

## Programma del corso di

### Analisi Matematica

Laurea di 1° livello in Informatica e Comunicazione Digitale (sede di Taranto)

Docenti: **Anna Maria Candela** e **Genni Fragnelli**

AA 2016/17

#### **CORPO DEI REALI**

Richiami su relazioni d'ordine, di equivalenza e funzionali. Definizione di  $\mathbf{R}$  come campo totalmente ordinato e sue proprietà. Sottinsiemi  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$ . Non esistenza di razionali con quadrato uguale a 2\*. Intervalli reali: definizione e loro caratterizzazione. Rappresentazione grafica di  $\mathbf{R}$ : la retta orientata. Retta ampliata. Valore assoluto e sue proprietà. Distanza su  $\mathbf{R}$  e sue proprietà. Massimo e minimo di un insieme. Unicità del massimo e del minimo\*. Insiemi limitati e illimitati superiormente e/o inferiormente. Estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme: definizione e caratterizzazione. Teorema di completezza. Cenni di topologia su  $\mathbf{R}$ : aperti, chiusi, intorni, punti di accumulazione, punti isolati. Cenni sulle proprietà di  $\mathbf{R}^2$ : struttura di spazio vettoriale, distanza, intorni sferici. Rappresentazione grafica di  $\mathbf{R}^2$ : il piano cartesiano.

#### **CENNI DI GEOMETRIA ANALITICA E DI TRIGONOMETRIA**

Nozioni di base su retta, circonferenza, parabola, iperbole.

Nozioni di base di trigonometria.

#### **NUMERI COMPLESSI**

Numeri complessi: somma e prodotto di coppie. Rappresentazione algebrica di un numero complesso. Piano di Gauss.  $\operatorname{Re} z$ ,  $\operatorname{Im} z$ , coniugato di  $z$ , modulo di  $z$ , argomento di  $z$  e relative proprietà. Distanza in  $\mathbf{C}$ . Opposto, reciproco e quoziente di numeri complessi. Forma trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso. Teorema di De Moivre. Radice  $n$ -esima di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra. Risoluzione di equazioni algebriche di II grado in  $\mathbf{C}$ .

#### **FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE**

**Funzioni e loro proprietà.** Funzioni iniettive, surgettive, bigettive. Funzione inversa. Immagini dirette e inverse di insiemi mediante una funzione. Ridotta, restrizione e prolungamento di una funzione. Operazioni tra funzioni. Composizione funzionale. Funzioni definite a tratti. Successioni numeriche e loro rappresentazione. Funzioni reali e di variabile reale. Grafico di una funzione e sua rappresentazione. Funzioni pari, dispari, periodiche. Prolungamento periodico. Funzioni monotone e strettamente monotone. Successioni monotone. Funzioni inverse, composte e reciproche di funzioni monotone. Funzioni limitate superiormente o inferiormente. Estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione. Massimo e minimo assoluto di una funzione. Concavità e convessità.

**Funzioni elementari.** Funzioni costanti, lineari, quadratiche. Funzione valore assoluto. Funzione di Heaviside. Funzione segno. Funzione parte intera. Funzione mantissa. Funzioni potenza con esponente intero naturale. Funzioni polinomiali. Funzioni razionali fratte. Funzioni radice  $n$ -esima. Funzioni potenza con esponente intero negativo, razionale, reale. Funzioni esponenziali. Funzioni logaritmiche. Funzioni trigonometriche: seno, coseno, tangente. Funzioni trigonometriche inverse: arcoseno, arcocoseno, arcotangente.

**Limiti.** Limite  $L$  di una funzione in  $x_0$  (con  $L$ ,  $x_0$  finiti o infiniti). Limite di una successione (successione convergente, divergente e indeterminata). Teorema di unicità del limite\*. Carattere locale del limite. Limite destro, limite sinistro e loro legame con il limite. Successioni estratte e legame tra il loro limite e il limite della successione. Legami tra limiti di funzioni e limiti di successioni. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Teorema della monotonia tra limiti. Teorema della permanenza del segno per funzioni. Teorema sul limite di funzioni composte. Teorema del confronto o dei due carabinieri per funzioni. Limiti di funzioni e di successioni monotone. Limitatezza delle successioni convergenti. Successioni definite per ricorrenza. Equazioni alle differenze\*. Limiti notevoli tra cui il limite per  $x \rightarrow 0$  di  $\frac{\sin(x)}{x}$ \*,  $\frac{1 - \cos(x)}{x^2}$ \*,  $\frac{\tan(x)}{x}$ \*,  $\frac{\arcsin(x)}{x}$ \*,  $\log_a(1+x)/x$ \*,  $\frac{e^x - 1}{x}$ \*. Infiniti, infinitesimi ed equivalenze asintotiche. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui.

**Continuità.** Continuità in un punto e in un insieme. Punti di discontinuità e loro classificazione. Operazioni con le funzioni continue. Continuità delle funzioni composte e delle funzioni inverse. Continuità delle funzioni elementari. Prolungabilità a funzioni continue. Teorema della permanenza del segno. Teorema degli

zeri o di Bolzano\*. Teorema dei valori intermedi\*. Teorema di Weierstrass. Teorema sulla stretta monotonia di funzioni iniettive.

**Derivabilità.** Funzioni derivabili in un punto e in un intervallo. Funzione derivata prima. Equazione della retta tangente. Continuità delle funzioni derivabili\*. Derivata destra e derivata sinistra. Cuspidi, punti angolosi, punti di flesso a tangente verticale. Regole di calcolo delle derivate: della somma, del prodotto, del reciproco, del rapporto, della composta, dell'inversa. Derivate delle funzioni elementari tra cui:  $e^x$ \*,  $\arctg(x)$ \*. Derivate seconde e di ordine superiore. Polinomi di Taylor. Formula di Taylor con resto di Peano o con resto di Lagrange. Applicazione formula di Taylor al calcolo dei limiti. Punti di massimo o di minimo relativo. Punti critici. Teorema di Fermat\*. Teorema di Rolle\*. Teorema del valor medio o di Lagrange. Teorema sulle funzioni a derivata nulla\*. Monotonia delle funzioni derivabili\*. Test della derivata seconda o di ordine superiore. Concavità, convessità e derivate seconde. Punti di flesso.

**Grafici qualitativi.** Studio del grafico qualitativo di una funzione.

## INTEGRAZIONE

**Integrali indefiniti.** Primitiva di una funzione. Proprietà delle primitive\*. Integrale indefinito di una funzione. Integrali immediati. Linearità degli integrali indefiniti. Regole di calcolo degli integrali indefiniti: per sostituzione, per parti. Integrali di funzioni razionali.

**Integrali definiti.** Misura di Peano Jordan. Funzioni limitate integrabili secondo Riemann. Significato geometrico dell'integrale di Riemann. Integrali definiti. Integrabilità di funzioni monotone, continue e con numero finito di punti di discontinuità. Proprietà degli integrali definiti: linearità, additività, monotonia. Teorema della media integrale. Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale\*. Teorema di Torricelli\*.

**Integrali in senso improprio.** Nozione di integrale in senso improprio per funzioni illimitate o per domini illimitati. Integrabilità di  $x^{-\alpha}$  in  $]0,1[$ \* e in  $[1,+\infty[$ \*. Regolarità dell'integrale improprio per funzioni continue e positive. Criterio del confronto. Criterio del confronto asintotico.

## SERIE NUMERICHE E DI POTENZE

**Serie numeriche.** Definizione di serie numerica. Serie convergenti e somma di una serie. Serie divergenti. Serie regolari. Serie geometrica\*. Condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica\*. Serie a termini positivi. Regolarità di una serie a termini positivi\*. Criteri di convergenza per serie a termini positivi: del confronto, del confronto asintotico, del rapporto, della radice\*, dell'integrale. Serie armonica\* e armonica generalizzata.\* Operazioni con le serie. Assoluta convergenza e criterio dell'assoluta convergenza. Serie a segni alterni e criterio di Leibnitz. Serie telescopiche. Serie di Mengoli.

**Serie di potenze.** Insieme di convergenza di una serie di potenze. Teorema fondamentale per le serie di potenze. Raggio di convergenza. Teorema di derivazione e di integrazione termine a termine. Serie di Taylor.

**N.B. Sono contrassegnati con \* i teoremi la cui dimostrazione potrebbe essere chiesta all'esame.**

## Testi consigliati

M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli, *Analisi Matematica*, 2<sup>a</sup> Ed., McGraw-Hill, Milano (2011)

M. Bertsch, R. Dal Passo, *Elementi di Matematica*, Aracne Ed., Roma (2001).

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, *Matematica. Calcolo infinitesimale e algebra lineare*. Seconda Edizione. Zanichelli Ed., Bologna (2004).

F. Conti, *Calcolo. Teoria e applicazioni*, McGraw-Hill, Milano (1993).

P. Marcellini, C. Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica 1*, Liguori Ed., Napoli (2002).

P. Marcellini, C. Sbordone, *Esercitazioni di Matematica*, 1° vol. (I e II), Liguori Ed., Napoli (1998).

E. Acerbi, G. Buttazzo, *Primo corso di Analisi Matematica*, Pitagora Ed., Bologna (1997).

**Per maggiori informazioni:** [www.dm.uniba.it/~candela](http://www.dm.uniba.it/~candela)