

Principali informazioni sull'insegnamento	
Denominazione dell'insegnamento	ANALISI MATEMATICA I
Corso di studio	FISICA L-30
Anno di corso	2021-2022
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS):	: 8
SSD	MAT/05
Lingua di erogazione	ITALIANO
Periodo di erogazione	20 Settembre 2021 – 17 Dicembre 2021
Obbligo di frequenza	Come da regolamento didattico

Docente	
Nome e cognome	Sandra Lucente
Indirizzo mail	sandra.lucente@uniba.it
Telefono	0805442275
Sede	Dipartimento Interateneo di Fisica
Sede virtuale	Canale Microsoft Teams creato per il corso o dal corso di studi
Ricevimento (giorni, orari e modalità)	Ricevimento individuale a richiesta su canale Microsoft Teams, ricevimenti collettivi concordati con gli studenti in aula

Syllabus	
Obiettivi formativi	Acquisire le nozioni di base del calcolo: i numeri reali, il concetto di limite, le successioni e le funzioni reali, le serie numeriche e gli integrali di una variabile.
Prerequisiti	Geometria Analitica, Linguaggio logico e insiemistico, Operazioni tra i polinomi
Contenuti di insegnamento (Programma)	<p><b>1. Numeri reali</b>                      Cenni di logica. Teoria degli insiemi: appartenenza, inclusione, unione, intersezione, complementare, prodotto cartesiano. Cosa è una relazione d'ordine. Numeri naturali <math>\mathbb{N}</math>, interi <math>\mathbb{Z}</math>, razionali <math>\mathbb{Q}</math> e loro strutture. <b>Nessun numero razionale ha quadrato 2.</b> Insiemi finiti, infiniti e numerabili. Principio di induzione. <b>Disuguaglianza di Bernoulli.</b> La retta reale, gli intervalli. Maggioranti, minoranti, estremo superiore ed inferiore, massimo e minimo di insiemi numerici. Assiomi di campo dei numeri reali e proprietà delle disuguaglianze. Il valore assoluto di un numero reale. <b>Forme equivalenti dell'assioma di completezza. Densità di <math>\mathbb{Q}</math> e del suo complementare in <math>\mathbb{R}</math>. Proprietà archimedeo.</b> Esempi di approssimazione di costanti fisiche.</p> <p><b>2. Numeri complessi</b>                      I numeri complessi in forma algebrica. I numeri complessi in forma trigonometrica ed esponenziale. Potenza ennesima di un numero complesso. Radici ennesime di un numero complesso. Il teorema fondamentale dell'algebra.</p> <p><b>3. Funzioni elementari:</b>                      Cosa è una funzione. Funzioni iniettive, surgettive, biettive. Funzioni composte, funzioni invertibili e loro inverse. Restrizione e prolungamento di una funzione. Immagine diretta e contro-immagine. Il grafico di una funzione reale. Funzioni limitate. Monotonia, simmetrie e periodicità di una funzione. Costruzione di alcune funzioni elementari, proprietà e grafici. Operazioni elementari sui grafici di funzione. Disequazioni intere, razionali, irrazionali e trascendenti. <b>Teorema: Ogni funzione reale strettamente monotona è iniettiva.</b> Esempi di funzioni che descrivono fenomeni</p>

*periodici*

#### **4. Successioni numeriche:**

Cosa è una successione. Successioni regolari. **Teorema di unicità del limite.** L'insieme  $\mathbb{R}$  ampliato. Forme indeterminate. Operazioni sui limiti di successione. **Teorema: ogni successione convergente è limitata. Teorema di permanenza del segno e di conservazione delle disuguaglianze per successioni. Teorema della convergenza obbligatoria (carabinieri) e di confronto per successioni. Teorema fondamentale sul limite delle successioni monotone.** Binomio di Newton. **Numero di Nepero. Criterio del rapporto per limiti di successioni.** Limiti notevoli di successione, scala degli infiniti. Successioni estratte da una successione. **Teorema sul limite delle successioni estratte. Teorema di Bolzano-Weierstrass: da ogni successione numerica limitata se ne può estrarre una convergente.** *Successioni definite per ricorrenza. Esempi di modelli di dinamica delle popolazioni (la mappa logistica)*

#### **5. Limiti di funzione:**

Punti di accumulazione ed insiemi chiusi. *Esempi di natura geometrica (esaustione)* Limiti di funzione definiti mediante successioni. Limite da destra e da sinistra. Risultati algebrici e di confronto per limiti di funzioni, che si deducono dai medesimi risultati per limiti di successioni. Riscrittura epsilon-delta dei limiti di funzione. Operazioni sui limiti. Teoremi di confronto. Limiti delle funzioni elementari. **Teorema: ogni funzione convergente è localmente limitata.** Limite della funzione composta. Limiti notevoli. Infiniti ed infinitesimi e relative proprietà. Principio di eliminazione di termini trascurabili. Asintoti orizzontali e obliqui di una funzione. *Esempi dai modelli di dinamica delle popolazioni (l'andamento esponenziale)*

#### **6. Funzioni continue:**

Funzioni continue e loro proprietà elementari. Teorema della permanenza del segno. Quando una funzione non è continua in un punto? Punti di salto, oscillazioni, prolungamento per continuità, asintoti verticali. Funzioni continue su intervalli. Le funzioni elementari sono continue nel dominio. **Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. Teoremi dei valori intermedi. Esistenza delle funzioni elementari inverse. Legame tra monotonia, continuità e invertibilità.** Continuità della funzione inversa su intervalli. Uniforme continuità. Funzioni Lipschitziane. **Teorema di Cantor.** *Esempio di modello fisico continuo il moto armonico.*

#### **7. Calcolo differenziale:**

Derivata di una funzione di variabile reale. **Continuità delle funzioni derivabili.** Teorema sulla derivata di operazioni tra funzioni (somma, prodotto, quoziente, composizione) Derivata della funzione inversa. Derivabilità delle funzioni elementari. Punti angolosi, punti cuspidali. Punti di massimo e minimo locale, punti critici. **Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange. Criteri di monotonia. Funzioni a derivata nulla. Funzioni a derivata limitata.** Teorema di de l'Hospital. Convessità per funzioni derivabili. Funzioni convesse su un intervallo. **Legame tra derivata seconda e convessità.** Regolarità delle funzioni convesse. Punti di Flesso. **Condizioni sufficienti per l'esistenza di massimi, minimi relativi. Formula di Taylor col resto di Peano. Formula di Taylor con il resto di Lagrange.** Sviluppi di Taylor per funzioni elementari. **Applicazioni della formula di Taylor per individuare massimi,**

	<p><b>minimi e flessi.</b> Studio del grafico di una funzione. <i>Esempi di natura geometrica (retta tangente) e cinematica (velocità, accelerazione).</i></p> <p><b>8. Calcolo integrale:</b>          Partizione di un intervallo. Somme integrali superiori ed inferiore. Integrabilità secondo Riemann. <b>Caratterizzazione delle funzioni integrabili.</b> Proprietà elementari dell'integrale definito. <b>Teorema di integrabilità delle funzioni continue e delle funzioni monotone. Teorema della media.</b> Funzioni integrali. Primitive ed integrale indefinito. <b>Teorema fondamentale del calcolo integrale. Teorema di struttura dell'insieme delle primitive di una funzione continua. Teorema di Torricelli.</b> Metodi di calcolo degli integrali indefiniti per funzioni razionali. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. <i>Significato geometrico (area) e fisico (lavoro) dell'integrale. Prime equazioni differenziali: omogenee del I ordine.</i></p> <p><b>9. Serie numeriche:</b>          Definizione di serie e somma di serie. <b>Le serie telescopiche (serie di Mengoli). La serie geometrica.</b> Applicazione delle serie alla rappresentazione decimale dei numeri reali. <b>La serie armonica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Il carattere di una serie non cambia alterandone un numero finito di termini. Serie a termini non negativi, teorema di dicotomia. Criteri di confronto semplice. Criterio del confronto asintotico.</b> La serie armonica generalizzata. Criterio degli infinitesimi. <b>Criterio della radice, criterio del rapporto. Le serie assolutamente convergenti sono convergenti.</b> Serie a segno alterno. <b>Criterio di Leibnitz per le serie a segno alterno. La serie armonica a segno alterno.</b> Somma ad incastro. <i>Esempio di applicazione al concetto di errore</i></p> <p><b>10. Integrali generalizzati</b>          Integrali generalizzati: integrazione di una funzione su una semiretta o di una funzione illimitata su un intervallo limitato. <b>Il criterio dell'integrale per le serie numeriche. Applicazione alla serie armonica generalizzata. La funzione Gamma di Eulero.</b> <i>Esempio di applicazione: la funzione sinc e i segnali</i></p> <p>(in neretto nei vari paragrafi i teoremi su cui sarà richiesta la dimostrazione, in italico i contenuti seminariali che non saranno chiesti all'orale)</p>
<p><b>Testi di riferimento</b></p>	<p>Testi consigliati</p> <p>P. Marcellini &amp; C. Sbordone -Elementi di Analisi Matematica I– Liguori Editore, Napoli.</p> <p>E. Acerbi, G. Buttazzo – Primo corso di Analisi Matematica – Pitagora</p> <p>M. Bramanti -Esercitazioni di Analisi Matematica- Esculapio</p> <p>A. Alvino, C. Carbone, G. Trombetti -Esercitazioni di matematica Vol I/I Vol I/2 - Liguori Editore.</p> <p>Dispense del docente del corso:  <a href="https://www.sandralucente.it/didattica/appunti-lezioni">https://www.sandralucente.it/didattica/appunti-lezioni</a></p> <p>Appunti di lezione su un canale Microsoft Teams creato dal docente del corso</p>

	o dal corso di laurea
<b>Note ai testi di riferimento</b>	Solo alcune sezioni dei testi indicati. In particolare nel programma in neretto sono indicati i teoremi di cui conoscere la dimostrazione. I testi sono di diverso livello e lo studente potrà scegliere in base alla propria preparazione di base.

<b>Organizzazione della didattica</b>			
<b>Ore</b>			
Totali	Didattica frontale	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
200	40	45	115
<b>CFU/ETCS</b>			
8	5	3	

<b>Metodi didattici</b>	
	Lezioni frontali con slides che vengono realizzate in aula in modo che la spiegazione e la comprensione si allineino. Le realizzate in aula sono distribuite a fine lezione sulla piattaforma Microsoft Teams. Esercitazioni in aula.

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Saper seguire una lezione di matematica,</li> <li>○ saper prendere appunti,</li> <li>○ saper consultare e comprendere testi universitari di Calcolo,</li> <li>○ saper comprendere la risoluzione di esercizi esposta da docenti o da testi di esercizi</li> </ul>
<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Revisione delle conoscenze di base.</li> <li>○ Confronto degli argomenti del corso con gli argomenti del corso di Fisica I</li> <li>○ <i>Capacità di apprendere:</i></li> </ul>
<b>Competenze trasversali</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Autonomia di giudizio</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Confronto tra varie dimostrazioni.</li> <li>○ Trattamento dei dati in ingresso ed analisi critica dei risultati nella risoluzione di problemi numerici</li> </ul> </li> <li>• <i>Abilità comunicative</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ saper definire, enunciare e dimostrare</li> <li>○ saper spiegare ad altri la propria risoluzione di un esercizio</li> <li>○ saper correlare teoremi con definizioni, esempi e controesempi</li> </ul> </li> <li>• <i>Capacità di apprendere in modo autonomo</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Acquisire un metodo di studio che consenta di consultare testi di matematica e ritenere a mente i risultati</li> <li>○ Saper scegliere esercizi dai testi</li> <li>○ Studiare in contemporanea teoria ed esercizi</li> </ul> </li> </ul>

<b>Valutazione</b>	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Due prove in itinere superate o una prova scritta finale. Quindi prova orale.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Saper consultare i propri appunti di lezione e confrontarli con testi, discutere dubbi e idee da essi derivanti con il docente ed eventualmente con i compagni di corso.</li> </ul> </li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ saper tracciare grafici delle funzioni elementari, avere dimestichezza con equazioni e disequazioni</li> </ul> </li> <li>• <i>Autonomia di giudizio:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ saper valutare la coerenza di un ragionamento logico. Saper scegliere gli strumenti matematici adeguati per risolvere un dato problema</li> </ul> </li> <li>• <i>Abilità comunicative:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Capacità di scrivere un elaborato esercitativo che argomenta i passaggi svolti</li> <li>○ capacità di comunicare le proprie conoscenze in corretto linguaggio matematico durante la prova orale</li> </ul> </li> <li>• <i>Capacità di apprendere:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Durante la prova scritta si verifica che lo studente conosca le tecniche per lo studio di funzione, la risoluzione di integrali, la discussione sull'esistenza dei limiti e sulla convergenza delle serie</li> <li>○ Durante la prova orale si verifica che lo studente conosca teoremi, definizioni, esempi (quindi esercizi) e controesempi e li sappia correlare</li> </ul> </li> </ul>
<p>Criteria di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</p>	<p>La prova scritta si intende superata se lo studente mostra dimestichezza con ciascuno dei quattro esercizi proposti. La prova orale si può tenere per tutta la sessione in cui viene superata la prova scritta. La prova orale si intende superata se lo studente dimostra un teorema a richiesta del docente, sa esporre le definizioni e fornire motivazioni per le ipotesi dei teoremi. Qualora lo studente avesse ommesso completamente lo studio di una parte del programma, a prescindere dall'apprendimento della parte restante, l'esame non viene superato. Il voto finale dipende dagli errori commessi nella prova scritta e dalle capacità di esposizione all'orale.</p>
<p><b>Altro</b></p>	