

COSA E' LA MECCANICA?

Viene tradizionalmente suddivisa in:

- **Cinematica**
- **Dinamica**
- **Statica**

CINEMATICA

- **STUDIO del MOTO**
INDIPENDENTEMENTE dalle
CAUSE che lo hanno **GENERATO**

DINAMICA

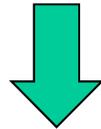
- **STUDIO del MOTO e delle CAUSE**
che lo hanno **GENERATO**
- Vedremo **che la CAUSA del moto è la**
FORZA

STATICA

- **STUDIO** delle **CONDIZIONI DI EQUILIBRIO**

CINEMATICA

Approssimazione di PUNTO MATERIALE

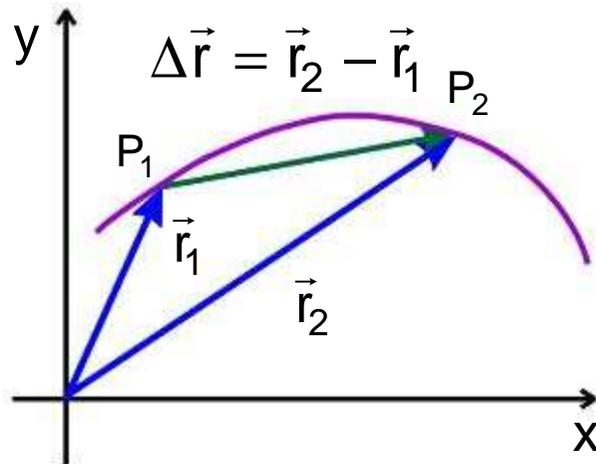
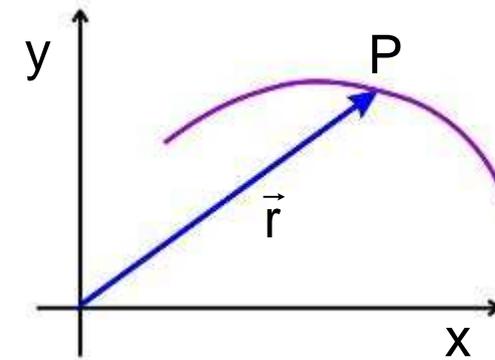


- **CONSIDERIAMO GLI OGGETTI PUNTIFORMI:**
quindi possono solo **TRASLARE** e non **RUOTARE**.
- **Studiare il moto di un corpo equivale conoscere la sua posizione in ogni istante → necessario un sistema di riferimento per stabilire la traiettoria del punto materiale**
- **Introdurremo i concetti di Velocità ed accelerazione media ed istantanea.**

CINEMATICA

VEETTORE POSIZIONE E VEETTORE SPOSTAMENTO

Il vettore \vec{r} rappresenta la posizione del punto P nello spazio.

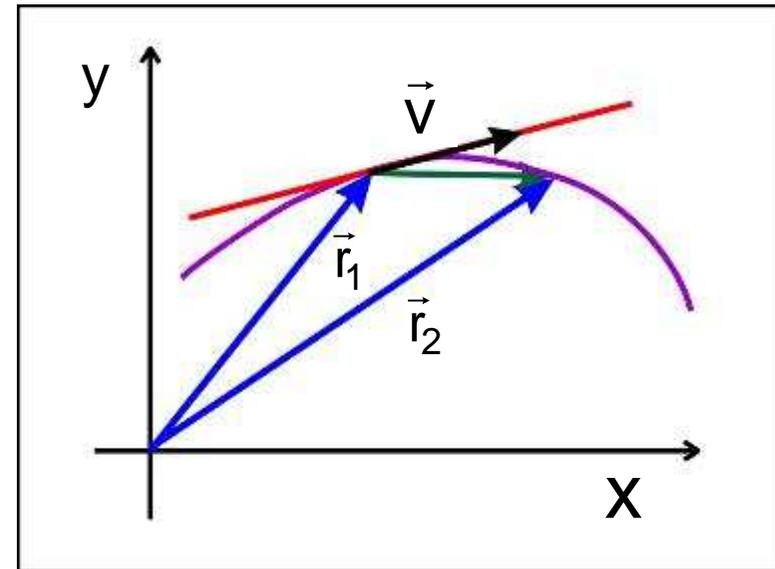


$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
rappresenta lo spostamento del punto P fra l'istante t_1 e l'istante t_2 .

VELOCITÀ VETTORIALE

La velocità vettoriale del punto P è:

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



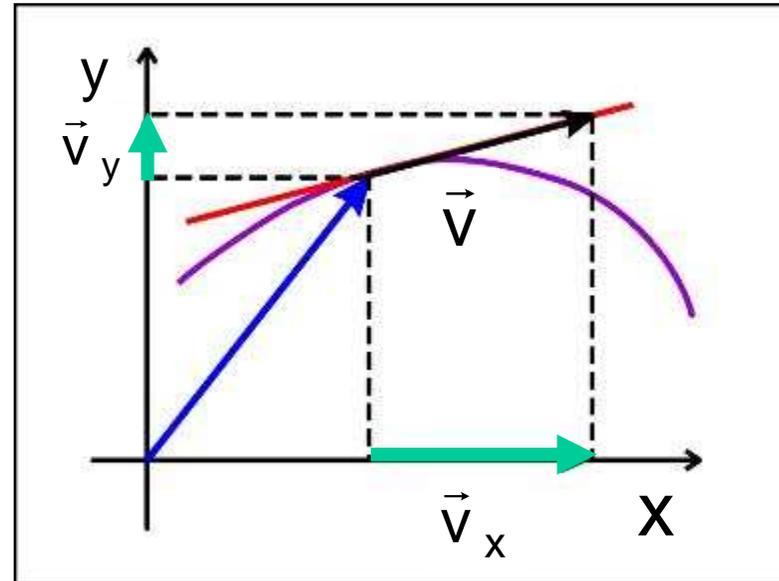
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

La velocità rappresenta la velocità media nell'intervallo (t_1, t_2) . Quando l'ampiezza dell'intervallo Δt diventa molto piccola (tende a zero), si ottiene la velocità istantanea \vec{v} che è un vettore **tangente alla traiettoria**.

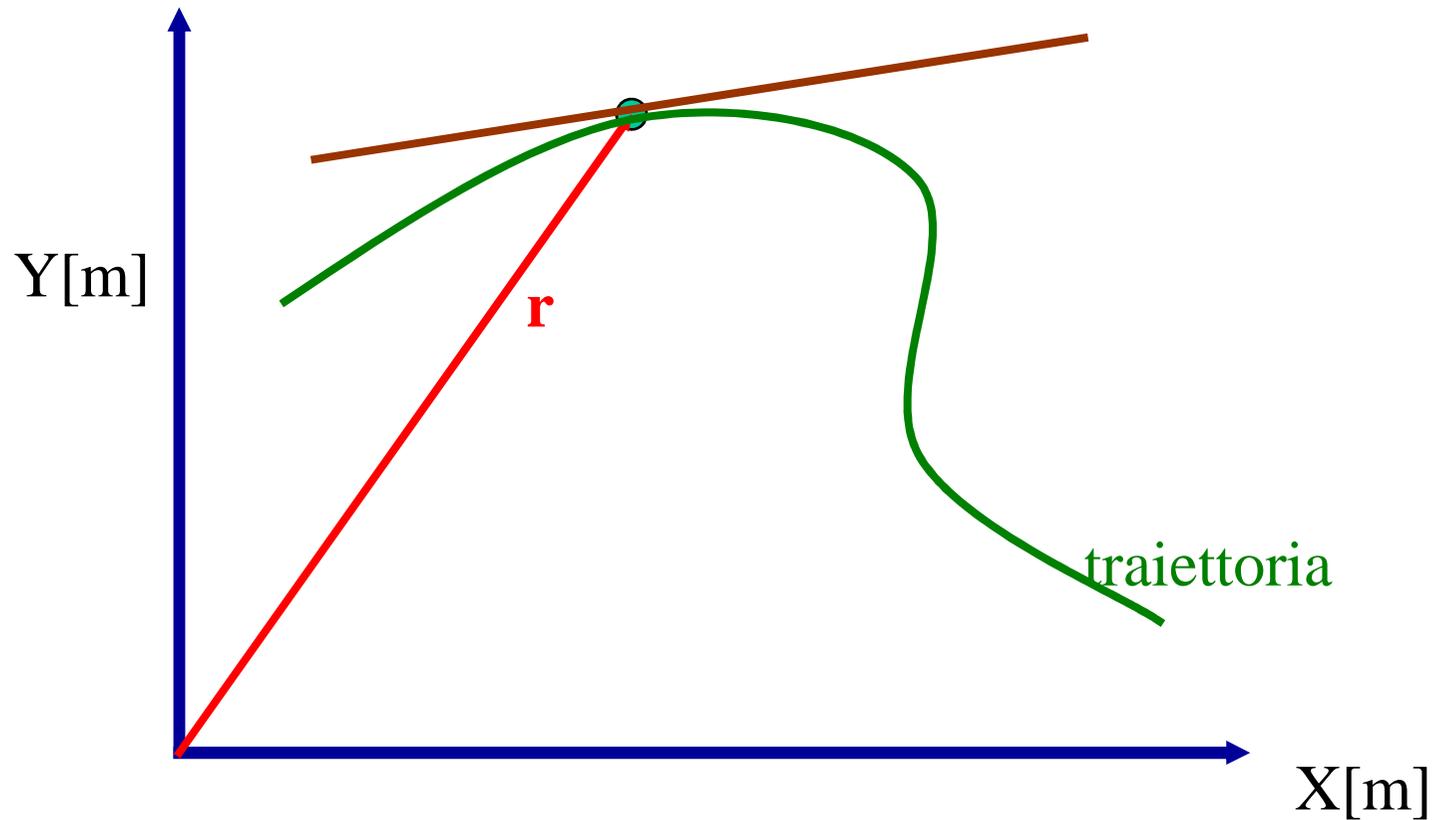
VELOCITÀ VETTORIALE

Le componenti della velocità vettoriale lungo gli assi di riferimento rappresentano le velocità dei punti proiezione sugli assi x ed y.



Le proprietà della velocità esaminate nel piano (x,y) si generalizzano al moto nello spazio rispetto agli assi x,y,z.

VELOCITÀ VETTORIALE

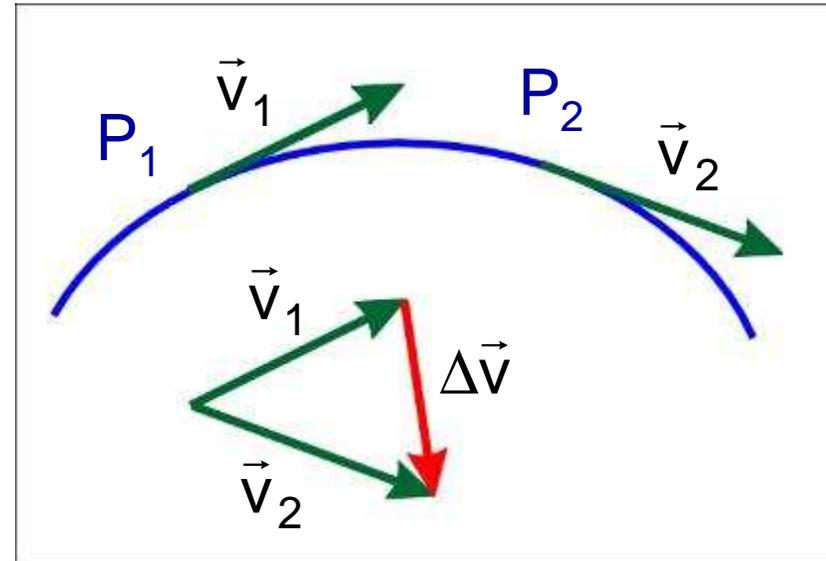


La DIREZIONE del vettore $\mathbf{v}_{\text{istantanea}}$ è quella della retta tangente alla TRAIETTORIA nel punto considerato.

ACCELERAZIONE VETTORIALE

L'accelerazione vettoriale del punto P è:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

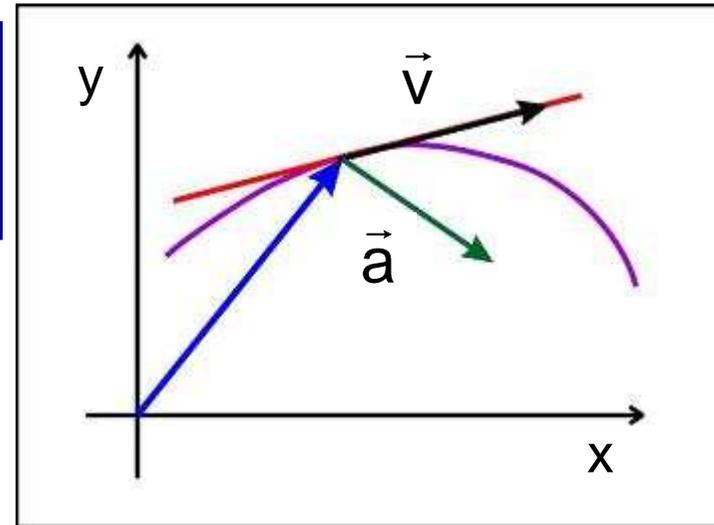


L'accelerazione \vec{a} rappresenta l'accelerazione media nell'intervallo (t_1, t_2) .

ACCELERAZIONE VETTORIALE

Quando l'ampiezza dell'intervallo Δt diventa molto piccola (tende a zero), si ottiene l'accelerazione istantanea.

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad \mathbf{a}_m = \frac{\mathbf{v}(t_2) - \mathbf{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t},$$



L'accelerazione istantanea è sempre orientata verso la parte concava della traiettoria.

L'accelerazione è nulla solo e soltanto quando il vettore velocità è costante (moto rettilineo uniforme).

UNITÀ DI MISURA

$$[r] = [m]$$

$$[v] = \left[\frac{m}{s} \right] = [m \cdot s^{-1}]$$

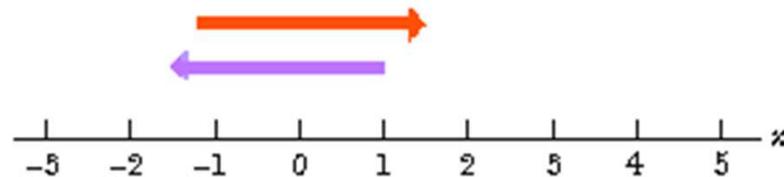
$$[a] = \left[\frac{\cancel{m} s}{s} \right] = \left[\frac{m}{s^2} \right] = [m \cdot s^{-2}]$$

MOTO RETTILINEO UNIFORME

Se la velocità vettoriale è costante (modulo, direzione e verso) il moto è rettilineo (unidimensionale) e sono percorsi spazi uguali in tempi uguali, cioè gli spazi percorsi sono proporzionali ai tempi impiegati.

Considerando l'asse x lungo la direzione del moto e passando dai vettori agli scalari, si ottiene:

$$x = x_0 + vt$$



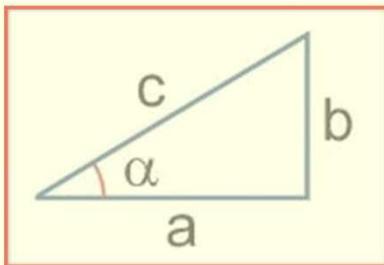
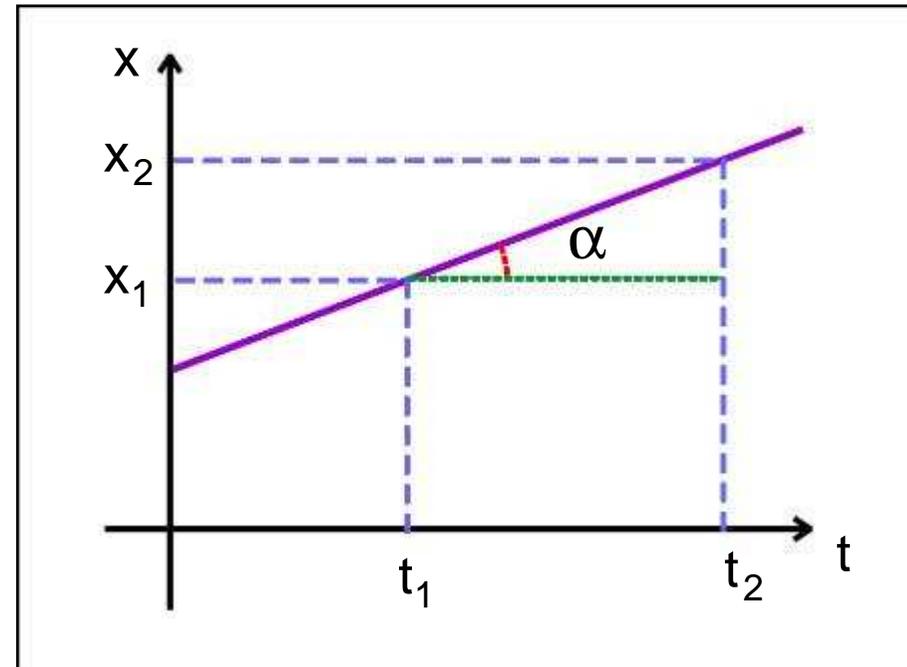
dove x_0 è la posizione iniziale (all'istante $t=0$).

Le variabili x e v sono numeri positivi o negativi, secondo le convenzioni già stabilite.

MOTO RETTILINEO UNIFORME

Il moto rettilineo uniforme è rappresentato da una retta nel grafico spazio-tempo.

La pendenza della retta è la velocità del moto.



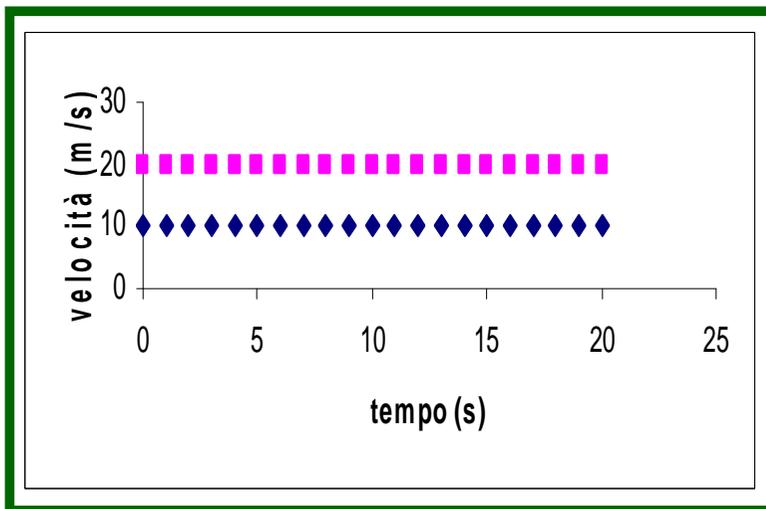
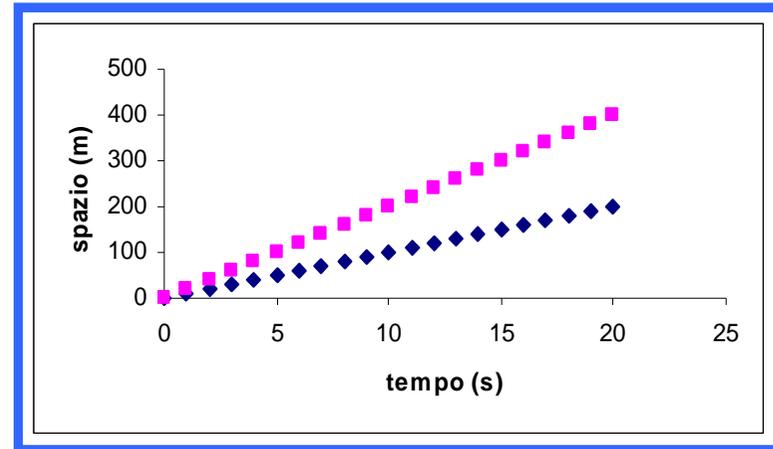
$$\frac{b}{a} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\text{pendenza} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = v$$

MOTO RETTILINEO UNIFORME

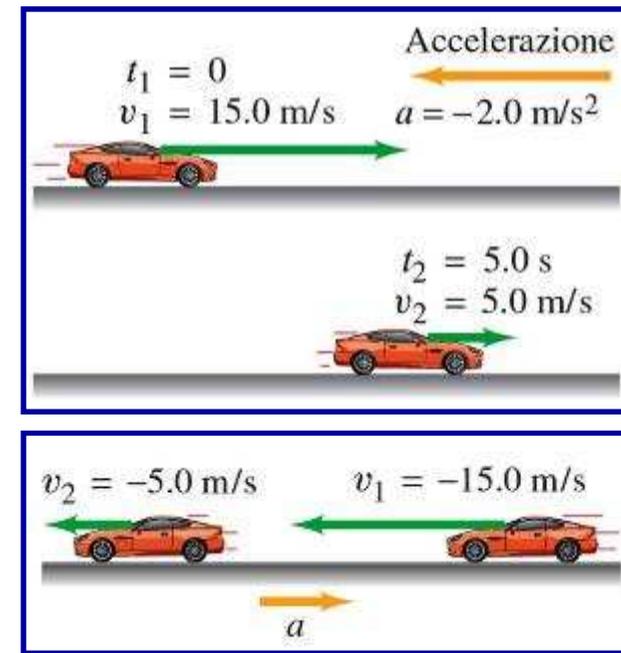
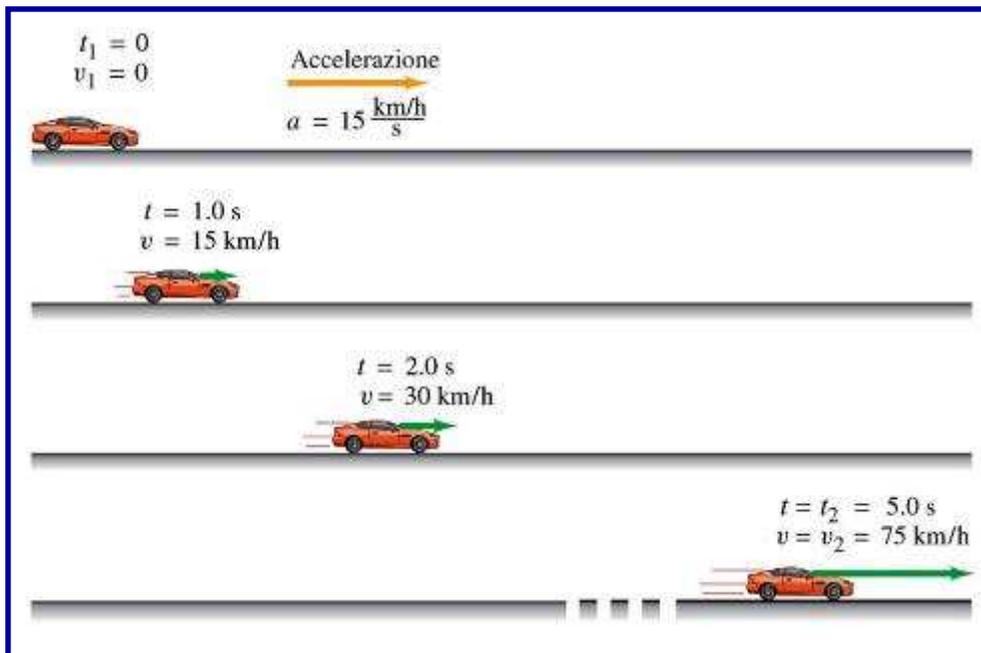
Il moto rettilineo uniforme è rappresentato da una retta nel grafico spazio-tempo.

$$x = x_0 + vt$$



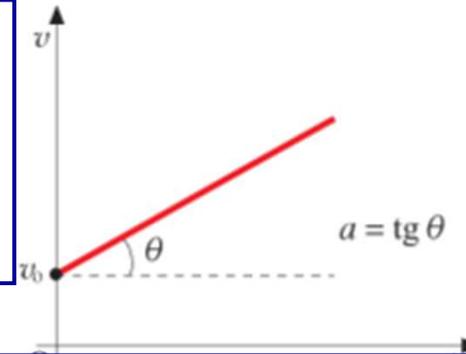
In tale moto, la velocità è rappresentata da una retta orizzontale nel grafico velocità-tempo.

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO



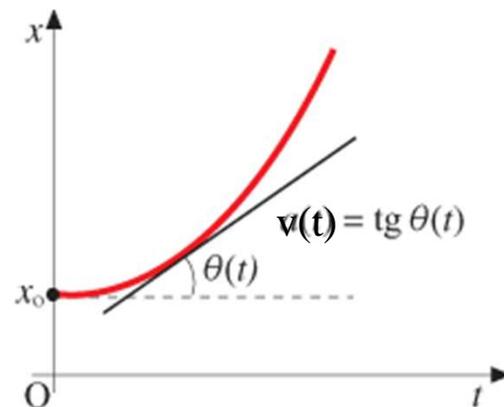
MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

In un moto rettilineo con accelerazione costante (modulo, direzione e verso) lungo l'asse x, la velocità è: $v = v_0 + at$



Lo spazio percorso è dato da

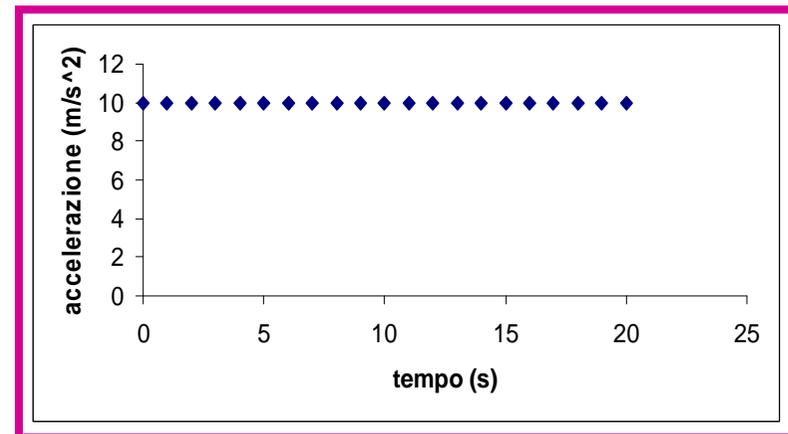
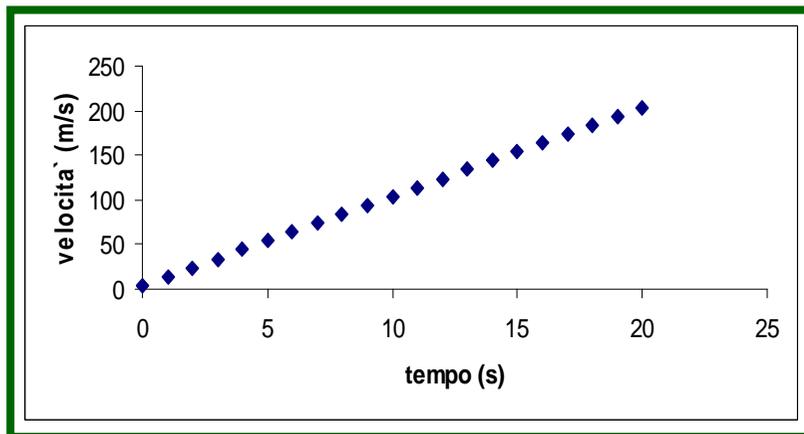
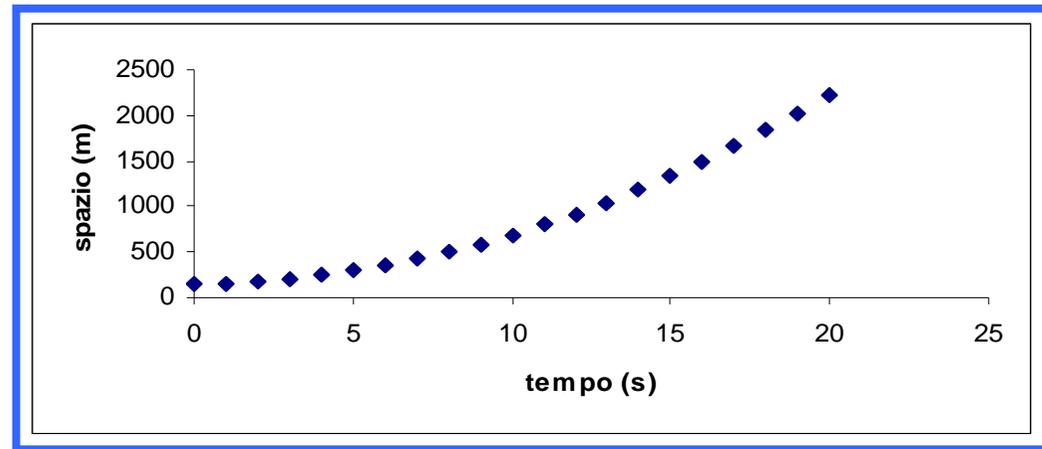
$$\int_0^t v(t) dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = \int_0^t (v_0) dt + \int_0^t (at) dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



x_0 è la posizione iniziale ($t=0$) v_0 è la velocità iniziale ($t=0$)

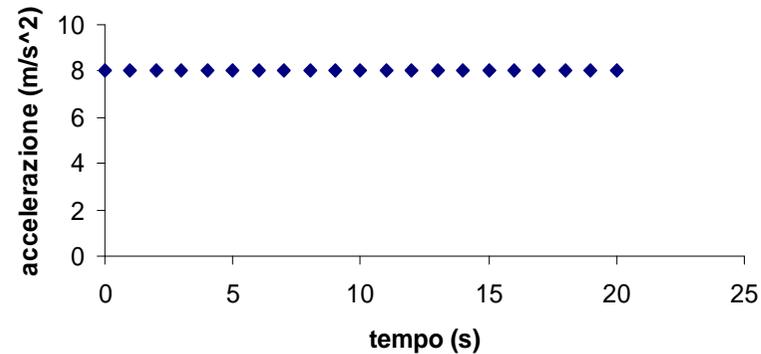
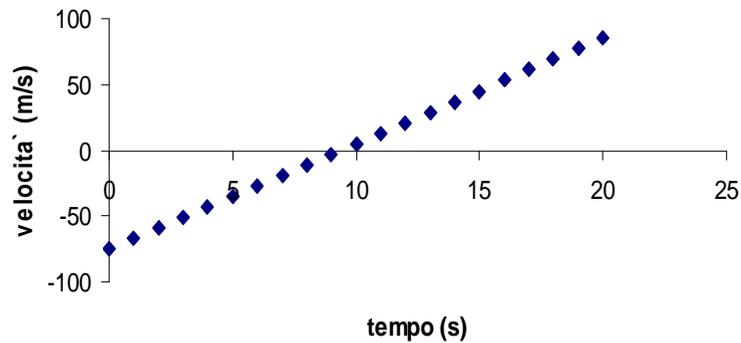
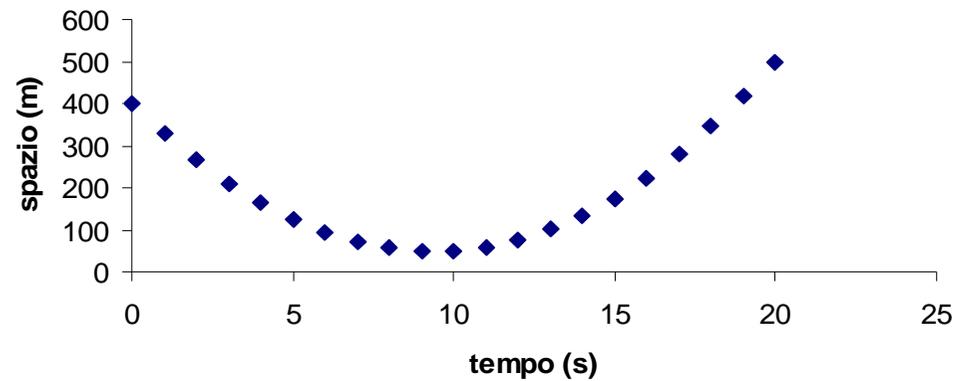
MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$x_0 = 150 \text{ m}$$
$$v_0 = 4 \text{ m/s}$$
$$a = 10 \text{ m/s}^2$$



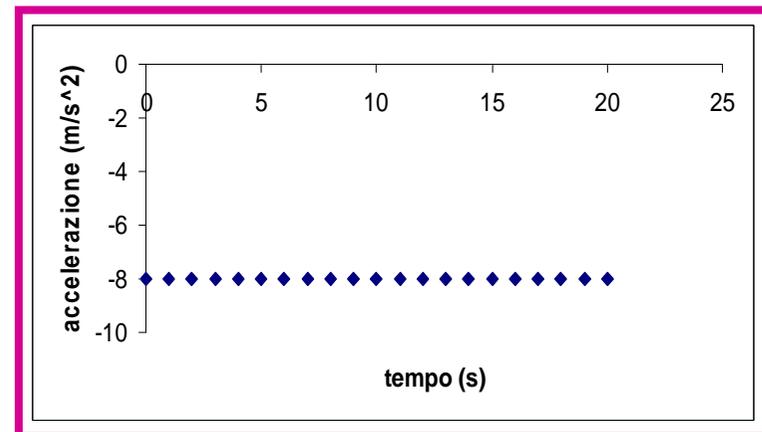
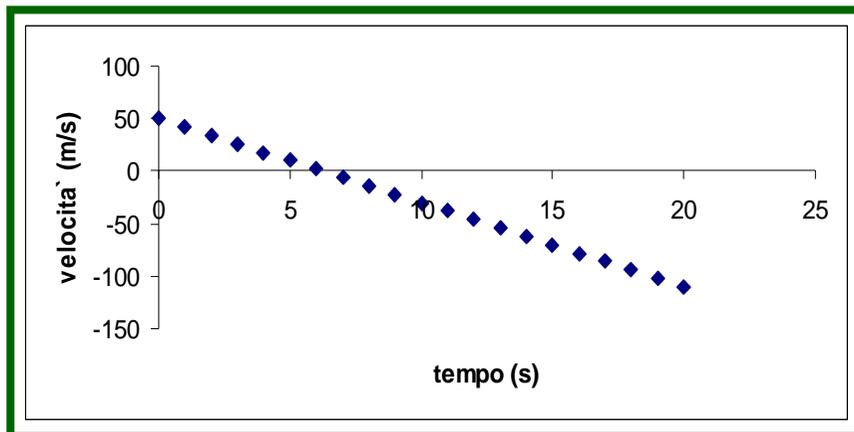
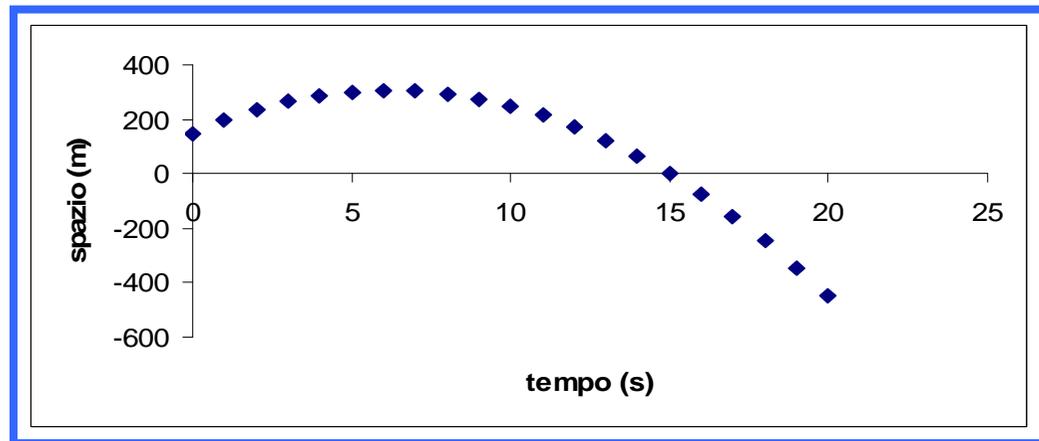
MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$x_0 = 400 \text{ m}$$
$$v_0 = -75 \text{ m/s}$$
$$a = 8 \text{ m/s}^2$$



MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$x_0 = 150 \text{ m}$$
$$v_0 = 50 \text{ m/s}$$
$$a = -8 \text{ m/s}^2$$

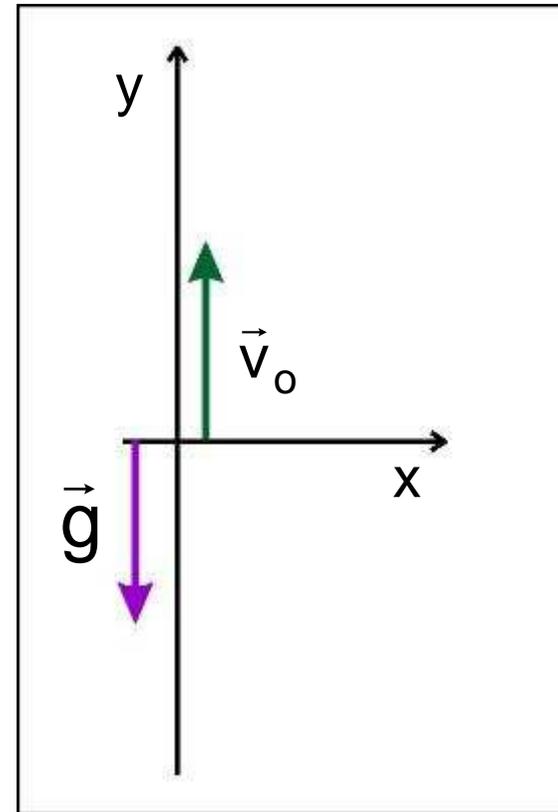


MOTO VERTICALE NEL CAMPO DELLA GRAVITÀ

In vicinanza della superficie terrestre tutti i corpi si muovono con la stessa accelerazione $g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = v_0 - g t$$

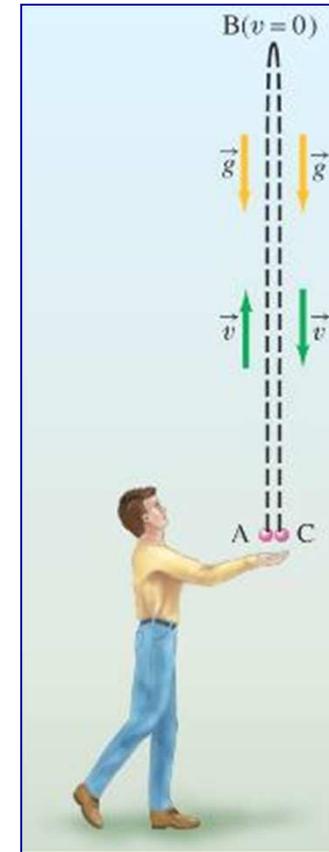


MOTO VERTICALE NEL CAMPO DELLA GRAVITÀ

Corpo lanciato verso l'alto:
determinare l'altezza massima: il corpo
raggiunge la massima altezza $h=h_{\max}$
quando...
la velocità è nulla (al tempo $t=t_{\max}$).

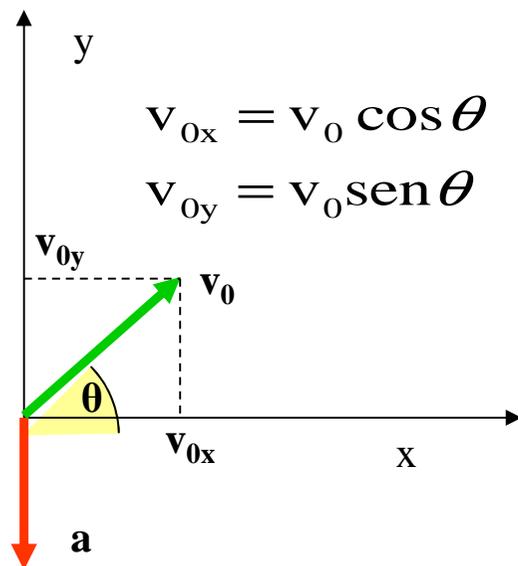
$$v = v_0 - gt_{\max} = 0 \Rightarrow t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

$$h_{\max} = v_0 t_{\max} - \frac{1}{2} g t_{\max}^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$



MOTO parabolico uniformemente accelerato

Se la velocità iniziale non è lungo la verticale il corpo descrive una parabola. La velocità non è costante in direzione quindi al traiettorie non è più rettilinea. La velocità orizzontale rimane costante, mentre la velocità verticale varia.



$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y}$$
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

\swarrow
 0

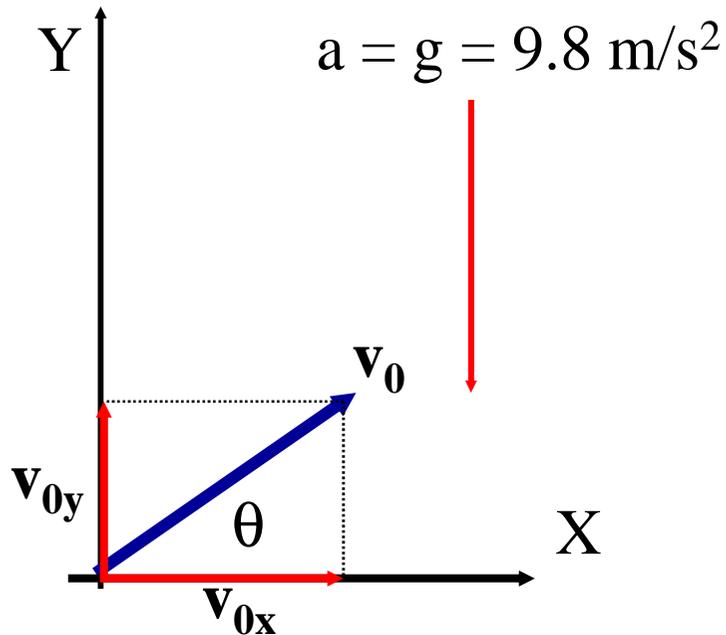
Moto lungo x= rettilineo uniforme
Moto lungo y= uniformemente accelerato

$$x = x_0 + v_{0x} t$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{a}{2} t^2.$$

Moto in due dimensioni \rightarrow non unidimensionale. Che traiettoria?

MOTO parabolico uniformemente accelerato



Dalle due equazioni orarie si elimina il tempo e si ricava l'equazione della traiettoria:

Supponiamo per semplicità che $y_0=0$ e $x_0=0$

$$t = x/v_{0x}$$

$$y = v_{0y} x/v_{0x} - g(x/v_{0x})^2/2 \rightarrow$$

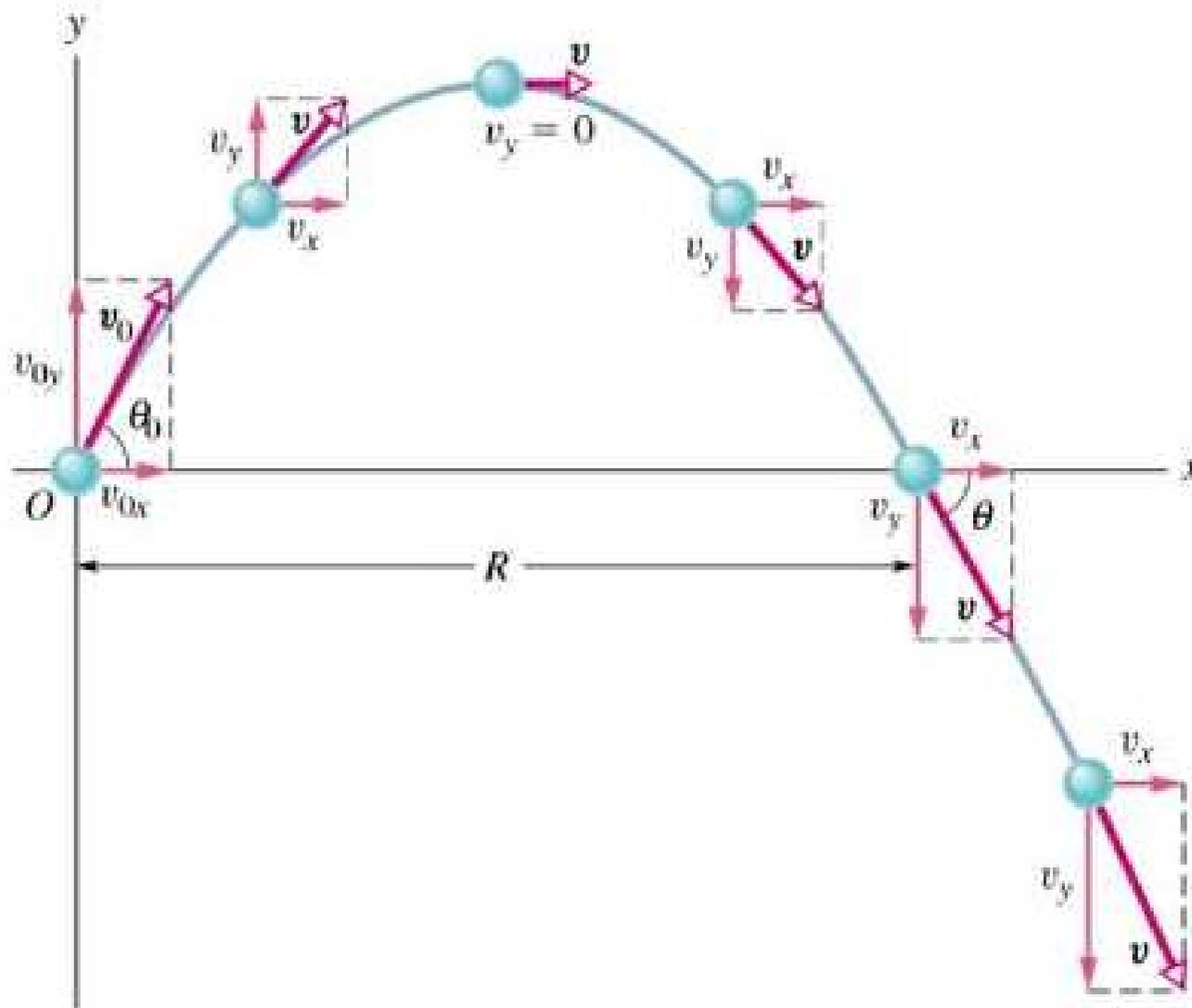
$$y = -(g/2v_{0x}^2)x^2 + (v_{0y}/v_{0x})x$$

Equazione di secondo grado del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

EQUAZIONE DI UNA...PARABOLA!

MOTO parabolico uniformemente accelerato



MOTO parabolico uniformemente accelerato

Dalle due equazioni orarie e dalla equazione della traiettoria si possono ricavare molte caratteristiche salienti sul moto.

- 1. In quanto tempo raggiunge la massima altezza?**
- 2. A che distanza tocca Terra?**

MOTO parabolico uniformemente accelerato

Problema 1

Un sasso viene lanciato con una velocità di modulo pari a $v = 17 \text{ m/s}$ e con un angolo di $\theta = 45^\circ$ sopra l'orizzontale.

Trascurando la resistenza dell'aria, determinare il tempo impiegato a raggiungere la massima altezza.

Soluzione

Nel punto di massima altezza la componente y della velocità è nulla.

Se t^* è il tempo impiegato a raggiungere la massima altezza:

$$V_y(t^*) = 0$$

$$\text{Ma } V_y = V_{0y} - gt \rightarrow 0 = V_{0y} - g t^* \rightarrow t^* = V_{0y}/g = V_0 \sin \theta / g$$

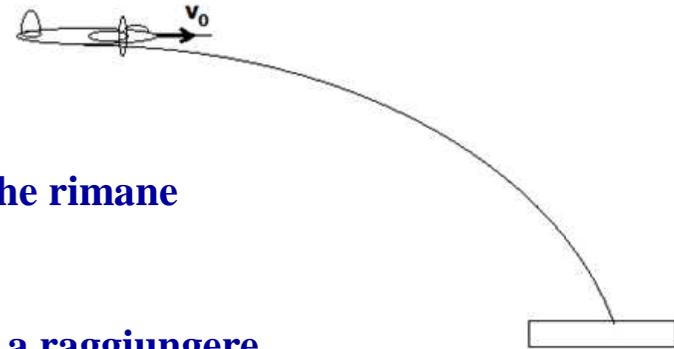
$$\text{Se } \theta = 45^\circ \quad V_0 \sin \theta / g = 17 \frac{\cancel{m}}{s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{9,8 \cancel{m}} s^2 \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$\frac{43,71}{19,16} \text{ s} = 2,2 \text{ s}$$

MOTO parabolico uniformemente accelerato

Problema 2

Un aereo da soccorso vola ad una velocità $v = 360$ km/h alla quota costante di $h = 490$ m. Quale distanza x , misurata sull'orizzontale, percorre un pacco lasciato cadere dall'aereo?



Soluzione

La velocità iniziale ha SOLO la componente orizzontale, che rimane costante.

$$x = V_{0x} t \text{ con } V_{0x} = 360 \text{ km/h}$$

E' necessario determinare t^* = tempo impiegato dal pacco a raggiungere il suolo

$$y = h - gt^2/2 \rightarrow 0 = h - gt^2/2 \rightarrow t^{*2} = 2h/g \rightarrow t^* = (2h/g)^{1/2}$$

$$x = V_{0x} (2h/g)^{1/2}$$

$$360 \frac{km}{h} = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

$$\text{Quindi } x = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \sqrt{\frac{2 \cdot 490 \text{ m s}^2}{9,8 \text{ m}}} = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \sqrt{\frac{980 \text{ s}^2}{9,8}} = 6 \cdot 10^4 \text{ m} = 60 \text{ km}$$