CAPITOLO 4 - Controllo statistico della qualità dei prodotti e dei processi produttivi
Paragrafo 4.3.6 Stima dei parametri di processo

4

Stima dei parametri di processo

2 possibili modi di procedere:

1) rispetto alla distribuzione di X inerente ad **uno specifico istante**: consueti metodi di stima parametrica

2) rispetto alla distribuzione di X che si **mantiene stabile nel tempo** (processo sotto controllo): uso dei control-chart

Uso dinamico e statistico del control chart

Uso «dinamico» (**già visto**). Ha l'obiettivo di un controllo on-line continuo. Secondo la cadenza di campionamento, a dati istanti, si aggiunge un punto sul control chart, si interpreta l'andamento del control chart, e così via

Uso «statico». Analisi a posteriori di un processo: è utile per stimare i parametri di processo quando questi non sono noti. La stima dei parametri di processo deve avvenire su un processo **sotto controllo**.

Stima dei parametri con i control chart: fasi

- si sceglie una numerosità campionaria n e il numero m di campioni da estrarre
- si estraggono gli m campioni sul processo in corso di lavorazione e si calcolano i valori di media e deviazione standard campionaria
- si costruisce prima il ***trial S-chart*** per la stima di σ
- se la stima di σ è ritenuta valida, si costruisce il ***trial x-bar chart*** per stimare la media
- se la stima della media è ritenuta valida, si sono ottenuti i valori dei parametri di processo.

I valori stimati sono μ_0 e σ_0 del processo sotto controllo da usare per:
(a) l'impiego dinamico dei control chart (monitoraggio continuo);
(b) la misura della capacità di processo.

Le stime ottenute dai trial control chart

La stima ottenuta da un ***trial control chart*** è ritenuta **valida** se il control chart non presenta né punti fuori dai limiti né andamenti sospetti che fanno ritenere il processo sia andato fuori controllo nel periodo in cui gli m campioni sono stati estratti.

Più precisamente: le stime sono ottenuto con riferimento ad un processo *sotto controllo statistico*

Alcune considerazioni importanti sulla scelta degli *m* campioni

Per la raccolta dati relativi agli *m* campioni, si dovrebbero seguire queste regole:

1.scegliere le macchine , i materiali, gli operatori e le condizioni operative che dovrebbero rappresentare una situazione ‘normale’ del ciclo produttivo

2. controllare con cura il processo di misurazione

Stima di σ tramite trial *S-chart*. LC, LCL, UCL del trial *S-chart*

x_{ij} : peso osservato del pallone j del campione i

j=1,…,n; n>1

i=1,…,m (m: numero dei campioni)

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2}{n-1}} \qquad \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{m} S_i}{m} \qquad \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$$

Stima corretta di σ

$$\mathrm{LC} = \hat{\sigma}\, c_4 = \bar{S} \qquad \begin{matrix}\mathrm{UCL}\\ \mathrm{LCL}\end{matrix} = \mathrm{LC} \pm 3\hat{\sigma}\sqrt{(1-c_4^2)} = \bar{S} \pm 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)}$$

Stima di μ tramite trial *S-chart.* LC, LCL, UCL del trial *x-bar chart*

x_{ij} : peso osservato del pallone j del campione i

j=1,…,n; n>1

i=1,…,m (m: numero dei campioni)

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_i}{m}$$

Stima corretta di μ

$$\text{LC} = \bar{\bar{x}}$$

$$\begin{matrix}\text{UCL} \\ \text{LCL}\end{matrix} = \text{LC} \pm 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} \pm 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

Che cosa accade se c'è un punto fuori dai limiti ?

Il valore può essere un falso allarme e come tale può essere compreso nell'analisi.

Ma se sappiamo (ricordarsi che **stiamo lavorando «a posteriori»**) che in corrispondenza di quel campione si è manifestato un malfunzionamento, il campione corrispondente a quel valore deve essere escluso e deve essere condotta una analisi sui campioni rimanenti mediante i *trial control chart* e così via, finché non si arriva a trial control chart che mostrano un processo sotto controllo.

Esempio numerico. Peso palloni (g.)

m=12; n=7; c_4= 0.959

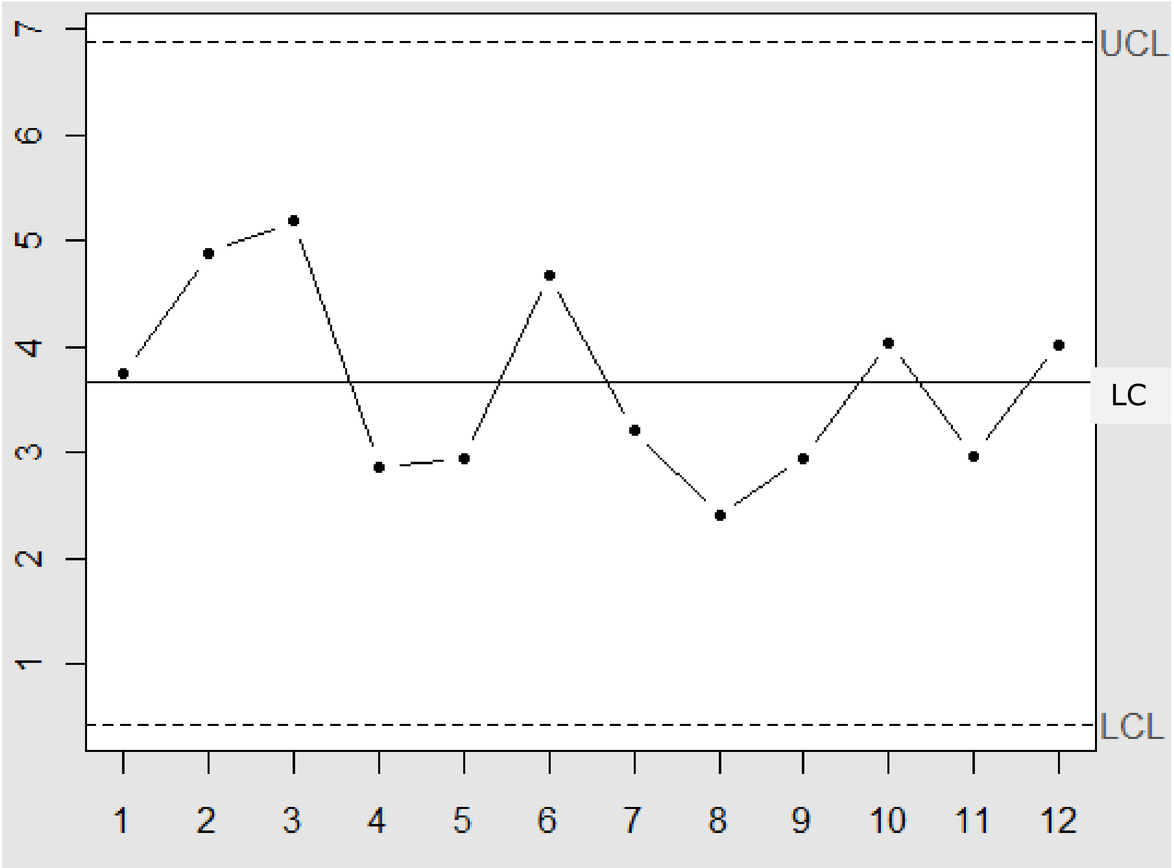
Campione	Unità campionaria 1	2	3	4	5	6	7	Media	S_i
1	429.2	431.3	436.6	429.2	425.5	430.4	435.0	431.0	3.754
2	427.4	429.5	429.8	433.2	422.7	429.4	438.5	430.1	4.885
3	438.4	433.3	422.8	428.7	430.4	428.0	435.4	431.0	5.185
4	427.4	425.2	431.3	431.2	431.6	426.2	425.8	428.4	2.867
5	435.5	431.7	430.9	428.3	429.6	426.1	431.0	430.4	2.939
6	430.5	425.5	430.1	432.8	437.5	437.8	427.6	431.7	4.678
7	430.2	434.1	433.0	430.9	428.2	432.5	438.2	432.4	3.205
8	431.4	432.3	430.2	426.1	426.4	430.7	429.4	429.5	2.400
9	433.7	427.8	432.7	433.7	430.5	429.2	426.3	430.6	2.942
10	435.7	430.8	428.1	426.3	423.6	430.0	425.4	428.6	4.041
11	428.1	432.8	432.8	426.3	429.1	431.7	434.5	430.8	2.970
12	432.9	423.8	430.1	434.1	431.1	427.6	424.4	429.1	4.018

$$\bar{\bar{x}} = 430.3$$

$$\bar{S} = 3.66$$

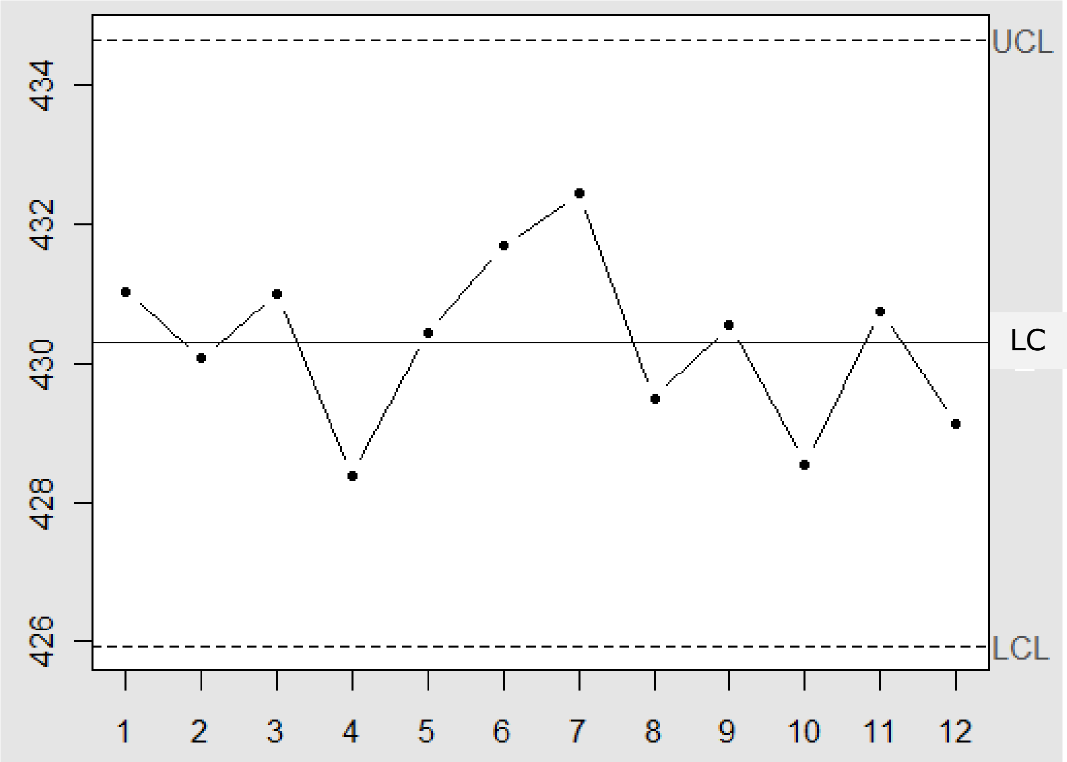
Trial *S*-chart

$$LC = 3.66 \qquad \begin{matrix} UCL \\ LCL \end{matrix} = 3.66 \pm 3 \times \frac{3.66}{0.959} \times \sqrt{1 - 0.959^2} = \begin{matrix} 6.90 \\ 0.41 \end{matrix}$$



Trial *x-bar* chart

$$LC = 430.3 \qquad \begin{matrix} UCL \\ LCL \end{matrix} = 430.3 \pm 3 \times \frac{3.66}{0.959\sqrt{7}} = \begin{matrix} 434.6 \\ 426.0 \end{matrix}$$



Conclusioni

I due trial control chart non mostrano andamenti sospetti e quindi possiamo concludere che i valori di media e deviazione standard del processo (che appare sotto controllo) sono:

$\mu_0=430.3$ $\sigma_0=3.66/0.959=3.82$

Questi valori verranno usati per impostare il controllo on-line per il quale sarà stabilita una nuova numerosità campionaria e verranno quindi calcolati gli opportuni parametri dei control chart (LC, UCL, LCL).

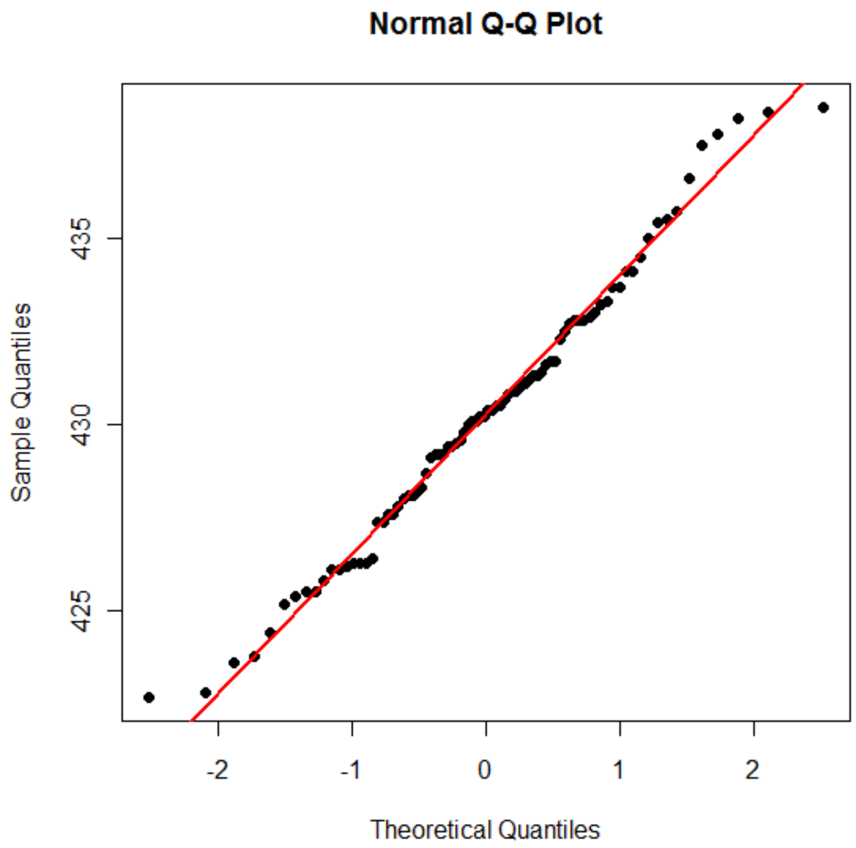
Osservazioni importanti.

1) Per la stima di μ mediante l'*x-bar chart* è necessario avere la stima di σ in quanto questo parametro serve per l'*x-bar chart* (nei limiti di controllo). Occorre pertanto stimare σ prima di μ.

2) La stima di σ utilizza la **varianza interna ai campioni** per cui eventuali *shift* nella media intervenuti fra un campione e il successivo non incidono sulla stima di σ.

3) E' importante controllare se la misura di qualità X è distribuita in modo normale. A tale scopo possiamo usare il q-q plot (quantile-quantile plot) usando gli $(n \times m)$ dati elementari x_{ij}.

Normal q-q plot sui dati dell'esempio



I punti sono approssimativamente allineati e quindi si ritengono approssimativamente distribuiti in modo normale

Normal q-q plot. Esempio con 9 osservazioni (1/2)

Valori ordinati in senso crescente

x	Frequenza	cum (cumulata di frequenza)	Cumulata di Hazen (cum-0.5)/9	Z
-140	1	1	0.0556	-1.5932
-112	1	2	0.1667	-0.9674
-71	1	3	0.2778	-0.5895
-15	1	4	0.3889	-0.2822
30	1	5	0.5000	0.0000
51	1	6	0.6111	0.2822
67	1	7	0.7222	0.5895
80	1	8	0.8333	0.9674
100	1	9	0.9444	1.5932

$$0.1667 = (2-0.5)/9 = \text{proporzione}(X \leq -\mathbf{112})$$

$$0.1667 = \text{Prob}(Z \leq -\mathbf{0.9674}) \cong \text{proporzione}(X \leq -\mathbf{112})$$

$N(0;1)$

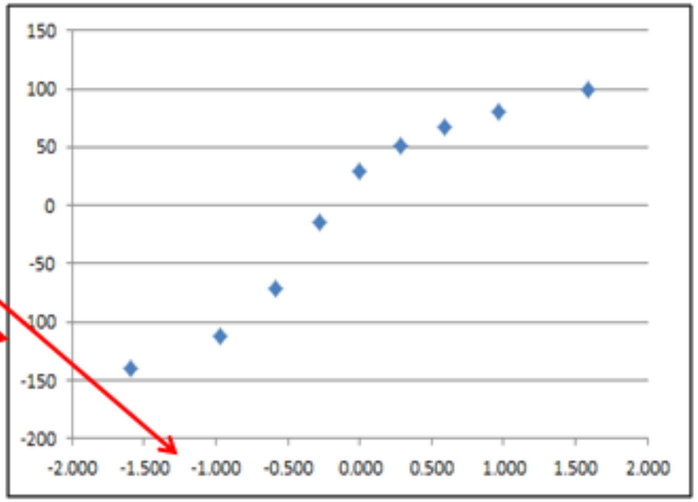
ascissa q-q plot

ordinata q-q plot

PEARSON

Normal q-q plot. Esempio con 9 osservazioni (2/2)

X	cum (frequenza cumulata)	(cum-0.5)/9	Z
-140	1	0.0556	-1.5932
-112	2	0.1667	-0.9674
-71	3	0.2778	-0.5895
-15	4	0.3889	-0.2822
30	5	0.5000	0.0000
51	6	0.6111	0.2822
67	7	0.7222	0.5895
80	8	0.8333	0.9674
100	9	0.9444	1.5932



Distribuzione normale: l'andamento dei punti dovrebbe essere allineato su una retta.

In questo caso non lo è.

Competenze acquisite

- Trial control chart
- Stima dei parametri di processo con i control chart