

## Esame di Laboratorio di Programmazione e Calcolo. AA 2015-2016

CFU: 4 Lezione+ 3 Esercitazione

Corso di Laurea in Scienze dei Materiali. Laurea Triennale.

Docenti: Prof.ssa Cinzia Elia. E-mail: cinzia.elia@uniba.it

### Obiettivi del corso

Il corso si propone diversi obiettivi.

- Fornire agli studenti elementi di base per la programmazione, così da consentire lo sviluppo di programmi per la risoluzione di problemi affrontati a lezione che non si potrebbero altrimenti risolvere analiticamente (con carta e penna).
- Introdurre aspetti fondamentali di algebra lineare, con enfasi particolare sulle matrici e sui sistemi lineari.
- Presentare la disciplina dell'analisi numerica, essenziale nella risoluzione di problemi del mondo reale.
- Consentire (attraverso diverse sperimentazioni in laboratorio) l'acquisizione da parte dello studente del concetto di algoritmo ben condizionato, senza il quale la simulazione del modello reale di partenza sarebbe non accurata e potenzialmente errata.

### Programma

#### 1. Algebra lineare

Vettori in  $\mathbb{R}^n$ : addizione e moltiplicazione per uno scalare, prodotto scalare, norma di un vettore, disuguaglianza triangolare con dimostrazione, disuguaglianza di Schwarz con dimostrazione, perpendicolarità tra vettori, angolo tra vettori. Spazi vettoriali: spazio vettoriale su un corpo  $K$ , sottospazi vettoriali con esempi, combinazione lineare degli elementi di uno spazio vettoriale, elementi linearmente dipendenti e indipendenti, base di uno spazio vettoriale. Spazi vettoriali di dimensione infinita. Matrici: definizione di matrice, vettore riga, vettore colonna, matrice trasposta, addizione e moltiplicazione per uno scalare, spazio vettoriale delle matrici di dimensione  $m \times n$ , spazio vettoriale delle matrici diagonali, triangolari e simmetriche, prodotto righe per colonne e sue proprietà con dimostrazioni. Sistema lineare e sistema omogeneo associato. Determinante di matrici, interpretazione geometrica e proprietà (con dimostrazioni per matrici  $2 \times 2$ ). Colonne e righe linearmente indipendenti e determinante di matrice. Regola di Laplace per il calcolo del determinante e costo computazionale. Determinante di matrice triangolare e diagonale e costo computazionale. Matrice inversa con proprietà e dimostrazioni. Spazio immagine e nucleo di una matrice. Sistemi lineari. Teorema di Rouché Capelli sulle soluzioni di sistemi lineari con dimostrazione (quando esiste la soluzione del sistema, quando non esiste la soluzione del sistema, ruolo del nucleo di matrice nella ricerca delle soluzioni del sistema lineare). Corollario: esistenza e unicità della soluzione di sistemi lineari con matrice dei coefficienti quadrata non singolare.

#### 2. Algebra lineare numerica

Fattorizzazione LU, teorema di esistenza con dimostrazione, algoritmo e costo computazionale. Applicazione alla risoluzione di sistemi lineari e al calcolo del determinante. Stabilità della fattorizzazione LU. Fattorizzazione LU con pivoting parziale e forma a scalino di una matrice. Algoritmo per la risoluzione di sistemi lineari triangolari. Sistemi lineari ben e mal condizionati. Esempio con matrici di Hilbert.

### 3. Zeri di funzione

Metodo delle bisezioni con dimostrazione della convergenza del metodo. Metodo di Newton con dimostrazione di convergenza quadratica nel caso di zeri semplici. Variante del metodo di Newton: metodo delle secanti.

### 4 Interpolazione e approssimazione

Retta di regressione lineare: equazioni normali, dimostrazione e interpretazione geometrica. Interpolazione polinomiale. Dimostrazione di esistenza e unicità del polinomio di interpolazione. Malcondizionamento della matrice di Vandermonde. Base di Lagrange dello spazio dei polinomi e algoritmo di Lagrange per il calcolo del polinomio di interpolazione. Formula dell'errore senza dimostrazione. Convergenza del polinomio di interpolazione alla funzione da interpolare. Caso di  $f(x) = \sin(x), \cos(x), e^x$ . Stabilità dell'algoritmo di Lagrange: nodi equidistanti e nodi di Chebyshev.

### 5 Numeri macchina

Rappresentazione normalizzata dei numeri reali in base  $\beta$ , insieme dei numeri di macchina, standard IEEE 754 a doppia precisione, operazione di arrotondamento, errori assoluto e relativo, massimo errore relativo commesso nell'arrotondamento.

### Laboratorio di programmazione

Ambiente Matlab e istruzioni di base. Ciclo for. Implementazione dei seguenti programmi: function per somma, media e prodotto delle componenti di un vettore; function per realizzare il prodotto righe per colonne tra due matrici. Istruzione if. Implementazione di una function con uso di metodo Montecarlo per stimare  $\pi$ . Implementazione di una function per il calcolo dei numeri di Fibonacci e per verificare la convergenza del loro rapporto alla sezione aurea. Function per la verifica di convergenza o divergenza di successioni numeriche. Function per la risoluzione di sistema triangolare superiore e inferiore. Risoluzione di un sistema lineare tramite fattorizzazione LU. Sistemi mal condizionati: matrici di Hilbert. Function per il metodo delle successive bisezioni con verifica della velocità di convergenza del metodo. Function per il metodo di Newton con verifica della velocità di convergenza. Confronto con il metodo delle bisezioni.

## Modalità di valutazione

L'esame consiste in una prima prova al calcolatore. Allo studente si chiederà di implementare in linguaggio Matlab un algoritmo (o un'eventuale variante) tra quelli visti a lezione. Al superamento della prova di laboratorio segue, nello stesso giorno, la prova orale.

## Materiale didattico

### Testi consigliati

- *Algebra Lineare*, Serge Lang, Bollati Boringhieri.
- *Introduzione al Calcolo Scientifico - Metodi e Applicazioni con Matlab*, Giovanni Naldi, Lorenzo Pareschi e Giovanni Russo, Mcgraw-Hill.
- *Numerical computing with Matlab*, Cleve Moler:  
<http://www.mathworks.com/moler/chapters.html>

- *G. W. Stewart* Afternotes on Numerical Analysis, SIAM.

**Pagina web del docente con link per il corso:** <http://www.dm.uniba.it/elia/>