

# Istituzioni di Matematica II, a.a. 2015-16

Docente: Nicola Basile, [nicola.basile@uniba.it](mailto:nicola.basile@uniba.it) ;

ricevimento: su appuntamento da concordare via mail

Anno di Corso e Semestre: 1°A, 2°S

CFU:7Lez

## Obiettivi del Corso

L'obiettivo è quello di far acquisire agli studenti alcuni strumenti basilari dell'Analisi Matematica.

## Programma

**Serie numeriche** – Carattere di una serie e condizione necessaria per la convergenza. La serie geometrica. Serie a termini positivi: criterio del confronto, del rapporto, della radice e dell'integrale. La serie armonica generalizzata. Serie a segno alterno: Il teorema di Leibnitz. Serie assolutamente convergenti.

**Integrali impropri** – Integrali impropri di prima e di seconda specie. Criteri di integrabilità. La funzione gamma di Eulero.

**Serie di potenze** – Raggio di convergenza e sfera di convergenza di una serie di potenze. Proprietà della somma di una serie di potenze. La derivazione e integrazione termine a termine delle serie di potenze. Sviluppabilità in serie di Taylor e sviluppo in serie di Maclaurin di alcune funzioni elementari.

**Equazioni differenziali** – Equazioni differenziali del prim'ordine e problema di Cauchy. Equazioni a variabili separabili, Equazioni omogenee, Equazioni di Bernoulli. Equazioni lineari del prim'ordine: costruzione dell'integrale generale. Il metodo di Lagrange per la costruzione di una soluzione particolare. Equazioni differenziali del second'ordine riconducibili al primo. Equazioni differenziali lineari del second'ordine a coefficienti costanti: costruzione dell'integrale generale. Il metodo di Lagrange e il metodo della somiglianza per la costruzione di una soluzione particolare.

**Funzioni di più variabili reali** – Lo spazio vettoriale  $\mathbf{R}^n$ . Il prodotto scalare. La disuguaglianza di Cauchy-Schwartz. La norma euclidea. Il prodotto vettoriale in  $\mathbf{R}^3$ . Struttura topologica di  $\mathbf{R}^n$ . Convergenza e continuità delle funzioni di più variabili a valori vettoriali.

**Calcolo differenziale per funzioni scalari** – Derivate parziali e differenziabilità: gradiente e differenziale. Linearizzazione in un punto e interpretazione geometrica. Derivabilità della funzione composta. Derivate parziali di ordine superiore e invertibilità dell'ordine di derivazione. Formula di Taylor del second'ordine e sua interpretazione geometrica. La matrice hessiana. Punti stazionari. Estremi relativi e punti di sella. Forme quadratiche e matrici simmetriche. Forme quadratiche definite, semidefinite e indefinite. Estremi vincolati: metodo parametrico e metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Ricerca degli estremi assoluti.

**Curve in  $\mathbf{R}^3$**  – Curve regolari. Vettore e versore tangente. Orientazione di una curva regolare

semplice. Lunghezza di un arco di curva regolare e l'ascissa curvilinea. Parametrizzazione rispetto all'ascissa curvilinea. Elementi di geometria differenziale. Integrale curvilineo di una funzione: applicazioni al calcolo della massa, del baricentro e dei momenti di inerzia di un *filo pesante*.

**Calcolo integrale per funzioni di due variabili:** Le somme integrali di Cauchy-Riemann per funzioni definite in un rettangolo. Integrabilità delle funzioni definite in rettangoli e in insiemi misurabili. Proprietà dell'integrale. Domini normali e formule di riduzione. Cambiamento di variabili negli integrali doppi e la trasformazione in coordinate polari. Applicazioni: il calcolo della massa, del baricentro e del momento di inerzia di una lastra *pesante*. Il calcolo dell'integrale  $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2) dx$ . Superfici e calotte in

$\mathbf{R}^3$ . Area di una calotta e integrale superficiale di una funzione continua su una calotta.

**Funzioni a valori vettoriali** – Campi vettoriali e forme differenziali in  $\mathbf{R}^2$  e in  $\mathbf{R}^3$ . Integrazione curvilinea. Campi conservativi e potenziale. Forme differenziali esatte. Campi irrotazionali e forme differenziali chiuse. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per i campi conservativi. Costruzione dei potenziali. Le formule di Green.

## Modalità di valutazione

Prova orale. Fino a 15/30 alla risoluzione di semplici esercizi e fino a 15/30 alla capacità di presentare e motivare i risultati utilizzati nella risoluzione degli esercizi.

## Materiale didattico

C. Canuto, A. Tabacco – Analisi matematica I, Teoria ed esercizi con complementi in rete, Springer-Verlag (2005)

C. Canuto, A. Tabacco – Analisi matematica II, Teoria ed esercizi con complementi in rete, Springer-Verlag (2008)

C.D. Pagani, S. Salsa – Analisi Matematica 2, Zanichelli, 2016