi proposti nella prova scritta.</p> <p><u>Livello superiore per il superamento dell'esame:</u> capacità di applicare le nozioni teoriche alla risoluzione di tutti gli esercizi proposti nella prova scritta</p>

- *Autonomia di giudizio*

Per il livello fondamentale: risolvere almeno la metà degli esercizi sugli argomenti del corso mediante argomenti coerenti e non fallaci; saper svolgere qualche dimostrazione secondo rigorosi ragionamenti di tipo logico-deduttivo.

Per i livelli intermedio e superiore: risolvere gli esercizi sugli argomenti del corso mediante argomenti coerenti e non fallaci; saper svolgere le principali dimostrazioni secondo rigorosi ragionamenti di tipo logico-deduttivo.

- *Abilità comunicative*

Per tutti i livelli: dimostrare la conoscenza della corretta terminologia matematica ed esporre con proprietà di linguaggio gli argomenti delle domande di esame.

- *Capacità di apprendere*

Nello svolgimento dell'esame, gli argomenti proposti avranno un grado di approfondimento crescente al fine di stabilire a quale livello di conoscenze, fondamentale, intermedio e superiore, sia pervenuta la capacità di apprendimento dello studente.